

✓

HELVETICA PHYSICA ACTA

SOCIETATIS PHYSICAE HELVETICAE
COMMENTARIA PUBLICA

VOLUMEN XXIX

BASILEAE • IN AEDIBUS BIRKHAUSER
MCMLVI

Schweizerische Physikalische Gesellschaft
Copyright 1956 by: Société Suisse de Physique
Società Fisica Svizzera

Publiziert mit Unterstützung des Schweiz. Nationalfonds
zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung

Druck von Birkhäuser AG., Basel

(γ, α) -Prozesse an mittelschweren und schweren Elementen

von F. Heinrich, H. Wäffler und M. Walter.

Physikalisches Institut der Universität Zürich.

(15. XI. 1955.)

Summary. Integral (γ, α) -yields due to 31 MeV-Bremsstrahlung are presented for V^{51} , Ge^{73} , In^{115} , Sb^{121} , Tl^{203} . The experimental ratios of the (γ, α) - to (γ, n) -yields have been determined for these nuclei. The same ratios are also computed from the statistical theory of nuclear reactions. They are in good agreement with the experiment.

The differential excitation curves for the (γ, α) -reactions on Cu^{65} , Br^{81} , Rb^{87} , as measured by HASLAM, KATZ and others, and Ag^{109} , measured by DE LABOULAYE and BEYDON have been calculated from the statistical theory. Here too the agreement between the experimental and theoretical curves is satisfactory.

I. Einleitung.

Das Gebiet der photonuklearen Prozesse ist im Laufe der letzten Jahre um zahlreiche experimentelle Tatsachen bereichert worden. Das vorliegende Material reicht aber gleichwohl nicht aus, um konsistente theoretische Vorstellungen hinsichtlich des Mechanismus dieser Reaktionstypen zu gewinnen. Als sicher kann zwar gelten, dass im Bereich der mittleren und schweren ($A > 40$) Kerne, von denen im folgenden ausschliesslich die Rede sein soll, ein erheblicher Teil der Photoprozesse gemäss dem ursprünglichen Bohrschen Schema in zwei statistisch unabhängigen Schritten verläuft. Diese bestehen in 1. einer Absorption des Quants unter Anregung des *gesamten* Kernsystems und 2. nachfolgender Teilchenemission. Die Wahrscheinlichkeit für den Austritt eines bestimmten Teilchens ist bis auf statistische Faktoren der Grössenordnung Eins durch dessen Eindringwahrscheinlichkeit in den gleichen Kern festgelegt. Daneben existieren aber unzweifelhaft noch ungeklärte Effekte, welche durch das Bohrsche Modell nicht wiedergegeben werden.

Der Absorptionsvorgang weist eine charakteristische, mit der Massenzahl A monoton verlaufende Energieabhängigkeit auf: der nukleare Absorptionsquerschnitt durchläuft in Funktion der Quantenenergie ein steiles Maximum (sog. „Giant Resonance“), dessen Lage sich von $h\nu \cong 20$ MeV bei den leichten ($A \sim 40$) Kernen bis

zu $h\nu \cong 13$ MeV bei den schwersten ($A \sim 200$) verschiebt. Sofern dieser Absorptionsprozess tatsächlich ein kollektives Kernphänomen darstellt, wie das BOHR annimmt, so muss man erwarten, dass die vorausgesetzte statistische Unabhängigkeit von 1. und 2. zutrifft. Dann dürfen die relativen Wahrscheinlichkeiten verschiedener, am gleichen Kern angreifender Photoprozesse nicht davon abhängen, wie der Absorptionsprozess im einzelnen zustandekommt: das Verhältnis ihrer Wirkungsquerschnitte ist durch die statistisch berechneten, relativen Austrittswahrscheinlichkeiten der emittierten Teilchen vollständig bestimmt.

Andererseits sollte sich die Absorption der gesamten Quantenenergie durch ein *einzelnes*, dem Kernsystem angehörendes Nukleon (sog. Direktprozess) durch eine gegenüber dem statistischen Ansatz erhöhte kinetische Energie, mit welcher dieses Nukleon den Kern verlässt, äussern. Mit zunehmender kinetischer Energie wächst auch die Austrittswahrscheinlichkeit des Nukleons aus dem betreffenden Kern. Infolge der sehr empfindlich von der Austrittsenergie abhängenden Transparenz des Coulombwalls wird die Emission eines Protons durch einen Direktprozess weitaus stärker begünstigt als die Emission eines Neutrons. Die experimentell sichergestellte, im Vergleich zur statistischen Theorie viel zu häufige Emission von Protonen bei Kernphotoprozessen muss deshalb als sicheres Indiz für das Auftreten von Direktprozessen angesehen werden. Es existieren noch keine systematischen Untersuchungen darüber, inwiefern diese Direktprozesse dieselbe „Giant resonance“ durchlaufen wie der gesamte Absorptionsquerschnitt.

Ausser Nukleonen werden auch Kernfragmente (D, T, He) in Photoprozessen emittiert. Bei gewissen Kernen, wie beispielsweise Kupfer, übertrifft die gemessene Emissionsrate der Deutonen den statistisch (unter Annahme *präformierter* Deutonen!) berechneten Wert um rund einen Faktor 1000. Es handelt sich hier um einen neuen, weder durch das statistische Modell noch Direktprozesse erklärbaren Effekt.

Was die Emission von Tritonen bei Photoprozessen anbelangt, so ist eine solche in vereinzelt Fällen nachgewiesen worden. Eine systematische Untersuchung der an verschiedenen Isotopen erzielbaren (γ , T)-Ausbeuten liegt jedoch noch nicht vor.

Auch über die (γ , α)-Prozesse an mittleren und schweren Kernen sind unsere Kenntnisse noch lückenhaft, obwohl diese experimentell viel leichter zugänglich sind als der Reaktionstyp (γ , D) bzw. (γ , T). Zahlreiche Isotope führen nämlich bei Abspaltung eines α -Teilchens auf einen radioaktiven Restkern, was eine zuverlässige und bequeme Methode zur Ausbeutebestimmung der Reaktion liefert. HASLAM

u. a.¹⁾ haben die differentielle Ausbeute der (γ , α)-Reaktion an den Isotopen Cu⁶⁵, Br⁸¹, Rb⁸⁷ nach dieser Methode gemessen. Ein Vergleich mit der Theorie wurde nicht durchgeführt. Rein grundsätzlich wäre zu diesen Messungen noch zu bemerken, dass sämtliche gemessenen Elemente auch noch ein um zwei Neutronen ärmeres Isotop besitzen, welches durch einen (γ , 2 p)-Prozess auf denselben Restkern führt wie der gesuchte (γ , α)-Prozess. Es wurden somit in Wirklichkeit die Ausbeuten von (γ , α)-Prozess am einen und (γ , 2 p)-Prozess am andern Isotop *zusammen* bestimmt.

DE LABOULAYE und BEYDON²⁾ untersuchten die Reaktion Ag¹⁰⁹ (γ , α) Rh¹⁰⁵ im Bereich von 16 bis 24 MeV Quantenenergie. Auch hier wurde der aus dem Prozess Ag¹⁰⁷ (γ , 2 p) stammende Anteil der Rh¹⁰⁵-Aktivität mitgemessen. Diese Autoren berichten über einen gegenüber der statistischen Theorie um etwa einen Faktor 1000 zu grossen Wirkungsquerschnitt für den (γ , α)-Prozess.

In einer vorläufigen Untersuchung haben NABHOLZ u. a.³⁾ den (γ , α)-Prozess an Br^{79,81} mit der 17,6-MeV-Linie der Lithium-gammastrahlung gemessen. Der experimentelle Wirkungsquerschnitt ergab sich in befriedigender Übereinstimmung mit der statistischen Theorie.

In der vorliegenden Arbeit wird nun versucht zu entscheiden, ob das statistische Kernmodell die (γ , α)-Prozesse richtig wiedergibt, oder ob auch hier allfällige neue und unvorhergesehene Effekte auftreten.

II. Durchführung der Experimente.

Die nachstehend beschriebenen Versuche wurden mit dem 31-MeV-Betatron der Universität Zürich durchgeführt*). Ziel dieser Experimente war der (γ , α)-Prozess an den Isotopen V⁵¹, Ge⁷³, In¹¹⁵, Sb¹²¹, Tl²⁰³. Der Nachweis der Reaktion erfolgte in allen Fällen auf Grund der Radioaktivität des bzw. Produktkerns (Sc⁴⁷, Zn⁶⁹, Ag¹¹¹, In¹¹⁷, Au¹⁹⁹). Die gewählten Isotope besitzen weit auseinanderliegende Ordnungszahlen und haben mit Ausnahme des Indiums ausserdem die Eigenschaft, dass für sie keine an Nachbarisotopen desselben Elements angreifenden Nebenreaktionen existieren, die auf den gleichen Endkern wie der (γ , α)-Prozess führen können. Zu solchen Nebenreaktionen gehört in erster Linie der (γ , 2 p)-Prozess, der immer dann auf den gleichen Kern wie der

*) Wir möchten Herrn Prof. Dr. H. R. SCHINZ, Direktor der radiologischen Klinik, für das grosse Entgegenkommen, mit welchem er das seinem Institut angegliederte Betatron für unsere Untersuchungen zur Verfügung stellte, auch an dieser Stelle herzlich danken.

(γ, α) -Prozess führt, wenn neben dem zu untersuchenden Ausgangsisotop ein um zwei Neutronen ärmeres existiert (z. B. $\text{Cu}^{63,65}$, $\text{Rb}^{85,87}$, $\text{Ag}^{107,109}$ usw.). Die Aktivierung erfolgte in der Weise, dass jedes Präparat zusammen mit einer dünnen (12 mg/cm^2) Kupferfolie bei der maximalen Grenzenergie (31 MeV) bestrahlt und die Ausbeute*) des (γ, α) -Prozesses jeweils, je nach der Länge der auftretenden Aktivität, mit der Ausbeute eines der beiden Reaktionsprodukte $\text{Cu}^{63}(\gamma, n)\text{Cu}^{62}$ ($T_{1/2} = 10 \text{ min}$) bzw. $\text{Cu}^{65}(\gamma, n)\text{Cu}^{64}$ ($T_{1/2} = 12,8 \text{ h}$) verglichen wurde. Zur Aktivitätsmessung diente ein Stirnzählrohr von 22 mm Innendurchmesser, das mit einer Glimmerfolie von $2,5 \text{ mg/cm}^2$ abgeschlossen war. Über die Anordnung von Zählrohr und Präparat orientiert Fig. 1. Ein Nachweis der (γ, α) -Prozesse durch direkte Messung des bestrahlten Präparats auf dem Zählrohr gelang nur im Fall des V^{51} . Bei allen anderen Isotopen erwies sich die im (γ, α) -Prozess induzierte Aktivität als viel zu schwach, um neben den sehr starken, durch (γ, n) erzeugten Aktivitäten noch wahrgenommen zu werden. Hier gelang es indessen, die entstandenen radioaktiven Körper auf Grund ihrer chemischen Verschiedenheit zu trennen. Zu der in den einzelnen Fällen angewandten experimentellen Technik ist folgendes zu bemerken.

1. $\text{V}^{51}(\gamma, \alpha) \text{Sc}^{47}$.

Vanadium wurde als V_2O_5 sowie auch in metallischer Form mehrmals bis zu 36 Stunden lang bestrahlt. Aus Intensitätsgründen musste das Präparat in dicker Schicht (Schichtdicke $>$ Reichweite der β -Teilchen) über dem Zählrohr angeordnet werden. Die $3,4 d$ -Aktivität des Sc^{47} trat in dieser Anordnung mit einer den Nulleffekt (10 Stösse/min) rund 30 fach übersteigenden Anfangsstosszahl auf. Durch Aufnahme der Absorptionskurven der β -Strahlung ($E_\beta = 0,6 \text{ MeV}$) in Al und Fe wurde die mittlere Reichweite \bar{R} derselben für V_2O_5 ermittelt (auf Grund massenproportionaler Umrechnung). Es ergab sich $\bar{R} = 20 \text{ mg/cm}^2$. Die $12,8 \text{ h}$ -Aktivität der als Vergleichssubstanz mitbestrahlten Cu -Folie gelangte in der gleichen Anordnung zur Messung. Das für einen Vergleich mit der Theorie (s. III) zweckmässigste Resultat, nämlich die experimentelle Bestimmung der relativen Ausbeuten für den (γ, α) - und den (γ, n) -Prozess an ein- und demselben Kern, lässt sich im Falle des Vanadiums nicht unmittelbar erhalten. Neben dem Isotop V^{51} kommt

*) Unter Ausbeute schlechtweg wird im folgenden stets die auf das Isotop im Endpunkt der Bestrahlung bezogene, in einer bestimmten Zählrohr-Anordnung gemessene Sättigungsaktivität verstanden.

nämlich auch das seltene Isotop V^{50} (relative Häufigkeit 0,3 %) in der Natur vor. Der (γ, n) -Prozess an Vanadium kann infolgedessen zu keiner messbaren Aktivität führen. Aus diesem Grunde wurde hier zunächst einmal zum Vergleich die in dünner Schicht ($\sim 10 \text{ mg/cm}^2$) induzierte 10-min-Aktivität des im Prozess $\text{Cu}^{63}(\gamma, n)\text{Cu}^{62}$ erzeugten Isotops Cu^{62} gewählt. Cu^{62} hat gegenüber Cu^{64} den Vorteil, eine reine Positronenaktivität und eine hohe Beta-Grenzenergie (3 MeV) zu besitzen, was die Auswertung sehr vereinfacht. Das Ausbeuteverhältnis $A(\text{Cu}^{62})/A(\text{Cu}^{64})$ wurde für die

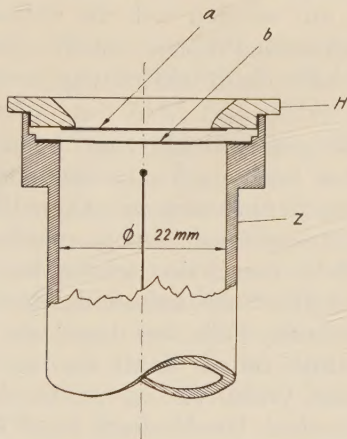


Fig. 1.

Schnitt durch Stirnzählrohr Z und Präparathalter H.

a = Polystyrenfolie $1,5 \text{ mg/cm}^2$, b = Glimmerfolie $2,5 \text{ mg/cm}^2$.

vorliegende Messanordnung gesondert bestimmt. Es ergab sich als Mittelwert aus 4 Runs

$$A(\text{Sc}^{47})/A(\text{Cu}^{62}) = 1,3 \cdot 10^{-2}.$$

Im folgenden wird unter der *nuklearen* Ausbeute $a(\gamma, x)$ eines Kernphotoprozesses der über das Bremsspektrum integrierte Wirkungsquerschnitt verstanden:

$$a(\gamma, x) = \int_0^{E_{\gamma \max}} \sigma_{(\gamma, x)}(E_{\gamma}) \cdot N(E_{\gamma}) dE_{\gamma}. \quad (1)$$

Es bedeuten:

$E_{\gamma \max}$ = Maximalenergie des Bremsspektrums,

$\sigma_{(\gamma, x)}(E_{\gamma})$ = Wirkungsquerschnitt der Reaktion (γ, x) ,

$N(E_{\gamma}) dE_{\gamma}$ = Anzahl der Quanten im Energieintervall $E_{\gamma} \dots E_{\gamma} + dE_{\gamma}$.

Damit berechnet sich das Verhältnis der nuklearen Ausbeuten für zwei Kernphotoprozesse, speziell $a(\gamma, \alpha)_{V^{51}}/a(\gamma, n)_{Cu^{63}}$, in folgender Weise aus den experimentellen Daten:

$$\frac{a(\gamma, \alpha)_{V^{51}}}{a(\gamma, n)_{Cu^{63}}} = \frac{A(Sc^{47}) \cdot n_{Cu^{63}} \cdot \delta_{Cu} \cdot \beta_{Cu^{62}}}{A(Cu^{62}) n_{V^{51}} \cdot \bar{R}_{V_2O_5} \cdot \beta_{Sc^{47}} \cdot r_{V_2O_5}} = (7 \pm 2) \cdot 10^{-3}. \quad (2)$$

Hierin bedeuten: n Anzahl Kerne pro cm^3 Substanz, δ Dicke der Cu-Folie (cm), \bar{R} mittlere Reichweite (cm) der β -Teilchen im Präparat, β Bruchteil der durch Präparathalter und Zählrohrfenster (s. Fig. 1) durchgelassenen β -Teilchen. ($\beta_{Cu^{62}} = 0,995$; $\beta_{Sc^{47}} = 0,86$); $r_{V_2O_5} \cong 1,25$ Faktor, um welchen sich die Stosszahl infolge Rückstreuung der β -Teilchen im Präparat erhöht. (Im Falle der dünnen Cu-Folie ergaben sich für die Rückstreuung vernachlässigbar kleine Werte.)

Neben der langlebigen Sc^{47} -Aktivität trat in den bestrahlten Vanadium-Präparaten auch noch eine kurzlebige, den Nulleffekt um rund einen Faktor 10 übersteigende Aktivität auf, welche durch Halbwertszeit- und Absorptionsmessungen eindeutig als Sc^{49} ($T_{1/2} = 57$ min, $E_{\beta^-} = 1,8$ MeV) identifiziert werden konnte. Diese ist somit der Reaktion $V^{51}(\gamma, 2p)Sc^{49}$ zuzuschreiben. Es erschien im Hinblick auf die unter I. erwähnten Fälle, bei denen ein $(\gamma, 2p)$ -Prozess auf das gleiche Endprodukt führen kann wie der (γ, α) -Prozess, von Interesse, am V^{51} das Verhältnis der Ausbeuten für diese beiden Reaktionen zu bestimmen. Die Messung ergab folgenden Wert:

$$\frac{a(\gamma, 2p)_{V^{51}}}{a(\gamma, \alpha)_{V^{51}}} = 1,9 \cdot 10^{-2}.$$

Dieses Ergebnis macht es sehr wahrscheinlich, dass der $(\gamma, 2p)$ -Prozess für ein gegebenes Element stets grössenordnungsmässig schwächer als der (γ, α) -Prozess auftritt, so dass eine Fälschung der Ausbeutemessungen von (γ, α) -Prozessen durch gleichzeitig ablaufende $(\gamma, 2p)$ -Prozesse tatsächlich nicht zu befürchten ist. Diese Vermutung konnte im Falle des Indiums (s. II, 4) bestätigt werden.

2. $Ge^{73}(\gamma, \alpha) Zn^{69, 69*}$.

Das aktive Zink wurde vom Germanium nach folgender Methode abgetrennt: In Pulverform bestrahltes Germanium (2 g) wurde mit 6 mg Zn-Pulver als Trägersubstanz vermischt, im abgeschlossenen Quarzrohr verschmolzen und die auf diese Weise entstandene Legierung anschliessend im Hochvakuum auf $1100^\circ C$ erhitzt. Dabei destilliert das Zink ab und kann als Spiegel auf einem wasser-

gekühlten Rohr niedergeschlagen werden. Dieser Niederschlag wurde nach Beendigung des Destillationsprozesses in 6 cm³ heisser, 10%iger Salpetersäure aufgenommen und der Lösung 3 mg Gallium zugesetzt. Letzteres dient als Träger für die bei der Bestrahlung durch (γ, p) -Prozesse entstehenden aktiven Gallium-Isotope, welche bei der Destillation möglicherweise mitgerissen werden. Nach Verdünnen der Lösung auf 20 cm³ wurde mit Soda neutralisiert und in der Hitze mit einem geringen Überschuss von Natriumanthranilat gefällt. Der Niederschlag wurde filtriert und gewaschen und lag nach 15 Minuten Trockenzeit in einer Schichtdicke von ca. 7 mg/cm² zur Messung vor.

Die Ausbeute dieses Trennverfahrens wurde für jeden durchgeführten Run gravimetrisch bestimmt; die erhaltenen Werte schwankten zwischen 50 und 70%. Das aktive Isotop entsteht sowohl im Grundzustand ($T_{1/2} = 52$ min, $E_{\beta^-} = 0,9$ MeV) als auch im isomeren Anregungszustand ($T_{1/2} = 13,9$ h, sehr schwach konvertierter Gamma-Übergang in den Grundzustand), was bei der Berechnung der Ausbeute zu berücksichtigen ist. Die im Zählrohr gemessenen Anfangsaktivitäten betragen rund das 100fache des Nulleffektes für die lange, bzw. das 30fache für die kurze Aktivität. Man hat ferner zu beachten, dass neben dem zu untersuchenden $\text{Ge}^{73}(\gamma, \alpha)$ -Prozess auch noch der $\text{Ge}^{74}(\gamma, \alpha n)$ -Prozess auftreten kann, welcher ebenfalls auf das Isotop Zn^{69} führt. Die natürliche Häufigkeit des Ge^{74} ist überdies 4,8mal grösser als die von Ge^{73} . Da eine experimentelle Trennung dieser beiden Reaktionen nicht möglich ist, so wurde der Beitrag des $(\gamma, \alpha n)$ -Prozesses zur gesamten gemessenen Zn^{69} -Aktivität rechnerisch, unter Zugrundelegung der statistischen Theorie, abgeschätzt und vom gemessenen Wert abgezogen. Es ergibt sich, dass 2/3 der gesamten Aktivität des Zn^{69} dem (γ, α) -Prozess zuzuschreiben sind.

Unter Berücksichtigung aller angeführten Korrekturen und vorsichtiger, wenn auch etwas willkürlicher Bemessung der Fehlergrenzen im Hinblick auf die dem Trennverfahren wie auch der rechnerischen Abschätzung anhaftende beträchtliche Unsicherheit, ergibt sich als Mittelwert aus 9 verschiedenen Runs für das nukleare Ausbeuteverhältnis

$$\frac{a(\gamma, \alpha)_{\text{Ge}^{73}}}{a(\gamma, n)_{\text{Cu}^{63}}} = (1,5 \pm 0,8) \cdot 10^{-2}.$$

Da auch bei Ge^{73} der (γ, n) -Prozess auf das stabile Ge^{72} führt, so ist ein Ausbeutevergleich zwischen (γ, α) und (γ, n) an ein- und demselben Isotop nach der hier angewandten Methode nicht möglich.

3. $\text{In}^{115}(\gamma, \alpha) \text{Ag}^{111} (T_{1/2} = 7,5 d, E_{\beta^-} = 1,1 \text{ MeV} (> 90\%))$.

Das als Folie (4 g) bestrahlte Indium wurde zusammen mit den Trägersubstanzen Silber (8 mg) und Cadmium (10 mg) in 12 cm³ heisser Salpetersäure gelöst. Die Cadmiumbeigabe bezweckte, ein allfälliges Mitreissen von aktivem, bei der Bestrahlung entstandenem Cadmium zu verhindern. Aus der heissen, auf 25 cm³ verdünnten Lösung wurde das Silber als AgCl durch tropfenweise Zugabe von HCl gefällt. Nach Erkalten im Dunkeln wurde der Niederschlag auf ein kleines Papierfilter gebracht, mehrfach gewaschen und bei 130° C getrocknet. Das Präparat lag in feinverteilter Form in Schichtdicken von 4–5 mg/cm² zur Messung vor. Die Ausbeute des Trennverfahrens wurde gravimetrisch bestimmt, sie lag zwischen 80 und 93 %. Die Anfangsstosszahl der Ag¹¹¹-Aktivität am Zählrohr betrug etwa das Zehnfache des Nulleffekts. Ein Vergleich zwischen (γ, α) - und (γ, n) -Prozess ist bei In¹¹⁵ gut durchführbar, da der Produktkern In¹¹⁵ genau untersucht ist und auf bequem messbare Aktivitäten führt: den Grundzustand In¹¹⁴ ($T_{1/2} = 72 \text{ sec}$, $E_{\beta} = 1,98 \text{ MeV}$, $\beta^-/\beta^+ > 1000/1$) sowie den isomeren Anregungszustand In^{114*} ($T_{1/2} = 49 d$, $E_{\gamma} = 0,19 \text{ MeV}$). Für die Messung des (γ, n) -Prozesses wurden zwei Bestrahlungsreihen von jeweils verschiedener Dauer durchgeführt: 25 Sekunden für die 72 sec-, bzw. einige Stunden für die 49 d-Aktivität. Als Präparat diente eine dünne (15 mg/cm²) Indiumfolie, welche unmittelbar nach der Bestrahlung auf dem Stirnzähler gemessen wurde. Beide Messungen, sowohl der mit der chemischen Trennung verbundene (γ, α) -Prozess wie auch die direkt untersuchten (γ, n) -Prozesse, wurden auf das gleiche Kupferpräparat als Monitor bezogen. Nach Korrektur auf die chemische Ausbeute der Silbertrennung sowie die Absorptionsverluste in der Fensterfolie des Stirnzählers ergibt sich das nukleare Ausbeuteverhältnis

$$\frac{a(\gamma, \alpha)_{\text{In}^{115}}}{a(\gamma, n)_{\text{Cu}^{63}}} = 8,4 \cdot 10^{-4}; \quad \frac{a(\gamma, \alpha)_{\text{In}^{115}}}{a(\gamma, n)_{\text{In}^{115}}} = 1,5 \cdot 10^{-4}.$$

Aus dem Isotop In¹¹⁵ entsteht ferner durch $(\gamma, 2p)$ -Prozess der radioaktive Körper Ag¹¹³, dessen Halbwertszeit ($T_{1/2} = 5,3 \text{ h}$) und Grenzenergie ($E_{\beta} = 2,0 \text{ MeV}$) für einen Nachweis sehr günstig liegen. Es ist uns gleichwohl nicht gelungen, diese Aktivität im Silberniederschlag nachzuweisen. Aus dem negativen Ergebnis dieses Versuches kann man auf ein Ausbeuteverhältnis

$$\frac{a(\gamma, 2p)_{\text{In}^{115}}}{a(\gamma, \alpha)_{\text{In}^{115}}} < 0,5\%$$

schliessen. Damit ist die bereits im Falle des Vanadiums festgestellte, im Vergleich zum (γ, α) -Prozess grössenordnungsmässig kleinere Ausbeute der $(\gamma, 2p)$ -Reaktion auch für diesen mittelschweren Kern bestätigt.

4. $\text{Sb}^{121}(\gamma, \alpha) \text{In}^{117}(T_{1/2} = 1,9 \text{ h}, E_{\beta^-} = 1,73 \text{ MeV}^*)$.

Das aktive Indium wurde von dem als Sb_2O_3 bestrahlten Antimon folgendermassen abgetrennt: Das Präparat (5–10 g Sb_2O_3) wurde in HCl konz. gelöst und der Lösung 3 mg InCl als Träger zugesetzt. Aus dieser Lösung kann durch mehrfaches Eindampfen und Wiederaufnehmen in HCl der überwiegende Teil des Antimons als flüchtiges SbCl_3 entfernt werden. Der Rückstand wurde in 0,3 n-HCl aufgenommen, mit einem Puffergemisch von Natriumacetat und Essigsäure versetzt und mit NH_3 neutralisiert. Nach Fällung bei 75°C mit essigsaurer Oxichinolinlösung wurde der Niederschlag filtriert, sorgfältig gewaschen und getrocknet. Der chemische Niederschlag lag in dünner Schicht (ca. 5 mg/cm^2) vor, die maximale Stosszahl betrug rund das Zehnfache des Untergrundes. Da auch zur Messung der im Prozess $\text{Sb}^{121}(\gamma, n)$ erzeugten, sehr starken Sb^{120} -Aktivität ($T_{1/2} = 16 \text{ min}$) eine Schichtdicke von ca. 1 mg/cm^2 Sb_2O_3 genügte, so brauchte in diesem Fall weder Rückstreuung noch Selbstabsorption berücksichtigt zu werden. Von den bestrahlten, für die chemische Trennung bestimmten Sb_2O_3 -Proben wurde ein kleiner Teil weggenommen und für die Messung der Sb^{120} -Aktivität verwendet. Die aus 5 Runs gemittelte Ausbeute ergab $A(\text{In}^{117})/A(\text{Sb}^{120}) = 1,5 \cdot 10^{-4}$ (auf gleiche Ausgangsmengen Sb bezogen). Die Zählrohrabsorption ist für die beiden aktiven Körper praktisch gleich, so dass das gemessene Ausbeuteverhältnis dem nuklearen Ausbeuteverhältnis gleichgesetzt werden kann:

$$\frac{a(\gamma, \alpha)_{\text{Sb}^{121}}}{a(\gamma, n)_{\text{Sb}^{121}}} = (1,5 \pm 0,3) \cdot 10^{-4}.$$

Auch dem Antimon wurde während der Bestrahlung ein Cu-Monitor beigegeben, um auch noch die auf Kupfer bezogene (γ, α) -Ausbeute bestimmen zu können. Diese ergibt sich zu

$$\frac{a(\gamma, \alpha)_{\text{Sb}^{121}}}{a(\gamma, n)_{\text{Cu}^{63}}} = (2,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-4}.$$

5. $\text{Tl}^{203}(\gamma, \alpha) \text{Au}^{199}(T_{1/2} = 3,3 \text{ d}, E_{\beta^-} = 0,32 \text{ MeV})$.

Das bestrahlte Tl (8 bis 10 g) wurde zusammen mit 50 mg metallischem Au als Träger in Königswasser gelöst. Die dabei entstandenen Chloride und Nitrate wurden durch mehrfaches Abrauchen mit

*) Anmerkung bei der Korrektur: Dieser Prozess wurde unabhängig von uns auch von P. STOLL und Mitarbeiter (persönliche Mitteilung) beobachtet.

Schwefelsäure in die entsprechenden Sulfate übergeführt. Der verbleibende Rückstand wurde stark verdünnt und das metallische Gold durch Reduktion mit Oxalsäure gefällt. Anschliessend wurde der sorgfältig gewaschene Niederschlag in wässriger KCN-Lösung aufgenommen, nochmals mit Schwefelsäure abgeraucht und die Fällung wie oben wiederholt. Nach Waschen und Trocknen des Niederschlags lag das Präparat mit einer Flächendichte von ca. 20 mg/cm² zur Messung vor. Die Ausbeute dieses chemischen Verfahrens wurde durch Wägung der Trägersubstanz vor und nach dem chemischen Prozess zu 95–98% bestimmt.

Infolge der niedrigen Beta-Energie und der relativ grossen Trägermenge kann das Präparat als praktisch dicke Schicht betrachtet werden. Die Au¹⁹⁹-Aktivität war äusserst schwach, die Stosszahl am Zählrohr betrug hier nur noch etwa das Dreifache des Null-effekts.

Die in einer mitbestrahlten Thalliumprobe (in dünner Schicht, ca. 1 mg/cm²) gemessene, durch (γ , n)-Prozess induzierte Tl²⁰²-Aktivität ($T_{1/2} = 11,5d$) lässt keine sehr sichere Ausbeutebestimmung zu. Die Umwandlung in das stabile Hg²⁰² erfolgt nämlich durch K -Einfang, wobei etwa 5% aller Übergänge von einer Konversionslinie der Energie 0,35 MeV begleitet sind⁴). Der angegebene Prozentsatz lässt sich nicht sehr genau bestimmen, so dass eine lediglich auf der Registrierung der Konversionselektronen im Zählrohr basierende Ausbeutebestimmung ungenau ausfallen muss. Wesentlich besser kann die Ausbeute der im Prozess Tl²⁰⁵(γ , n)Tl²⁰⁴ erzeugten Tl²⁰⁴-Aktivität ($T_{1/2} = 2,7a$) gemessen werden. Tl²⁰⁴ ist ein reiner β -Strahler von 0,762 MeV Maximalenergie und daher für Ausbeutemessungen sehr geeignet. Die in mehreren Runs relativ zu Kupfer durchgeführte Ausbeutebestimmung ergab

$$\frac{a(\gamma, n)_{\text{Tl}^{203}}}{a(\gamma, n)_{\text{Cu}^{63}}} \approx 10; \quad \frac{a(\gamma, n)_{\text{Tl}^{205}}}{a(\gamma, n)_{\text{Cu}^{63}}} = 6,0.$$

Dass die nukleare Ausbeute an Tl²⁰³ grösser ausfällt als an Tl²⁰⁵, widerspricht der sonst überall gemachten Beobachtung, derzufolge von verschiedenen Isotopen des gleichen Elements das schwerere eine grössere (γ , n)-Ausbeute liefert als das leichtere. Es scheint naheliegend, dieses Ergebnis der Unsicherheit in der Bestimmung von $a(\gamma, n)_{\text{Tl}^{203}}$ zuzuschreiben. Deshalb wurde der an Tl²⁰⁵ für das Ausbeuteverhältnis gefundene Wert auch als obere Grenze für das Verhältnis

$$a(\gamma, n)_{\text{Tl}^{203}}/a(\gamma, n)_{\text{Cu}^{63}}$$

angenommen. Für den (γ , α)-Prozess ergab sich mit $A(\text{Au}^{199})/A$

$(\text{Cu}^{62}) = 1,9 \cdot 10^{-5}$; $\bar{R}_{\text{Au}^{199}} = 20 \text{ mg/cm}^2$; $Z_{\text{Au}^{199}} = 0,81$; $r_{\text{Au}} \cong 1,5$ das nukleare Ausbeuteverhältnis

$$\frac{a(\gamma, \alpha)_{\text{Tl}^{203}}}{a(\gamma, n)_{\text{Cu}^{63}}} = 1,4 \cdot 10^{-4} \text{ und daraus } \frac{a(\gamma, \alpha)_{\text{Tl}^{203}}}{a(\gamma, n)_{\text{Tl}^{203}}} = 2,3 \cdot 10^{-5}.$$

Die Unsicherheit des letztgenannten Wertes dürfte ca. 50% betragen.

III. Vergleich der Versuchsergebnisse mit den Resultaten der statistischen Kerntheorie.

Nach der statistischen Theorie stellt sich der Wirkungsquerschnitt einer photonuklearen Reaktion (γ, b) folgendermassen dar:

$$\sigma(\gamma, b) = \sigma_{\gamma}(\text{Einf}) \frac{\Gamma_b}{\sum_i \Gamma_i}.$$

$\sigma_{\gamma}(\text{Einf})$ ist der gesamte Absorptionsquerschnitt für Quanten einer bestimmten Energie. Er ist im allgemeinen nicht direkt experimentell messbar. Zu seiner theoretischen Berechnung fehlt uns die Kenntnis des Absorptionsmechanismus (giant resonance). Dieser Absorptionsquerschnitt lässt sich nun eliminieren, indem man das Verhältnis von zwei photonuklearen Querschnitten bildet. Gleichzeitig hebt sich dabei auch die Grösse $\sum \Gamma_i$, d. h. die Summe aus den Niveaubreiten sämtlicher erlaubter Emissionsprozesse, weg.

Man hat beispielsweise

$$\frac{\sigma(\gamma, \alpha x)}{\sigma(\gamma, n x)} = \frac{\Gamma(\alpha x)}{\Gamma(n x)} = \frac{f_{\alpha}(E_{\gamma} - B_{\alpha})}{f_n(E_{\gamma} - B_n)}. \quad (3)$$

Hierin bedeuten: x ein im Anschluss an den Hauptprozess $((\gamma, \alpha), (\gamma, n))$ allfälligerweise emittiertes, weiteres Teilchen; f_{α}, f_n die bzw. Wahrscheinlichkeiten für Emission eines Alpha-Teilchens oder Neutrons aus dem Zwischenkern. Diese theoretischen Grössen lassen sich bei bekannter Niveauverteilung ω_R des Restkerns berechnen:

$$f_b(E_{b\max}) = \frac{(2S_b + 1)m_b}{\hbar^2} \int_0^{E_{b\max}} \sigma_c(E_b) \cdot E_b \cdot \omega_R(E_{b\max} - E_b) dE_b. \quad (4)$$

S_b, m_b = Spin bzw. Masse des emittierten Teilchens b , σ_c = Wirkungsquerschnitt für die Bildung des Compoundkerns im Zustand $(E_{b\max} - E_b)$ durch Einfang des Teilchens b (inverser Prozess), E_b = kinetische Energie des emittierten Teilchens b , ω_R = Niveaudichte des Restkerns in dem nach Emission von b erreichten Energiezustand.

Die so definierten Wirkungsquerschnitte gelten für jeden möglichen Anregungszustand des erzeugten Restkerns, d. h. bei hin-

reichend hoher Quantenenergie ist darin auch die Emission eines weiteren Nukleons x (mit überwiegender Wahrscheinlichkeit eines Neutrons) mitinbegriffen. Letzteres ist natürlich nur möglich, wenn der Restkern nach Emission des ersten Teilchens in einem Anregungszustand zurückbleibt, der oberhalb seiner Dissoziationsenergie liegt. Sofern man die gesamte Ausbeute an Teilchen unter Einwirkung von Gammastrahlen bestimmt, so sind solche Mehrfachprozesse in der Messung enthalten. Der einzige praktisch wichtige Fall ist die Messung der totalen Neutronenausbeute, von der im folgenden mehrfach Gebrauch gemacht wird. Bei Messung der im Hauptprozess induzierten Aktivität werden dagegen solche Mehrfachprozesse nicht miterfasst, sie sind somit auch in der Rechnung zu eliminieren. Nun hat die Emission eines Neutrons aus dem Kern, sofern sie energetisch möglich ist, eine viel grössere Wahrscheinlichkeit als die Aussendung elektromagnetischer Strahlung. Man kann deshalb im allgemeinen in guter Näherung annehmen, dass ein Restkern, der sich oberhalb seiner Dissoziationsenergie für Neutronenemission befindet, auch stets noch ein Neutron emittiert. Bei dem schwersten der hier untersuchten Kerne, nämlich TI^{203} , genügt diese Näherung allerdings nicht mehr. Siehe hierzu III. 5. Man erhält somit den Wirkungsquerschnitt für den interessierenden Einfachprozess allein, indem man nur über diejenigen Energiewerte des austretenden Teilchens integriert, die den Restkern in Energiezuständen *unterhalb* seiner Dissoziationsenergie zurücklassen:

$$f_b^*(E_\gamma) = \frac{(2S_b + 1)m_b}{\hbar^2} \int_{E_\gamma - (B_b + B_x)}^{E_{b\max}} \sigma_c(E_b) \cdot E_b \cdot \omega_R(E_{b\max} - E_b) dE_b \quad (5)$$

$(B_b + B_x)$ = Bindungsenergie von b plus Bindungsenergie des am lockersten im Restkern gebundenen Neutrons x . Für ein Bremspektrum $N(E_\gamma)$ erhält man nun das mit dem Experiment zu vergleichende Verhältnis η der nuklearen Ausbeuten durch Integration:

$$\eta = \frac{a(\gamma, \alpha)}{a(\gamma, n)} = \frac{\int \sigma(\gamma, \alpha) N(E_\gamma) dE_\gamma}{\int \sigma(\gamma, n) N(E_\gamma) dE_\gamma} = \frac{\int_{\tilde{B}_\alpha}^{E_{\gamma\text{Grenz}}} \sigma_{(\gamma, n)}(E_\gamma) \frac{f_\alpha^*(E_\gamma - B_\alpha)}{f_n^*(E_\gamma - B_n)} N(E_\gamma) dE_\gamma}{\int_{\tilde{B}_n}^{E_{\gamma\text{Grenz}}} \sigma_{(\gamma, n)}(E_\gamma) \cdot N(E_\gamma) dE_\gamma} \quad (6)$$

Die in Gleichung (6) auftretenden Funktionen $\sigma_{(\gamma, n)}(E_\gamma)$ und $N(E_\gamma)$ sind dem Experiment zu entnehmen, die statistische Theorie trägt lediglich das Verhältnis

$$\left[\frac{\sigma(\gamma, \alpha)}{\sigma(\gamma, n)} \right]_{\text{theor}} = \frac{f_\alpha^*}{f_n^*}$$

zum ganzen Ausdruck bei. Nun hat in demjenigen Energiebereich, welcher den Hauptbeitrag zum (γ, α) -Prozess liefert, der (γ, n) -Prozess sein Maximum überschritten und ist bereits nahezu auf Null gesunken (s. dazu Fig. 5). Die Bestimmung von $\sigma(\gamma, n)$ aus integralen Ausbeutemessungen ist deshalb in diesem Energiegebiet notwendigerweise mit einem grossen relativen Fehler behaftet, welcher sich voll auf $\sigma(\gamma, \alpha)$ überträgt. Diese Schwierigkeit lässt sich bei Benützung der totalen Neutronenausbeute an Stelle von Aktivitätsmessungen weitgehend vermeiden. Aus der totalen Neutronenausbeute lässt sich nämlich, wie noch gezeigt werden soll, unter Anwendung der statistischen Theorie sowohl $\sigma(\gamma, nx)$ wie auch $\sigma(\gamma, n)$ berechnen. Der für die totale Neutronenausbeute massgebende Querschnitt σ_{tot} ist im Gegensatz zu $\sigma(\gamma, n)$ in der Umgebung des Maximums von $\sigma(\gamma, \alpha)$ noch nicht stark unter seinen Maximalwert gesunken. Er ist deshalb im Vergleich zu $\sigma(\gamma, n)$, bei annähernd gleichem Absolutfehler, mit einem bedeutend kleineren relativen Fehler behaftet. Die aus σ_{tot} mit der statistischen Theorie berechneten Querschnitte $\sigma(\gamma, nx)$ und $\sigma(\gamma, n)$ erhalten damit, was den Anteil der Messgenauigkeit anbelangt, ebenfalls einen entsprechend kleinen relativen Fehler. Wenn Messungen der totalen Neutronenausbeute vorliegen, so wird man zweckmässigerweise mit $\sigma(\gamma, nx)$ arbeiten, da sich der Gang der Rechnung dadurch direkter gestaltet. Verfügt man sowohl über Neutronen- wie auch Aktivitätsmessungen, so lässt sich bei schweren Elementen $\sigma(\gamma, nx)$ in guter Näherung ohne jegliche Bezugnahme auf die Theorie bestimmen (s. hierzu 4. In¹¹⁵). Bei Verwendung von $\sigma(\gamma, nx)$ an Stelle von $\sigma(\gamma, n)$ modifiziert sich der Zähler von Gleichung (6) entsprechend der Formel

$$\int_{B_\alpha}^{E_{\gamma \text{ Grenz}}} \sigma_{(\gamma, nx)}(E_\gamma) \frac{f_\alpha^*(E_\gamma - B_\alpha)}{f_n(E_\gamma - B_n)} N(E_\gamma) dE_\gamma. \quad (6a)$$

Der Nenner von (6), welcher unverändert bleibt, ist natürlich weitgehend unempfindlich auf den relativen Fehler von $\sigma(\gamma, n)$ bei hohen Energien, so dass hier die Ungenauigkeiten der integralen Ausbeutemessung keine merkliche Fehlerquelle mehr bedingen.

Die Anwendung des durch die Gleichung (6) und (6a) festgelegten Verfahrens setzt voraus, dass die statistische Theorie die unter Neutronenemission ablaufenden Photoprozesse richtig wiedergibt. Das ist auch tatsächlich weitgehend der Fall, wie aus verschiedenen Experimenten, u. a. insbesondere Messungen über das Verhältnis $\sigma(\gamma, n)/\sigma(\gamma, 2n)$ in Abhängigkeit von der Quantenenergie, auf das es hier massgebend ankommt, hervorgeht. Die durch $\sigma_{(\gamma, n)}(E_\gamma)$ gegebene Energieabhängigkeit des (γ, n) -Querschnittes braucht üb-

rigens lediglich ihrer Form nach bekannt zu sein, da sich konstante Faktoren in Gleichung (6) herausheben. Das Frequenzspektrum $N(E_\gamma)$ des Betatrons wurde von uns in dem in Frage kommenden Energiebereich (10–31 MeV) im Rahmen einer besonderen Untersuchung ausgemessen. Die Messung ergab eine sehr gute Übereinstimmung mit der von SCHIFF⁵⁾ berechneten Verteilung (s. Fig. 2).

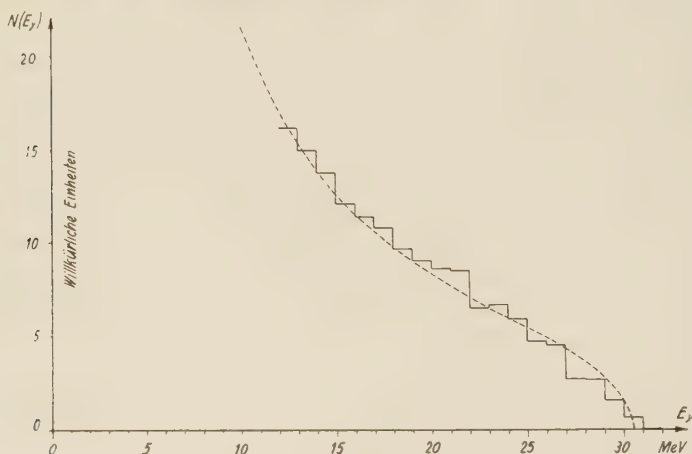


Fig. 2.

Energiespektrum der Betatron-Bremsstrahlung.

— gemessene Energieverteilung, --- theoretische Kurve nach SCHIFF (loc. cit.).

Daraufhin wurde der vorliegenden Auswertung durchwegs das Schiffsche Spektrum zugrundegelegt. Für die Anregungskurven der induzierten Aktivität sowie auch die totalen Neutronenausbeuten konnten in den meisten Fällen bereits vorliegende Messungen anderer Autoren benützt werden. Zwei weitere in die Rechnung eingehende, sehr kritische Grössen sind die Bindungsenergien B_n , B_α für ein Neutron bzw. Alphateilchen des Ausgangskerns. Für die Neutronenbindungsenergien B_n liegen experimentelle Werte vor, welche sich aus den extrapolierten Schwellenwerten der Anregungskurven für die (γ, n) -Prozesse ergeben. Diese sind für die hier untersuchten Kerne in Tabelle 1 zusammengestellt. Den auf diese Weise bestimmten Bindungsenergien liegen zur Hauptsache die Arbeiten von SHER, HALPERN und MANN⁶⁾ zugrunde. Zur Bestimmung der Alphabindungsenergien B_α existieren hingegen keine direkten Messungen. Wir haben diese Werte deshalb ursprünglich mit Hilfe der Massenformel*) berechnet. In einer neueren Arbeit von WAPSTRA und HUIZENGA⁷⁾ werden die Bindungsenergien nahezu aller Kerne

*) Vgl. z. B.: E. FERMI, Nuclear Physics, University of Chicago Press (1950).

durch Kombination von massenspektrographischen Daten mit Energietönungen von Kernreaktionen berechnet. In Tabelle 1 sind die nach beiden Verfahren ermittelten Alphabindungsenergien zusammengestellt.

Tabelle 1.

Verwendete Neutronenbindungsenergien B_n (in MeV).

V ⁵¹	Cu ⁶⁵	Ge ⁷³	Br ⁸¹	Rb ⁸⁷	Ag ¹⁰⁹	In ¹¹⁵	Sb ¹²¹	Tl ²⁰³
11,1	9,8	6,6	9,9	9,9	9,1	9,1	9,3	8,8

Tabelle 2.

Alphabindungsenergien B_α (in MeV).

(In der untersten Zeile sind die mittleren Fehler angegeben.)

	V ⁵¹	Cu ⁶⁵	Ge ⁷³	Br ⁸¹	Rb ⁸⁷
Massenformel	7,3	6,1	5,8	5,4	5,4
WAPSTRA und HUIZENGA	$10,32 \pm 0,2$	$6,30 \pm 0,3$	$5,55 \pm 0,3$	$6,42 \pm 0,3$	$7,82 \pm 0,3$
	Ag ¹⁰⁹	In ¹¹⁵	Sb ¹²¹	Tl ²⁰³	
Massenformel	2,7	2,5	2,4	-2,6	
WAPSTRA und HUIZENGA	$3,0 \pm 0,7$	$3,68 \pm 0,7$	$3,42 \pm 0,7$	$-0,97 \pm 3,0$	

Im Falle des V⁵¹ stimmt der Wert $B_\alpha = 10,32$ MeV mit dem aus den empirischen Atommassen berechneten (10,4 MeV) überein. Wir haben deshalb der Auswertung diesen Wert zugrunde gelegt. Für Tl²⁰³ ist der von WAPSTRA und HUIZENGA berechnete Wert gegenstandslos, da der angegebene mittlere Fehler sowohl den nach der Massenformel berechneten, als auch den durch Extrapolation der α -Zerfallsreihen erhaltenen Wert für B_α enthält. Da Thallium keinen nachweisbaren Alpha-Zerfall erleidet, so kann man annehmen, dass Tl²⁰³ aktiv mit einer Halbwertszeit von mehr als $\approx 10^{12}$ a ist, da das etwa der Grenze der experimentellen Nachweisbarkeit entspricht. Die Geiger-Nuttalsche Beziehung liefert für diese Halbwertszeit eine Bindungsenergie von $B_\alpha = -3$ MeV. Dieser Wert stellt also eine untere Grenze von B_α dar.

Um den Einfluss des Parameters B_α deutlich hervortreten zu lassen, wurde im folgenden das nukleare Ausbeuteverhältnis $a(\gamma, \alpha)/a(\gamma, n)$ für verschiedene angenommene Werte von B_α berechnet und mit dem Experiment verglichen. Im weiteren wurden zur Berechnung der Funktionen f^* die von WEISSKOPF und BLATT⁸⁾ zusammengestellten Einfangquerschnitte für Alphateilchen bzw. Neutronen

benützt. (Kernradius $R = r_0 \cdot A^{1/3}$, $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-13}$ cm). Der ebenfalls in f^* eingehenden Niveaudichte des Restkerns wurde die Formel

$$\omega_R(E) = C(A) \exp(2 \sqrt{a(A) \cdot E}) \quad (7)$$

mit dem in Fig. 3 dargestellten Verlauf von $a(A)$ zugrunde gelegt. Man erhält Gleichung (7), indem man den Logarithmus der Niveaudichte als Entropie des Kernsystems auffasst und für die Anregungsenergie E eine quadratische Abhängigkeit von der „Kerntemperatur“ annimmt. Die Konstanten $C(A)$ und $a(A)$ sind dem vorhandenen empirischen Material angepasst, wobei allerdings für ihre endgültige Wahl noch ein grosser Spielraum frei bleibt. Im vorliegenden

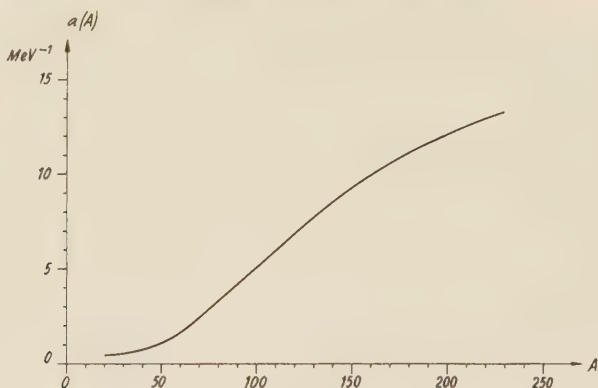


Fig. 3.

Parameter $a(A)$ der Niveaudichte-Formel Gleichung (7) in Abhängigkeit vom Atomgewicht A .

Fall hängt das endgültige Ergebnis der Rechnung praktisch überhaupt nicht vom Parameter $C(A)$ ab. Auch auf Änderungen im Werte von $a(A)$ ist das Resultat nicht sehr empfindlich, wie im folgenden noch gezeigt werden soll. Das rührt daher, dass nur das *Verhältnis* der Funktionen, f_α/f_n , in die Rechnung eingeht. Ferner ist noch zu bemerken, dass der Eigenschaft des Restkerns, geradzahlig oder ungeradzahlig in der Neutronen- bzw. Protonenzahl zu sein, in Gleichung (7) in roher Weise Rechnung getragen wurde: die Niveaudichte erhält zusätzlich einen Faktor κ , wenn der Restkern vom Typus (u, u) , bzw. $1/\kappa$, wenn er vom Typus (g, g) ist. (Im Falle (u, g) , (g, u) ist keine Korrektur anzubringen.) Bei der Bestimmung der theoretischen Wirkungsquerschnitte wurde durchwegs mit $\kappa = 2$ gerechnet. Bei den vorliegenden Kernen liegen die Verhältnisse so, dass für Ge^{73} κ im Endresultat linear in den Zähler, in allen übrigen Fällen dagegen linear in den Nenner eingeht.

Eine weitere, nicht ganz selbstverständliche Voraussetzung der Rechnung ist die folgende: Die im Photoprozess ausgelösten Alpha-teilchen werden gleich behandelt wie Nukleonen, d. h. die Alpha-teilchen werden im Kern als *präformiert* angenommen.

Nachstehend sind die mit der statistischen Theorie erhaltenen Ergebnisse für jeden der untersuchten Kerne gesondert zusammengestellt und besprochen. Je nach der Zweckmässigkeit und dem Vorliegen von empirischem Material wurden für die Berechnung der Ausdrücke (6) bzw. (6a) entweder Messungen der im (γ , n)-Prozess induzierten Aktivität oder Bestimmungen der totalen Neutronenausbeute benützt. In einigen Fällen standen sowohl Aktivitäts- wie auch Neutronenmessungen zur Verfügung. Diese konnten zu einer Prüfung der Konsistenz des ganzen Auswerteverfahrens benützt werden. Das gilt insbesondere für das Isotop Sb^{121} , welches von uns deshalb eingehend untersucht wurde, und für welches wir auch die Rechnung unter mehreren verschiedenen Annahmen durchgeführt haben. Aus diesem Grunde sollen die Auswertungen für Sb^{121} im folgenden an erster Stelle diskutiert werden.

1. Sb^{121} .

Die verschiedenen Parameter, welche in die Gleichung (6) eingehen, lassen sich beim gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse nur

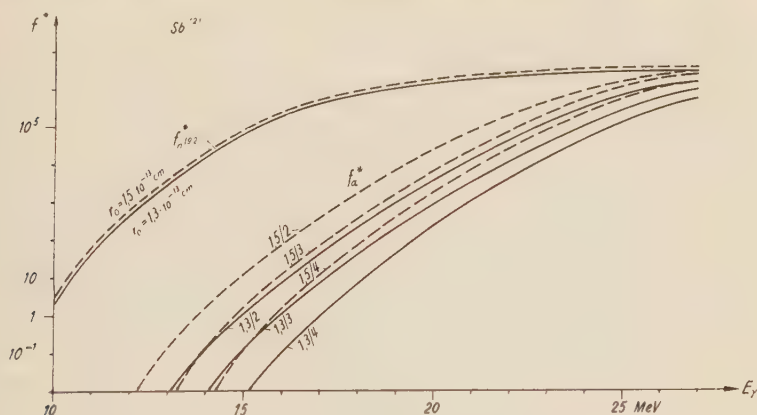


Fig. 4.

Die theoretischen Funktionen f_n^* , f_α^* für Sb^{121} .

Die der Kurvenschar f_α^* beigefügten Zahlen bedeuten r_0 (in 10^{-13} cm)/ B_α (MeV).

Die Kurven f_n^* sind für $B_n = 9,2$ MeV gerechnet.

innerhalb gewisser Grenzen fixieren. Ihr Einfluss auf das Endergebnis und damit auch die Brauchbarkeit des für den Vergleich mit dem

Experiment eingeschlagenen Verfahrens wurde an diesem Kern eingehend untersucht. Fig. 4 zeigt die theoretischen Funktionen f_n^* und f_α^* , letztere für drei verschiedene Annahmen über die Alphabindungsenergie: $B_\alpha = 2, 3, 4$ MeV und zwei verschiedene Werte von $r_0: r_0 = 1,3$ und $1,5$ (in der Einheit 10^{-13} cm). Fig. 5 enthält die einzelnen

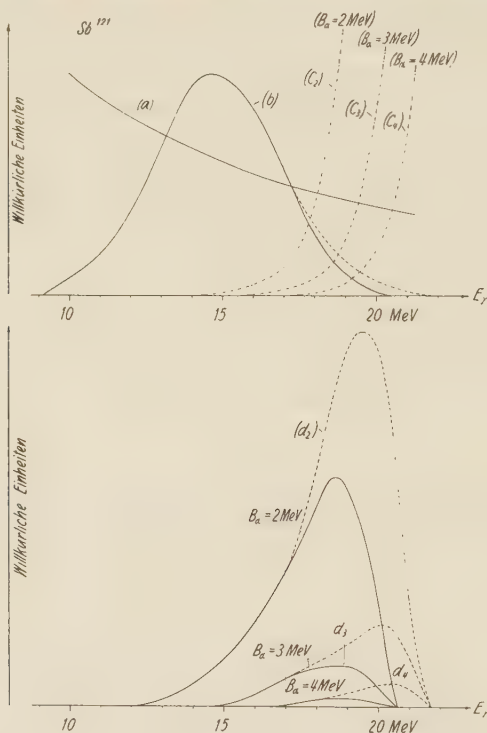


Fig. 5.

Faktoren des Integranden von Gleichung (6) für Sb^{121} .

(a) Schiffspektrum $N(E_\gamma)$.

(b) $\sigma(\gamma, n)$ — Aktivitätsmessung, aus der totalen Neutronenausbeute berechnet, Variation der gemessenen integralen (γ, n) -Ausbeute, gemäss Fig. 6:

(c2) (c3) (c4) theoretische Funktionen f_α^*/f_n^* für $B_\alpha = 2, 3, 4$ MeV.

(d2) (d3) (d4) Integrand von Gleichung (6) für $B_\alpha = 2, 3, 4$ MeV.

— Aktivitätsmessung (γ, n) .

--- Variation der gemessenen integralen (γ, n) -Ausbeute gemäss Fig. 6.

Faktoren, aus denen sich der Integrand im Zähler der Gleichung (6) zusammensetzt, in Abhängigkeit von der Quantenenergie E_γ . Die Kurven a, b, c stellen dar: (a) das Schiffspektrum $N(E)$, (b) den (γ, n) -Querschnitt $\sigma_{(\gamma, n)}(E_\gamma)$, (c) das Verhältnis f_α^*/f_n^* . Der Integrand im Zähler von Gleichung (6) (Kurve d) ist sehr empfindlich auf den Verlauf von $\sigma_{(\gamma, n)}(E_\gamma)$, speziell für hohe Quantenenergien ($18 \leq E_\gamma$).

≤ 22 MeV). Auf die Bestimmung des (γ , n)-Querschnitts wurde deshalb besondere Sorgfalt gelegt. Die Messung der Ausbeute der Reaktion $\text{Sb}^{121}(\gamma, n)$ liefert in Abhängigkeit von der Grenzenergie des Betatrons zunächst einmal eine integrale Anregungskurve. Fig. 6 (ausgezogene Kurve) gibt die entsprechenden Messungen von KATZ und CAMERON⁹) wieder. Der von den genannten Autoren aus der

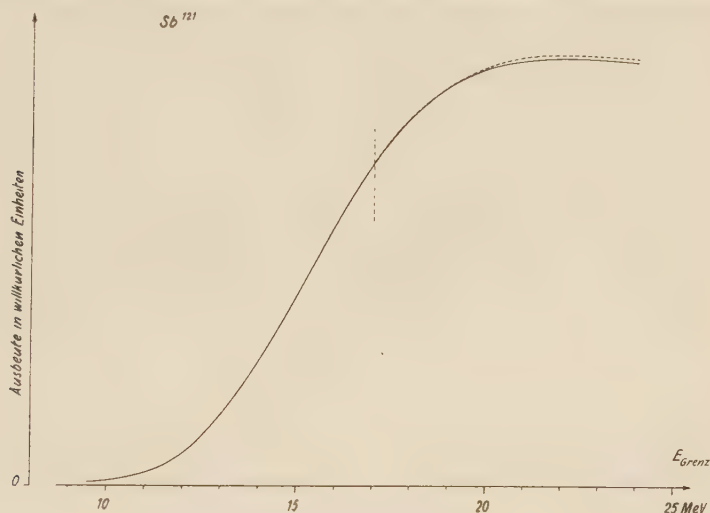


Fig. 6.

Integrale Ausbeute für den Prozess Sb^{121} .

— gemessene Kurve. --- um bis zu 1% erhöhte Ausbeute als Vergleichskurve.

gemessenen Kurve berechnete Wirkungsquerschnitt $\sigma_{(\gamma, n)}(E_\gamma)$ ist in Fig. 5 (ausgezogene Kurve b) eingezeichnet. Als zweite Methode zur Bestimmung von $\sigma(\gamma, n)$ wurde die Messung der totalen Neutronenausbeute benützt. Der für die Gesamtzahl der emittierten Neutronen massgebende Wirkungsquerschnitt setzt sich aus den Querschnitten sämtlicher zur Neutronenproduktion beitragenden Prozesse in folgender Weise zusammen:

$$\sigma_{\text{tot}} = \sigma(\gamma, n) + 2 \sigma(\gamma, 2n) + \sigma(\gamma, np) + \sigma(\gamma, n\alpha) + \dots$$

Daraus ergibt sich unmittelbar

$$\sigma(\gamma, nx) = \sigma_{\text{tot}} - \sigma(\gamma, 2n).$$

Aus der statistischen Theorie lässt sich sowohl das Verhältnis

$$\sigma(\gamma, 2n)/\sigma(\gamma, nx) \quad \text{als auch} \quad \sigma(\gamma, n)/\sigma(\gamma, nx)$$

berechnen. Damit kann man aus dem gemessenen σ_{tot} auf $\sigma(\gamma, n)$ und $\sigma(\gamma, nx)$ schliessen.

Wir haben auf diese Weise für Sb^{121} den (γ, n) -Querschnitt aus der von MONTALBETTI, KATZ und GOLDBERG¹⁰⁾ gemessenen totalen Neutronenausbeute berechnet. Die so erhaltene, bei 17 MeV angeschlossene Kurve ist in Fig. 5 ebenfalls (punktiert) eingetragen. Die Übereinstimmung mit der aus den Aktivitätsmessungen direkt gewonnenen Kurve ist hier ausgezeichnet.

Um ferner einen Anhaltspunkt über den Einfluss allfälliger Messfehler auf das Endresultat zu erhalten, haben wir die mit der Akti-

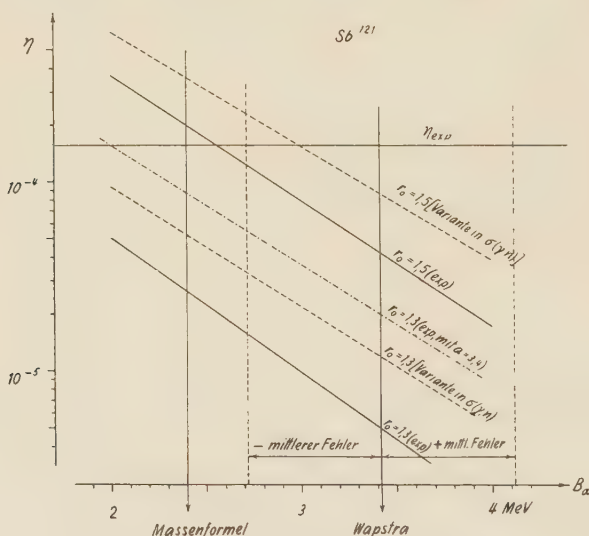


Fig. 7.

Verhältnis der nuklearen Ausbeuten.

$\eta = a(\gamma, \alpha)/a(\gamma, n)$ für Sb^{121} . [Variante in $\sigma(\gamma, n)$]: Kurve basiert auf erhöhter integraler Ausbeute gemäss Fig. 6. (exp.): Kurve basiert auf Aktivitätsmessung bzw. totaler Neutronenausbeute. (exp. mit $a = 3,4$): Kurve basiert auf $a(A) = 3,4$ anstatt 6,8 wie bei allen übrigen Kurven.

vitätsmessung erhaltene Ausbeutekurve im obersten Teil ($E_{\text{Grenz}} > 17$ MeV) etwas abgeändert (s. gestrichelte Kurve, Fig. 6) und mit dieser Kurve den Verlauf des (γ, n) -Querschnitts nochmals bestimmt. Die variierte Kurve wurde so gewählt, dass sie innerhalb eines mittleren Fehlers von 1% der ursprünglichen Messkurve zu liegen kam, was etwa der oberen Grenze der Genauigkeit solcher Messungen entspricht. Das Resultat dieser Variation ist in den Fig. 5 und 7 (gestrichelt) eingezeichnet. Die Fig. 7 zeigt, als Endergebnis der Rechnung, das Verhältnis η , d. i. die durch Integration über das Schiffspektrum erhaltene nukleare Ausbeute für den (γ, α) -Prozess, $a(\gamma, \alpha)$, dividiert durch $a(\gamma, n)$. η ist in Funktion der Alphabindungs-

energie B_α sowohl für die Werte $r_0 = 1,3$ und $1,5$ (in der Einheit 10^{-13} cm) als auch für die verschiedenen Kurven (b), welche den Verlauf von $\sigma(\gamma, n)$ wiedergeben, aufgetragen. Auch der Einfluss einer Halbierung der Konstanten $a(A)$ in der Formel (7) für die Niveaudichte ω_R ist in der Figur noch angedeutet. Wie diese Darstellung zeigt, ist durch die Unsicherheit der in die Rechnung eingehenden Parameter einerseits und die Messgenauigkeit der dem Experiment entnommenen Anregungskurven andererseits der Spielraum, innerhalb dessen sich der Quotient η bei Gültigkeit der statistischen Theorie noch bewegen kann, durch rund einen Faktor 60 gegeben. Der experimentelle Wert η_{exp} liegt für Sb^{121} noch knapp innerhalb dieses Spielraums.

Wie im folgenden noch gezeigt werden soll, besteht das Hauptergebnis der vorliegenden Arbeit im Nachweis, dass auch in allen andern untersuchten Fällen der experimentell gefundene Wert η_{exp} sich innerhalb der gleichen, durch die Theorie bedingten, ein bis zwei Größenordnungen umfassenden Schranken bewegt.

2. V^{51} .

An V^{51} wurde die totale Neutronenausbeute von GOLDENBERG und KATZ¹¹⁾ für Quantenenergien zwischen 12 und 24 MeV gemessen. Daraus lässt sich der entsprechende Wirkungsquerschnitt σ_{tot} wie unter 1. bestimmen. Aus der Theorie haben wir ferner das Verhältnis $\sigma(\gamma, 2n)/\sigma(\gamma, nx)$ entnommen und damit den Querschnitt $\sigma(\gamma, nx)$ berechnet. Mit diesem $\sigma(\gamma, nx)$ sowie der theoretischen Funktion

$$\frac{f_\alpha^*(E_\gamma - B_\alpha)}{f_n(E_\gamma - B_n)} = \left[\frac{\sigma(\gamma, \alpha)}{\sigma(\gamma, nx)} \right]_{\text{th}}$$

erhält man den gewünschten theoretischen Wert von $\sigma(\gamma, \alpha)$ allein:

$$\sigma(\gamma, \alpha)_{\text{th}} = \sigma(\gamma, nx) [\sigma(\gamma, \alpha)/\sigma(\gamma, nx)]_{\text{th}}.$$

Durch Integration über das Bremsspektrum ergibt sich weiter die nukleare Ausbeute

$$a_{\text{V}^{51}}(\gamma, \alpha)_{\text{th}} = \int_0^{31 \text{ MeV}} N(E_\gamma) \sigma(\gamma, \alpha)_{\text{th}} dE_\gamma.$$

In gleicher Weise lässt sich aus dem der Literatur entnommenen, experimentell sehr gut bekannten Verlauf des (γ, n) -Querschnittes für Kupfer durch Integration über das Spektrum die entsprechende nukleare Ausbeute $a^{\text{Cu}^{63}}(\gamma, n)$ berechnen. In Fig. 8 ist das Verhältnis $[a^{\text{V}^{51}}(\gamma, \alpha)_{\text{th}}/a^{\text{Cu}^{63}}(\gamma, n)]$ in Funktion des Parameters B_α auf-

getragen. Das direkt dem Experiment entnommene Verhältnis wird durch die horizontale Gerade dargestellt. Wie man aus der Figur ersieht, übertrifft das experimentell bestimmte nukleare Ausbeuteverhältnis das theoretische um den Faktor 2, 5.

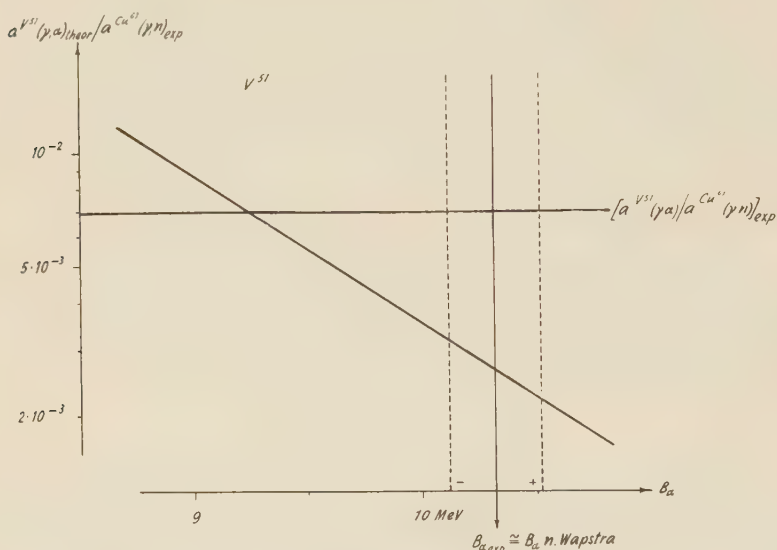


Fig. 8.

Nukleare Ausbeute der (γ, α) -Reaktion an V^{51} in Abhängigkeit von B_{α} . Als Einheit dient die im Prozess $Cu^{63}(\gamma, n)$ gemessene nukleare Ausbeute. Die gestrichelten Vertikalen bedeuten den von WAPSTRA (loc. cit.) angegebenen mittleren Fehler.

3. Ge^{73} .

Da der (γ, n) -Prozess an diesem Isotop auf einen stabilen Kern führt, ist es nicht möglich, den Verlauf des (γ, n) -Querschnitts durch Aktivitätsmessungen zu ermitteln. Messungen der totalen Neutronenausbeute liegen ebenfalls keine vor. Im Hinblick auf den kleinen Anteil des Isotops Ge^{73} ($\sim 8\%$) am natürlichen Isotopengemisch dieses Elements wären sie für unsern Zweck auch nicht sehr brauchbar. Das nächstgelegene Nachbarisotop, welches auf eine bequem messbare (γ, n) -Aktivität führt, ist Ge^{76} . Dieses unterscheidet sich von Ge^{73} um 3 Neutronen, besitzt dementsprechend eine um rund 3 MeV höhere Bindungsenergie und dürfte einen von Ge^{73} stark verschiedenen Verlauf im Querschnitt $\sigma_{(\gamma, n)}(E_{\gamma})$ aufweisen. Es erschien uns deshalb am zweckmässigsten, zwischen den experimentell bekannten totalen Neutronenausbeuten (σ_{tot}) der Nachbarelemente Cu, Zn und As zu interpolieren und aus der so

gewonnenen Interpolationskurve für $\sigma_{\text{tot}}(\text{Ge})$ mit Hilfe der statistischen Theorie (analog wie bei V^{51}) $\sigma(\gamma, nx)$ und daraus $\sigma(\gamma, \alpha)_{\text{th}}$ zu berechnen. Fig. 9 zeigt die in dieser Weise gewonnene Kurve für

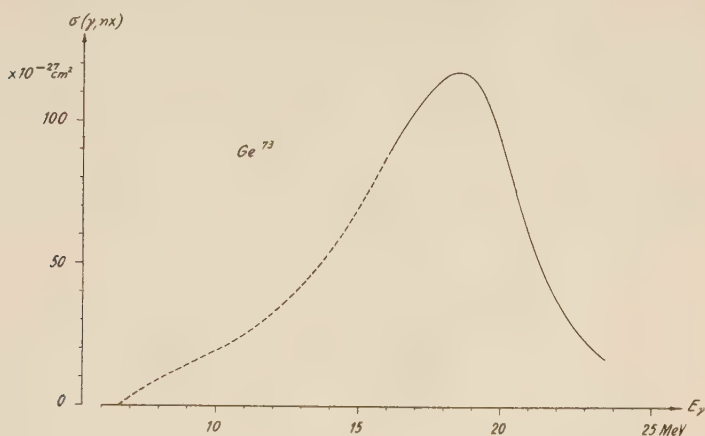


Fig. 9.

Photonuklearer Querschnitt $\sigma(\gamma, nx)$ für Neutronenemission einschliesslich allfällig nachfolgender Teilchen für Ge^{73} (aus Nachbarelementen interpoliert).

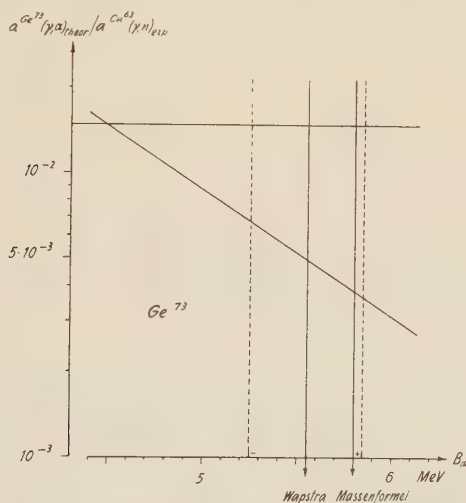


Fig. 10.

Nukleare Ausbeute der (γ, α) -Reaktion an Ge^{73} in Abhängigkeit von B_α . Als Einheit dient die im Prozess $\text{Cu}^{63}(\gamma, n)$ gemessene Ausbeute. Die gestrichelten Vertikalen bedeuten den von WAPSTRA (loc. cit.) angegebenen mittleren Fehler.

$\sigma_{(\gamma, nx)}(E_\gamma)$ und Fig. 10 die relativ zu Cu^{63} genommene nukleare Ausbeute. Die Diskrepanz zwischen Theorie und Experiment bewegt sich hier um einen Faktor 3 herum.

4. In¹¹⁵.

Der experimentelle Verlauf des (γ, n) -Querschnitts wurde für dieses Isotop von GOLDEMBERG und KATZ¹²⁾ durch Aktivitätsmessungen erhalten. Er ist in Fig. 11 (ausgezogene Kurve) dargestellt. Daneben existieren auch noch Messungen der totalen Neutronenausbeute¹⁰⁾, aus denen der in der Figur ebenfalls (punktiert) eingezeichnete Querschnitt σ_{tot} folgt. Der unter ausschliesslicher

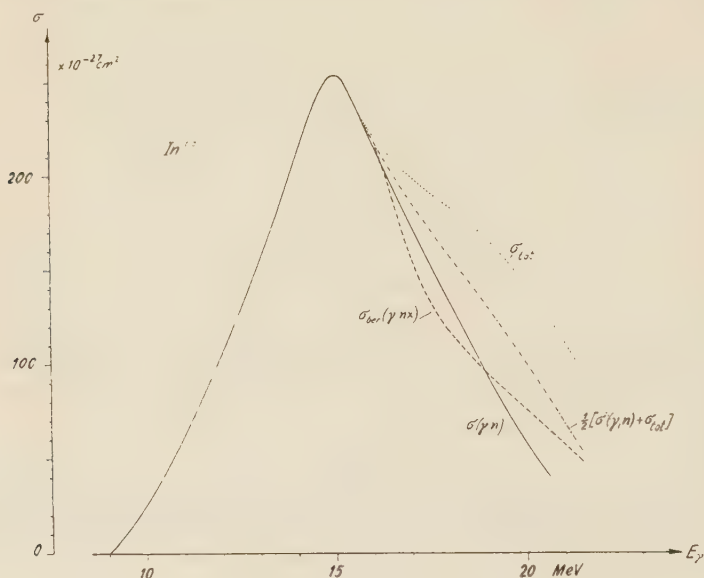


Fig. 11.

Photonukleare Querschnitte für In¹¹⁵.

- $\sigma(\gamma, n)$, experimenteller (γ, n) -Querschnitt.
- σ_{tot} , für die experimentelle totale Neutronenausbeute massgebender Querschnitt.
- - - - - Mittelwert aus $\sigma(\gamma, n)$ und σ_{tot} .
- - - $\sigma_{\text{ber}}(\gamma, nx)$, aus σ_{tot} mittelst der statistischen Theorie berechneter Querschnitt $\sigma(\gamma, nx)$.

Verwendung der experimentellen Kurve für σ_{tot} nach der statistischen Theorie berechnete Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma, nx)$ ist in der Figur gestrichelt angegeben.

Bei einem schweren Element wie Indium verhindert der Coulombwall den Austritt geladener Teilchen in so hohem Masse, dass die Beiträge $\sigma(\gamma, np) + \sigma(\gamma, pn) + \dots$ zu σ_{tot} vernachlässigt werden dürfen. (Die nach der statistischen Theorie berechnete Summe dieser Querschnitte beträgt weniger als 1⁰/₁₀₀ von σ_{tot}). In dieser Näherung ergibt sich nun $\sigma(\gamma, nx)$, ohne jede Bezugnahme auf die

Theorie, einfach aus der Summe der experimentellen Grössen $\sigma(\gamma, n)$ und σ_{tot}

$$\sigma(\gamma, nx) \cong \frac{1}{2} [\sigma(\gamma, n) + \sigma_{\text{tot}}].$$

Dieser in der Figur strichpunktiert angedeutete Querschnitt führt für die gesuchte Grösse

$$\sigma(\gamma, \alpha)_{\text{theor}} = \sigma(\gamma, nx) \frac{f_{\alpha}^*(E_{\gamma} - B_{\alpha})}{f_n(E_{\gamma} - B_n)}$$

auf ein Resultat, welches eine um 15% grössere (γ, α)-Ausbeute liefert als die erstbeschriebene Methode. Dem in Fig. 12 aufgetragenen

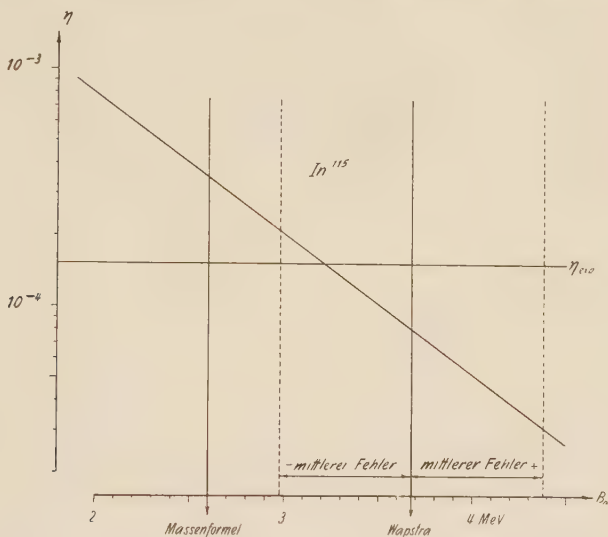


Fig. 12.

Verhältnis der nuklearen Ausbeuten $\eta = a(\gamma, \alpha)/a(\gamma, n)$ in Abhängigkeit von B_{α} für In^{115} .

Verhältnis $\eta = a(\gamma, \alpha)_{\text{theor}}/a(\gamma, n)_{\text{exp}}$ ist der Mittelwert der beiden Resultate zugrunde gelegt. Der ebenfalls eingezeichnete experimentelle Wert für η ist je nachdem, ob man den mit der Massenformel berechneten oder den der Arbeit von WAPSTRA und HUIZINGA (loc. cit.) entnommenen Wert für B_{α} zugrunde legt, gegenüber dem theoretischen um einen Faktor 2,6 zu klein, bzw. 1,9 zu gross.

5. Tl^{203} .

Bei Thallium erweist es sich als zweckmässig, ausschliesslich von der totalen Neutronenausbeute und dem zugehörigen Wirkungsquerschnitt σ_{tot} auszugehen und daraus nach der statistischen Theorie

$\sigma(\gamma, nx)$ zu berechnen. Bei den schweren Elementen ist nämlich, wie bereits erwähnt, in dem für den (γ, α) -Prozess massgebenden Energiegebiet der (γ, n) -Prozess praktisch vollständig abgeklungen und durch die $(\gamma, 2n)$ -Reaktion ersetzt worden. Infolgedessen führen bereits minime Messfehler in der integralen (γ, n) -Ausbeute zu erheblichen relativen Fehlern für den daraus berechneten, nahezu auf Null gesunkenen Wirkungsquerschnitt. Messungen der totalen Neutronenausbeute liegen für die Elemente Au, Pb und Bi vor¹⁰⁾, die Messergebnisse (ausgezogene Kurve, σ_{tot}) sind in Fig. 13 wiedergegeben. In der

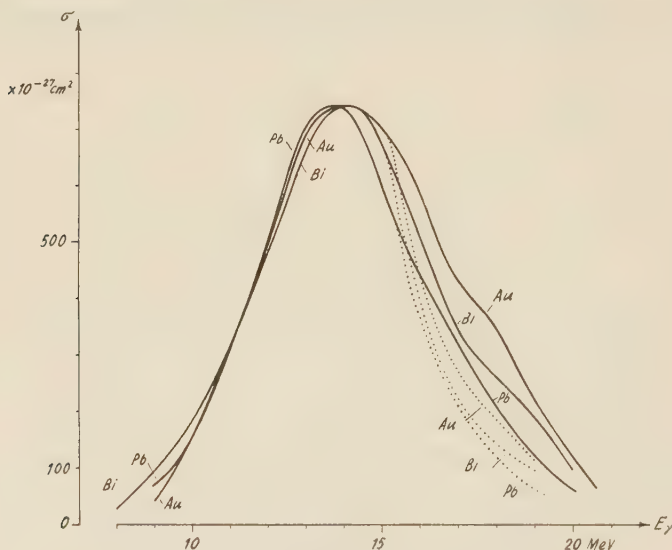


Fig. 13.

- — — Aus Messungen der totalen Neutronenausbeute bestimmte Wirkungsquerschnitte σ_{tot} für Au, Pb, Bi.
 Aus σ_{tot} mit der statistischen Theorie berechnete Querschnitte $\sigma(\gamma, nx)$.

Figur sind die Kurven für σ_{tot} einander in der Höhe des Maximums angeglichen: berechnet man nämlich aus den ursprünglichen Kurven unter Anwendung der statistischen Theorie die zugehörigen Querschnitte $\sigma(\gamma, nx)$, so erhält man für dieselben, entsprechend der Abhängigkeit der totalen Neutronenausbeute von der Massenzahl, Kurven mit etwas verschiedener Höhe. Ihre Halbwertsbreiten dagegen erweisen sich als praktisch gleich. Dieser empirische Befund erlaubt, die Querschnitte $\sigma(\gamma, nx)$ der in Frage stehenden Elemente in erster Näherung als nur um konstante Faktoren verschieden anzusetzen. Da solche konstante Faktoren bei der Berechnung von η gemäss Gleichung (6), (6a) herausfallen, so ist die in Fig. 13 angewandte Normierung gerechtfertigt. Die in dieser Weise normierten Kurven

für $\sigma(\gamma, nx)$ (punktiert) zeigen einen nahezu übereinstimmenden Verlauf. Die durch Mittelwertbildung derselben gewonnene, als zweite Näherung anzusprechende Kurve wurde dem Thallium zugeordnet. Da für Thallium keine experimentellen (γ, n) -Anregungskurven vorliegen, wurde aus der auf diese Weise bestimmten Funktion $\sigma(\gamma, nx)(E_\gamma)$ mit der statistischen Theorie weiterhin das zur Auswertung des Nenners in Gleichung (6) benötigte $\sigma(\gamma, n)$ berechnet. In Fig. 14 ist das theoretische nukleare Ausbeuteverhältnis η in Abhängigkeit von B_α zusammen mit dem experimentellen Wert aufgetragen.

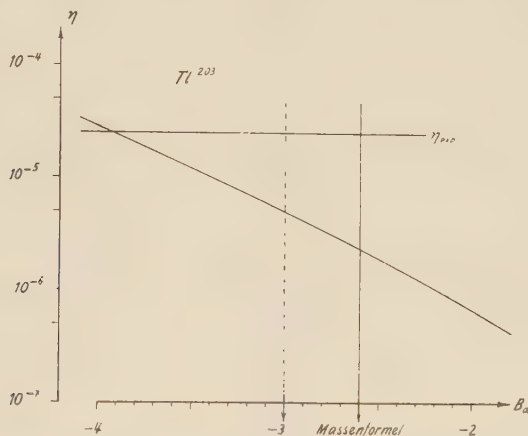


Fig. 14.

Verhältnis der nuklearen Ausbeuten $\eta = a(\gamma, \alpha)/a(\gamma, n)$ in Abhängigkeit von B_α für Tl^{203} . Der Pfeil bei $B_\alpha = -3$ MeV bezeichnet die Grenze der Nachweisbarkeit des α -Zerfalls.

Bei Thallium musste erstmals berücksichtigt werden, dass die Niveaubreite Γ_γ für γ -Emission auch oberhalb der Schwellenenergie für Neutronenemission die Neutronenbreite Γ_n übertrifft. Das wirkt sich als „scheinbare“ Erhöhung der Neutronenschwelle um etwa 1 MeV aus und erhöht das Endresultat für η gegenüber einer Rechnung, welche diesen Effekt vernachlässigt, um 20%. Die Unsicherheit in der Fixierung von B_α erschwert in diesem Fall den Vergleich. Doch auch bei diesem schweren Kern stimmen Rechnung und Experiment in der Größenordnung überein.

IV. Auswertung der Messungen anderer Autoren.

Wie bereits (unter I.) erwähnt wurde, liegen für Cu^{65} , Br^{81} , Rb^{87} und Ag^{109} differentielle Anregungskurven für den (γ, α) -Prozess vor. Die entsprechenden theoretischen Kurven stellen bis auf den Faktor $N(E_\gamma)$ den Integranden des Zählers in Gleichung (6) dar. Sie

lassen sich bei Kenntnis von $\sigma(\gamma, n)$ oder σ_{tot} , wie unter III. ausgeführt, aus der statistischen Theorie berechnen. Die Fig. 15 bis 19 zeigen sowohl die der Literatur (loc. cit.) entnommenen experimentellen als auch die berechneten Kurven. Den letzteren liegen die der Arbeit von WAPSTRA entnommenen Werte für die Bindungsenergien B_α (Tabelle 2) zugrunde. Einer Diskussion dieser Resultate ist vor auszuschicken, dass die Form dieser Kurven äusserst

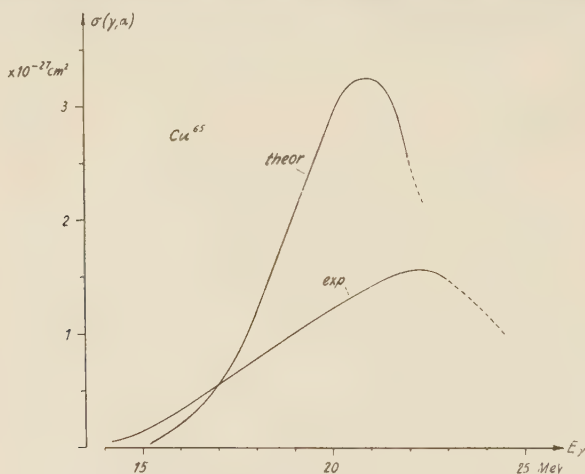


Fig. 15.

Experimenteller (exp) und theoretischer (theor) (γ, α) -Querschnitt für Cu^{65} .

empfindlich auf jede Variation im Verlauf der nur integral messbaren Ausbeutekurven ist. Zu den einzelnen Kernen ist folgendes zu bemerken.

1. Cu^{65} .

Hier (s. Fig. 15) ist die Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment sehr befriedigend, indem die Position des Maximums im Wirkungsquerschnitt eine Diskrepanz von etwa 1,5 MeV aufweist und das Maximum selbst nach der Theorie um einen Faktor 2 grösser ausfällt als die Messung. Der für die Rechnung benötigte (γ, n) -Querschnitt wurde den Messungen von KATZ und CAMERON⁹⁾ entnommen.

2. Br^{81} .

Die ursprünglich von KATZ und Mitarbeitern¹³⁾ gemessene (γ, n) -Ausbeute liefert einen viel zu grossen theoretischen Wirkungsquerschnitt für den (γ, α) -Prozess. Da die von diesen Autoren publizierte Kurve für $\sigma_{(\gamma, n)}(E_\gamma)$ gegen hohe Quantenenergien hin wesentlich

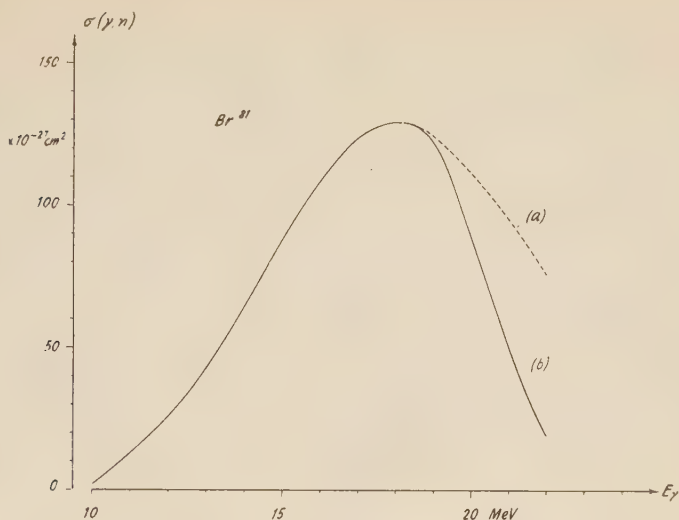


Fig. 16.

Experimenteller (γ, n) -Querschnitt für Br^{81} . Die Kurve stellt die Summe aus den Partialquerschnitten für das 4,4 hr-Isomer und den 17 min-Grundzustand dar:

- — — (a) nach KATZ u. a. (loc. cit.).
 ————— (b) nach eigenen Messungen.

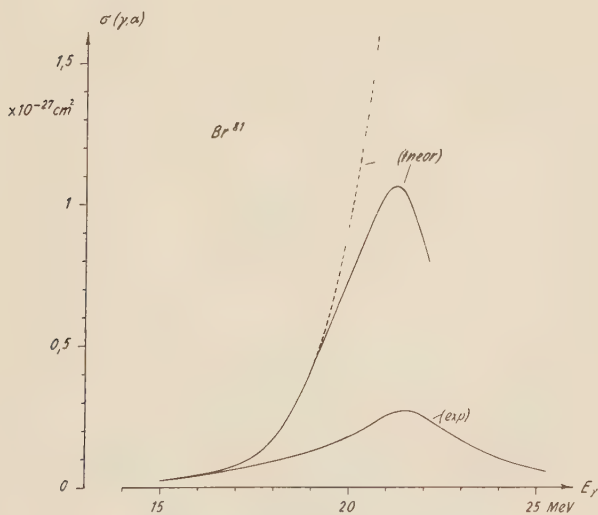


Fig. 17.

Experimenteller (exp) und theoretischer (theor) (γ, α) -Querschnitt für Br^{81} . Die gestrichelte Kurve beruht auf den (γ, n) -Messungen von KATZ u. a. (Kurve (a) von Fig. 16).

langsamer abfällt als bei den meisten anderen Kernen, so lag hier die Vermutung nahe, dass die gemessene integrale Ausbeutekurve bei hohen Grenzenenergien fehlerhaft ist. Wir haben deshalb die entsprechende Messung mit dem aus Fig. 16 ersichtlichen Resultat wiederholt. Die aufgetragenen Werte entsprechen der Summe aus den Partialquerschnitten für den 17 min-Grundzustand und das 4,4 hr-Isomer. Kurve *a* ist der von KATZ und Mitarbeitern publizierte Wirkungsquerschnitt, Kurve *b* der aus unseren Messungen berechnete. In Fig. 17 sind die diesen Kurven entsprechenden theoretischen (γ, α) -Querschnitte zusammen mit der experimentellen Kurve aufgetragen. Der auf der rektifizierten Messung basierende theoretische (γ, α) -Querschnitt ist jetzt im Maximum noch viermal grösser als der experimentelle, und die Lage der Maxima ist um 0,5 MeV gegeneinander verschoben.

3. Rb⁸⁷.

Der für die theoretische Rechnung benötigte experimentelle Verlauf des (γ, n) -Querschnitts wurde in dem für den (γ, α) -Prozess empfindlichen Energiebereich, d. h. oberhalb des Maximums im (γ, n) -Querschnitt, durch eigene Messungen ermittelt. Fig. 18,

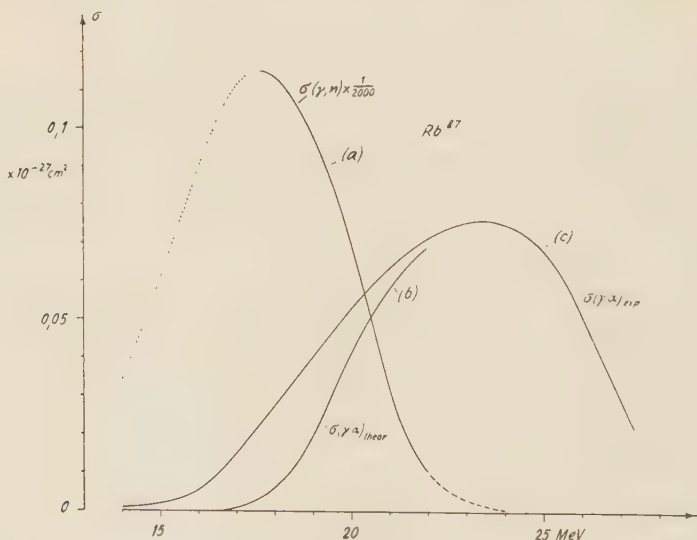


Fig. 18.

Wirkungsquerschnitte für Rb⁸⁷.

- (a) experimenteller (γ, n) -Querschnitt.
- (b) theoretischer, unter Benützung von (a) berechneter (γ, α) -Querschnitt.
- (c) experimenteller (γ, α) -Querschnitt.

Kurve (a), zeigt den aus der experimentellen Ausbeutekurve bestimmten Verlauf von $\sigma_{(\gamma, n)}(E_\gamma)$. Die Kurve ist im Maximum an die Messung von KATZ, BAKER und MONTALBETTI¹⁴) (punktiert) angeschlossen. Kurve (b) stellt den mit (a) berechneten theoretischen Verlauf für $\sigma(\gamma, \alpha)$ dar und Kurve (c) schliesslich den von HASLAM u. a. (loc. cit.) gemessenen (γ, α) -Querschnitt. Die einander entsprechenden Kurven (b) und (c) weichen nur unwesentlich voneinander ab. Da bei Rubidium das Maximum der experimentellen Kurve für $\sigma(\gamma, \alpha)$ um rund 2 MeV höher liegt als bei den übrigen gemessenen Kernen, so werden hier an die Messungen der (γ, n) -Ausbeute besonders hohe Anforderungen gestellt. In Fig. 18 sind die Kurven nur soweit ausgezogen gezeichnet, als auf Grund der Messgenauigkeit verantwortet werden kann. Für den punktiert gezeichneten Rest könnten Abweichungen in $\sigma(\gamma, \alpha)$ bis zu einem Faktor 2 nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden.

4. Ag^{109} .

In Fig. 19, Kurve (a), ist der Verlauf des (γ, α) -Querschnitts nach den Messungen von LABOULAYE und BEYDON (loc. cit.) aufgetragen.

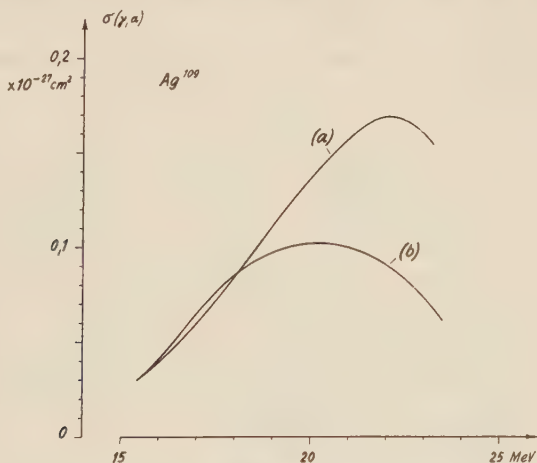


Fig. 19.

Experimenteller (a) und theoretischer (b) (γ, α) -Querschnitt für Ag^{109} .

Die Autoren führen zu dieser Messung an, dass der entsprechende theoretische Querschnitt gegenüber dem experimentellen um rund einen Faktor 1000 zu klein ausfällt. Diese Feststellung ist unzutreffend. Kurve (b) zeigt den von uns nach der statistischen Theorie

berechneten Verlauf des (γ, α) -Querschnitts für Ag^{109} . Die Diskrepanz beträgt im Maximum weniger als einen Faktor 2. Als Unterlagen für die Rechnung standen sowohl Aktivitätsmessungen zur Bestimmung der (γ, n) -Ausbeute an $\text{Ag}^{109\ 15)}$, als auch Messungen der totalen Neutronenausbeute ($\sigma_{\text{tot}}^{\text{Ag}}$) am natürlichen Isotopengemisch zur Verfügung¹²⁾. Die Verwendung der letzteren erfordert allerdings eine Annahme über den Beitrag der einzelnen Silberisotope zu $\sigma_{\text{tot}}^{\text{Ag}}$. Wir haben die Rechnung unter der Voraussetzung durchgeführt, dass 1. die Kurven für den Querschnitt von $\sigma(\gamma, nx)^{107}$ und $\sigma(\gamma, nx)^{109}$ sich nur um einen konstanten Faktor unterscheiden und dass 2. dieser Faktor sich, wie das durch den Gang der Neutronenausbeute mit der Massenzahl nahegelegt wird, als (Verhältnis der Massenzahlen)^{5/3 12)} bestimmt. Der mit diesen Annahmen ermittelte Wirkungsquerschnitt $\sigma(\gamma, nx)$ (Ag^{109}) unterscheidet sich von dem aus den Aktivitätsmessungen berechneten um maximal 20%. Die unter Verwendung des Mittelwerts aus beiden Resultaten berechnete theoretische Kurve für $\sigma(\gamma, \alpha)$ zeigt Fig. 19 (b).

V. Zusammenfassung und Diskussion.

Die vorliegende Untersuchung der (γ, α) -Reaktion erstreckt sich über 9 Kerne mit Massenzahlen zwischen 51 und 203. Die Messresultate sind zusammen mit den Ergebnissen der statistischen Theorie in Tabelle 3 zusammengestellt. In der Zusammenstellung

Tabelle 3.

Isotop	$\eta = \frac{a(\gamma, \alpha)}{a(\gamma, n)}$		$\frac{a(\gamma, \alpha)}{a(\text{Cu}^{63})(\gamma, n)}$	
	exp.	theoret. Grenzen	exp.	theoret. Grenzen
V ⁵¹			7 · 10 ⁻³	(1—7) · 10 ⁻³
Cu ⁶⁵	7,5 · 10 ⁻³	(4—35) · 10 ⁻³		
Ge ⁷³			15 · 10 ⁻³	(1,4—17) · 10 ⁻³
Br ⁸¹	1,1 · 10 ⁻³	(1—15) · 10 ⁻³		
Rb ⁸⁷	2,9 · 10 ⁻⁴	(0,5—10) · 10 ⁻⁴		
Ag ¹⁰⁹	5,1 · 10 ⁻⁴	(0,6—22) · 10 ⁻⁴		
In ¹¹⁵	1,5 · 10 ⁻⁴	(0,13—5) · 10 ⁻⁴		
Sb ¹²¹	15 · 10 ⁻⁵	(0,2—12) · 10 ⁻⁵		
Tl ²⁰³	23 · 10 ⁻⁶	(0,25—25) · 10 ⁻⁶		

sind auch die nuklearen Ausbeuten für die unter IV. behandelten Isotope aufgeführt. Diese wurden durch Integration des (γ, α) -Querschnitts über das Bremsspektrum (Grenzenergie 31 MeV) be-

rechnet. Für die theoretischen Werte ist direkt der Bereich, innerhalb dessen sich das nukleare Ausbeuteverhältnis äusserstenfalls noch bewegen dürfte, angegeben. Derselbe wurde unter der Annahme berechnet, dass die Einflüsse der Unsicherheit in den Parametern B_α , r_0 , κ und $a(A)$ sich in der logarithmischen Darstellung quadratisch addieren. Was die Schwankungsbreite dieser Grössen selbst anbelangt, so wurde B_α mit dem in der Arbeit von WAPSTRA (loc. cit.) angegebenen mittleren Fehler, $r_0 = 1,4 \pm 0,1 \cdot 10^{-13}$ cm, der gerade-ungerade-Faktor κ zwischen 1 und 4, $a(A)$ gegenüber dem durch Fig. 3 gegebenen Wert um einen Faktor 1/2 bzw. 3/2 verschieden gewählt. Der grosse Wertebereich, innerhalb dessen sich die theoretischen Ausbeuten noch bewegen können, spiegelt sowohl das notwendigerweise approximative, summarische Verfahren der statistischen Theorie als auch die Unsicherheit in den Grössen B_α und r_0 wieder. Die experimentellen Werte halten sich mit einer Ausnahme (Sb¹²¹) innerhalb der theoretischen Grenzen. Experiment und Theorie stimmen auch in der systematischen Abnahme von η mit der Massenzahl überein, welche von Vanadium bis zu Thallium rund einen Faktor 300 beträgt. Über diese in grossen Zügen festzustellende Übereinstimmung hinaus deutet sich bei den schwersten Kernen eine Diskrepanz an, indem die experimentellen Ausbeuten sich gegen die obere theoretische Grenze verschieben. Auf Grund des vorliegenden Materials ist es nicht möglich zu entscheiden, ob diese Diskrepanz reell ist und wenn ja, auf welche Ursache sie zurückzuführen ist. Die auftretenden Abweichungen halten sich anderseits weit unterhalb dessen, was in den als eindeutiger Widerspruch zur statistischen Theorie anerkannten Fällen, d. h. bei den (γ , p)- und den (γ , n)-Prozessen, bei denen das Experiment die Theorie um Faktoren bis zu 1000 übertrifft, beobachtet worden ist. Sie gehen auch, im Gegensatz zu diesen, nicht bei allen untersuchten Kernen in der gleichen Richtung. Dieses Ergebnis spricht dafür, dass die Beschreibung der (γ , α)-Prozesse keinen neuen, in der statistischen Theorie nicht berücksichtigten Reaktionsmechanismus erfordert.

Da ferner die experimentellen Werte gegenüber den theoretischen keine systematische Abweichung nach unten zeigen, so scheint auch die Annahme im Kern präformierter Alphateilchen der Wirklichkeit am besten zu entsprechen.

Herrn Dr. E. SCHUMACHER, Oberassistent am Physikalisch-Chemischen Institut der Universität, sind wir für zahlreiche Ratschläge im Zusammenhang mit den auftretenden chemischen Problemen zu grossem Dank verpflichtet.

Der Schweizerischen Studienkommission für Atomenergie verdanken wir die Überlassung der für diese Arbeit erforderlichen finanziellen Mittel.

Literatur.

- ¹⁾ R. N. H. HASLAM, L. A. SMITH und J. G. V. TAYLOR, Phys. Rev. **84**, 840 (1951); J. G. V. TAYLOR und R. N. H. HASLAM, Phys. Rev. **87**, 1138 (1952).
 - ²⁾ H. DE LABOULAYE und J. BEYDON, C. R. 239, 411 (1954).
 - ³⁾ N. NABHOLZ, P. STOLL und H. WÄFFLER, Phys. Rev. **86**, 1043 (1952).
 - ⁴⁾ G. WILKINSON, Phys. Rev. **79**, 1014 (1950).
 - ⁵⁾ L. J. SCHIFF, S. G. D. ADAMS, Phys. Rev. **74**, 1707 (1948).
 - ⁶⁾ R. SHER, J. HALPERN und A. K. MANN, Phys. Rev. **84**, 387 (1951).
 - ⁷⁾ A. H. WAPSTRA und J. R. HUIZENGA, Physica **21**, 367 (1955).
 - ⁸⁾ V. F. WEISSKOPF und J. M. BLATT, Theoretical Nuclear Physics, John Wiley (1952).
 - ⁹⁾ L. KATZ und A. G. W. CAMERON, Can. Journ. of Phys. **29**, 518 (1951).
 - ¹⁰⁾ R. MONTALBETTI, L. KATZ und J. GOLDEMBERG, Phys. Rev. **91**, 659 (1953).
 - ¹¹⁾ J. GOLDEMBERG und L. KATZ, Can. Journ. of Phys. **32**, 49 (1954).
 - ¹²⁾ J. GOLDEMBERG und L. KATZ, Phys. Rev. **90**, 308 (1953).
 - ¹³⁾ L. KATZ, L. PEASE und H. MOODY, Can. Journ. Phys. **30**, 476 (1952).
 - ⁴⁾ L. KATZ, R. G. BAKER und R. MONTALBETTI, Can. Journ. of Phys. **31**, 250 (1953).
 - ¹⁵⁾ B. C. DIVEN und G. M. ALMY, Phys. Rev. **80**, 407 (1950).
-

Modellunabhängige Beschreibung von Modulationseffekten bei der Kerninduktion

von K. Halbach.

Physikalisches Institut der Universität Fribourg.

(8. XII. 55.)

Zusammenfassung: Es wird eine vom Modell sowie vom Modulationsverfahren unabhängige Beziehung für die Diskussion von Modulationseffekten abgeleitet. Für cos-Modulation mit kleiner Amplitude führt diese zu einem sehr einfachen und übersichtlichen Ausdruck für die durch Modulationseffekte modifizierten Signalformen. Für grosse Modulationsfrequenz wird, unter Berücksichtigung von Sättigungseffekten, eine ebenfalls modellunabhängige Darstellung der Kerninduktionssignale abgeleitet, die besonders für die experimentelle Technik in der hochauflösenden Kerninduktionsspektroskopie von Bedeutung ist.

1. Einleitung.

In den letzten Jahren ist eine ganze Reihe von Untersuchungen¹⁻⁵⁾ über die bei der Kerninduktion auftretenden Modulationseffekte durchgeführt worden. Allen theoretischen Betrachtungen ist folgendes Merkmal gemeinsam: sie gehen entweder von den Blochschen Differentialgleichungen⁶⁾ oder einem Ansatz über die Wechselwirkung der Kerne untereinander und mit ihrer Umgebung aus, d. h. es wird immer ein spezifisches Modell zugrunde gelegt. Für das Verständnis der diskutierten Vorgänge sowie für deren praktische Anwendung ergeben sich daher zwangsläufig folgende Unzulänglichkeiten:

a) Nach durchwegs langwierigen Rechnungen erhält man explizite Ausdrücke für die bei den verschiedenen Versuchsbedingungen zu erwartenden Signalformen. Da diese Endformeln meist relativ kompliziert sind, lassen sich allgemeine Bildungsgesetze nur schwer erkennen.

b) Es ist aus den Endformeln nicht ersichtlich, wie stark Dispersions- und Absorptions-Anteil der Suszeptibilität am Zustandekommen eines Signals beteiligt sind.

c) Die bestehenden Theorien sind nur auf diejenigen Experimente anwendbar, die sich durch das zugrunde gelegte Modell beschreiben lassen. Damit ist besonders eine allgemeine Erfassung von Modulationseffekten bei aufgespaltenen Kerninduktionssignalen ausgeschlossen.

Aus diesen Gründen soll im folgenden eine modellfreie Beschreibung der Modulationseffekte gegeben werden. Entsprechend diesem so allgemein gesetzten Ziel muss dabei, wenigstens im ersten Teil, vorausgesetzt werden, dass das auf die Kerne einwirkende Hochfrequenzfeld so klein ist, dass die von den betrachteten Kernen herrührende Suszeptibilität als unabhängig von der Amplitude des Hochfrequenzfeldes angesehen werden kann, d. h. die Gesamtheit der betrachteten Kerne wird als lineares System behandelt. Man muss also, wie es ohne Bezugnahme auf ein Modell nicht anders möglich ist, auf die Beschreibung von Sättigungseffekten verzichten. Dafür sind aber andererseits die Resultate auf alle linearen Systeme anwendbar, z. B. auf reine Quadrupolresonanz, paramagnetische Resonanz, aber auch auf akustische Messungen, und die hier gewonnenen Resultate lassen sich direkt auf derartige Versuchsanordnungen übertragen.

2. Ableitung einer allgemeinen Beziehung zur Beschreibung von Modulationseffekten.

Ist $M(t)$ die Grösse der in die Beobachtungsrichtung weisenden Komponente des Polarisationsvektors der untersuchten Kerne, so ist zunächst eine Beschreibung des Kernsystems gegeben durch das spezielle Signal $M(t)$, das man erhält, wenn die Hochfrequenzfeldstärke $H_1(t) = \delta(t)$ ist:

$$H_1(t) = \delta(t) \longrightarrow M(t) = f(t).$$

Legt man ein beliebiges Hochfrequenzfeld $H_1(t)$ an, so ist wegen der vorausgesetzten Linearität das Superpositionsprinzip anwendbar, und es wird

$$M(t) = \int_0^{\infty} f(y) H_1(t-y) dy. \quad (1)$$

Macht man speziell $H_1(t) = e^{i\omega t}$, so erhält man aus (1):

$$M(t) = e^{i\omega t} \cdot \int_0^{\infty} f(y) e^{-i\omega y} dy \equiv e^{i\omega t} \cdot F(\omega) \quad (2a)$$

und es gilt natürlich auch die Umkehrformel

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) \cdot e^{i\omega t} d\omega. \quad (2b)$$

$F(\omega) = F_2(\omega) - iF_1(\omega)$ ist im wesentlichen die Suszeptibilität der beobachteten Kerne (bei kleinem statischem Feld H_0 weicht die bei der Blochschen Methode beobachtete Grösse F etwas von der Sus-

zeptibilität ab) und speziell ist $F_1(\omega)$ für die Energieabsorption verantwortlich, $F_2(\omega)$ stellt die Dispersionskurve dar.

Die experimentell meist durch eine Variation des statischen Magnetfeldes realisierte Modulation wird hier durch ein frequenzmoduliertes Hochfrequenzfeld dargestellt:

$$H_1(t) = \cos \varphi(t). \quad (3)$$

In dem Spezialfall der später behandelten cos-förmigen Modulation wäre also beispielsweise:

$$\left. \begin{aligned} \varphi(t) &= \omega_0 t + \beta \sin u; & u &= \omega_M \cdot t \\ \dot{\varphi}(t) &= \omega(t) = \omega_0 + \alpha \cos u; & \alpha &= \omega_M \cdot \beta. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Diese Beschreibung der Modulation des statischen Magnetfeldes durch ein frequenzmoduliertes Hochfrequenzfeld ist sicher immer dann statthaft, wenn die Modulationsamplitude klein ist gegenüber dem statischen Feld (bzw. wenn der Frequenzhub klein ist gegenüber der Frequenz), eine Bedingung, die in der Praxis im allgemeinen erfüllt ist.

Setzt man (3) in (1) ein, so wird

$$M(t) = \int_0^{\infty} f(y) \cdot \cos \varphi(t-y) \cdot dy. \quad (5)$$

Im Experiment erhält man durch H. F.-Demodulation die Amplitude $A(t)$ von $M(t)$. Dieser Vorgang lässt sich nachbilden durch Multiplikation von (5) mit $\cos \varphi(t)$ bzw. $\sin \varphi(t)$ und anschließende Integration über eine Periode $2\pi/\omega$; dabei entspricht die Multiplikation mit $\cos \varphi$ ($\sin \varphi$) der Demodulation zur Registrierung eines Dispersions- (Absorptions)-Signals. Da $M(t)$ eine reelle Grösse ist, erhält man beide Demodulationsarten einfacher durch Multiplikation mit $e^{-i\varphi(t)}$ und nachfolgende Integration:

$$A(t) = \frac{\omega}{2\pi} \cdot \int_{-\pi/\omega}^{\pi/\omega} M(t+x) \cdot e^{-i\varphi(t+x)} dx. \quad (6)$$

Der Realteil von $A(t)$ gibt also das bei Dispersionsdemodulation zu erwartende Signal wieder, der Imaginärteil dasjenige für Absorptionsdemodulation.

Setzt man (5) in (6) ein und vertauscht die Reihenfolge der Integration, so erhält man:

$$A(t) = \frac{\omega}{4\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\pi/\omega}^{\pi/\omega} f(y) [e^{i\varphi(t+x-y)} + e^{-i\varphi(t+x-y)}] e^{-i\varphi(t+x)} \cdot dx dy. \quad (7)$$

Darin führt das zweite Glied in der Klammer zu einem mit der doppelten Frequenz des angelegten Wechselfeldes variierenden Beitrag und kann somit weggelassen werden. Entwickelt man weiter den Integranden nach x , so genügt unter der Voraussetzung

$$\pi^2 |\ddot{\varphi}(t-y) - \ddot{\varphi}(t)| / 6 \omega^2 \ll 1 \quad (8a)$$

$$\pi^2 (\dot{\varphi}(t-y) - \dot{\varphi}(t))^2 / 6 \omega^2 \ll 1 \quad (8b)$$

das erste Glied dieser Entwicklung und man erhält als allgemeine Beziehung für die Diskussion von Modulationseffekten:

$$A(t) = \frac{1}{2} \int_0^\infty f(y) \cdot B(t, y) dy \quad (9a)$$

$$B(t, y) = e^{i[\varphi(t-y) - \varphi(t)]}. \quad (9b)$$

Bei der Kontrolle, ob die Gleichungen (8) erfüllt sind, ist in gewissen Fällen (z. B. für $\omega(t) = \omega_0 + kt$) zu berücksichtigen, dass wegen (2b) für $y \gtrsim 3/\Delta\omega$ ($\Delta\omega =$ Linienbreite) $f(y)$ sehr klein wird und somit die grösseren Werte von y in (7) nur noch einen kleinen Beitrag liefern, d. h. die Gleichungen (8) müssen nur für $y \lesssim 3/\Delta\omega$ erfüllt sein.

3. cos-Modulation mit kleiner Amplitude und beliebiger Frequenz.

Setzt man den der cos-Modulation entsprechenden Ausdruck (4) in (9b) ein, so erhält man mit der Abkürzung $v = \omega_M y$:

$$B(t, y) = e^{-i\omega_0 y} \cdot e^{i\beta [\sin(u-v) - \sin u]}. \quad (10)$$

Wegen der vorausgesetzten Kleinheit der Modulation kann man in (10) den zweiten Faktor nach dem Exponenten entwickeln. Bei dieser Entwicklung ist zu berücksichtigen, dass wegen der nachfolgenden N. F.-Demodulation in $A(t)$ und somit auch in $B(t, y)$ nur die zu $\sin u$ und $\cos u$ proportionalen Glieder von Interesse sind. Bei der Entwicklung von (10) drückt man die trigonometrischen Funktionen zweckmässig durch Exponentialfunktionen aus und man erhält für den $\sin u$ und $\cos u$ enthaltenden Anteil $B_1(t, y)$:

$$B_1(t, y) = e^{-i\omega_0 y} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\beta/2)^{2m+1}}{m!(m+1)!} \cdot (e^{-iv/2} - e^{iv/2})^{2m} \times \\ \times [(e^{-iv} - e^{iv}) \cos u + i \cdot (e^{-iv/2} - e^{iv/2})^2 \sin u]. \quad (11)$$

Bevor man (11) in (9a) einsetzt ist es nützlich, sich zu vergegenwärtigen, dass, mit der beliebigen reinen Zahl z , nach (2a) gilt:

$$\int_0^\infty f(y) \frac{e^{-izv} - e^{izv}}{2z\omega_M} e^{-i\omega_0 y} dy = \frac{F(\omega_0 + z\omega_M) - F(\omega_0 - z\omega_M)}{2z\omega_M} = DF(\omega_0).$$

Hierin bedeutet $DF(\omega_0)$ den ersten Differenzenquotienten von $F(\omega_0)$. Analog gibt es bei einem Produkt von n Faktoren der Form $(e^{-izv} - e^{izv})/2z\omega_M$ den n -ten Differenzenquotienten von $F(\omega_0)$, so dass man aus (11) und (9a) erhält:

$$A_1(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(\alpha/2)^{2m+1}}{m!(m+1)!} \left[D^{2m+1} \cdot \cos \omega_M t + i \cdot \frac{\omega_M}{2} D^{2m+2} \cdot \sin \omega_M t \right] F(\omega_0). \quad (12)$$

Die expliziten Ausdrücke für die Differenzenquotienten lauten

$$\begin{aligned} D^{2m+1} F(\omega_0) &= \frac{(-1)^{m+1}}{2\omega_M^{2m+1}} \sum_{n=1}^{m+1} (-1)^n \cdot \frac{n}{m+1} \binom{2m+2}{m+1+n} \times \\ &\quad \times [F(\omega_0 + n\omega_M) - F(\omega_0 - n\omega_M)] \\ D^{2m+2} F(\omega_0) &= \frac{(-1)^{m+1}}{\omega_M^{2m+2}} \times \\ &\quad \times \left\{ \binom{2m+2}{m+1} \cdot F(\omega_0) + \sum_{n=1}^{m+1} (-1)^n \binom{2m+2}{m+1+n} [F(\omega_0 + n\omega_M) + F(\omega_0 - n\omega_M)] \right\}. \end{aligned}$$

Bemerkenswert ist an (12) die für ein qualitatives Verständnis der Signalformen wesentliche Einfachheit. Beobachtet man etwa bei 0°-N.F.-Demodulation und genügend kleiner Modulationsamplitude, so registriert man bei mit der Linienbreite vergleichbarer Modulationsfrequenz anstatt des ersten Differentialquotienten den ersten Differenzenquotienten der Suszeptibilität. So ist z. B. das Zustandekommen des in Fig. 3 von 4) dargestellten Signals qualitativ sofort klar. Weiter ist für die Anwendung von (12) noch angenehm, dass auch der Einfluss der höheren Potenzen von α leicht ersichtlich ist, was bei den bisherigen Betrachtungen für kleine ω_M nicht der Fall war.

Wegen der hier gewählten Nachbildung der H.F.-Demodulation (6) folgt aus dem in (12) bei $\sin \omega_M t$ stehenden Faktor i , dass z. B. bei einer H.F.-Demodulation zur Aufnahme eines Dispersions-signals und 90°-N.F.-Demodulation ein Signal registriert wird, das ausschliesslich durch den Absorptionsanteil der Suszeptibilität gegeben ist. Auch dieses Resultat lässt sich den bisher durchgeführten Rechnungen nicht entnehmen, da dort nur die expliziten Ausdrücke für die unter den verschiedenen Versuchsbedingungen zu erwarten-

den Signalformen in Erscheinung traten und somit eine derartige Zuordnung unmöglich machten.

Macht man die Modulationsfrequenz gross gegenüber der Linienbreite, so folgt aus (12) das Auftreten einer Serie von getrennten, undifferenzierten Absorptions- und Dispersionssignalen. Da bei diesen Versuchsbedingungen auch grosse Modulationsamplituden von Vorteil sein können, soll im folgenden Abschnitt die Darstellung der zu erwartenden Signale für beliebige α bzw. β gegeben werden.

4. cos-Modulation mit beliebiger Amplitude und grosser Frequenz.

Auch hier kann man wieder von (10) ausgehen, jedoch ist es zweckmässiger, einen anderen Weg einzuschlagen, der auch die Erfassung von Sättigungseffekten ermöglicht.

Mit Hilfe der Entwicklung von $e^{i\beta \sin u}$ nach e^{iu} erhält man aus (3) und (4) für die Hochfrequenzfeldstärke

$$H_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \left(e^{i(\omega_0 + n\omega_M)t} + e^{-i(\omega_0 + n\omega_M)t} \right). \quad (13)$$

Darin bedeuten $J_n(\beta)$ Besselfunktionen erster Art.

Mit (2a) erhält man aus (13)

$$M(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \times \\ \times [F(\omega_0 + n\omega_M) e^{i(\omega_0 + n\omega_M)t} + F(-\omega_0 - n\omega_M) e^{-i(\omega_0 + n\omega_M)t}]. \quad (14)$$

Ist die Modulationsfrequenz gegenüber der Linienbreite genügend gross, so übt von dem durch (13) dargestellten Spektrum von amplituden- und frequenzkonstanten Hochfrequenzfeldern nur eine einzige Komponente eine Wirkung auf das Kernsystem aus. Daher ist es unter dieser Voraussetzung nicht mehr notwendig, sich auf kleine Amplituden des Wechselfeldes zu beschränken, sondern man kann in (14) die durch

$$H_1(t) = h \cdot \cos \omega_0 t \longrightarrow M(t) = h [F(\omega_0; h) e^{i\omega_0 t} + F(-\omega_0; h) e^{-i\omega_0 t}] / 2$$

definierbare, feldstärkeabhängige Suszeptibilität einführen. Diese, die Sättigung und damit nichtlineare Eigenschaften des Kernsystems beschreibende Grösse, kann natürlich prinzipiell nicht in der Weise wie $F(\omega)$ eingeführt werden, was sich beispielsweise darin äussert, dass die aus (2) leicht entnehmbaren Kramers-Kronigschen Beziehungen für $F(\omega, h)$ nicht mehr gelten.

Bei der Berechnung von $A(t)$ nach (6) kann auch hier wieder das zweite Glied in der Klammer von (14) weggelassen werden. Ebenso

kann man sich bei der Entwicklung nach x wieder mit dem konstanten Glied begnügen und erhält dann:

$$A(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) J_m(\beta) F(\omega_0 + n\omega_M; J_n(\beta)) \cdot e^{i(n-m)\omega_M t}.$$

Wegen der nachfolgenden N.F.-Demodulation sind auch hier nur die zu $\sin \omega_M t$ und $\cos \omega_M t$ proportionalen Beiträge von Interesse und es wird:

$$A_1(t) = \frac{1}{2} \sum_{n=-\infty}^{\infty} F(\omega_0 + n\omega_M; J_n(\beta)) \times \\ \times [K_{n;0^\circ} \cdot \cos \omega_M t + i \cdot K_{n;90^\circ} \cdot \sin \omega_M t] \quad (15a)$$

$$K_{n;0^\circ} = J_n(\beta) \cdot (J_{n-1}(\beta) + J_{n+1}(\beta)) = \frac{2n}{\beta} J_n^2(\beta) \quad (15b)$$

$$K_{n;90^\circ} = J_n(\beta) \cdot (J_{n-1}(\beta) - J_{n+1}(\beta)) = \frac{dJ_n^2(\beta)}{d\beta}. \quad (15c)$$

Ist die Hochfrequenzamplitude genügend klein, so kann in (15) $F(\omega_0 + n\omega_M; J_n(\beta))$ durch $F(\omega_0 + n\omega_M)$ ersetzt werden und die oben gestellte Bedingung über die Grösse von ωF entfällt.

Die durch (15b), (15c) gegebenen Koeffizienten sowie die für Sättigungsexperimente wichtigen Grössen J_n sind in den Fig. 1—3 wiedergegeben. Bei 0° N.F.-Demodulation tritt an der eigentlichen Resonanzstelle, also für $n = 0$, kein Signal auf, was auch schon aus (12) hervorgeht. Dagegen ist es (12) nicht direkt anzusehen, dass bei 0° N.F.-Demodulation alle oberhalb bzw. unterhalb der Resonanzfrequenz ($n < 0$ bzw. $n > 0$) erscheinenden Signale das gleiche Vorzeichen haben. Über die bei 90° N.F.-Demodulation

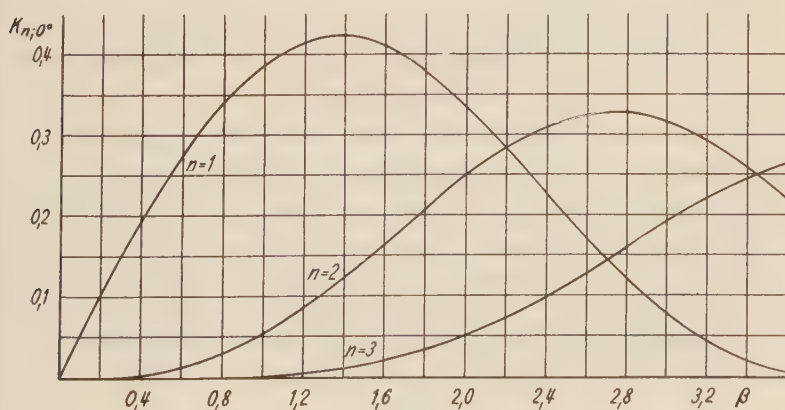


Fig. 1.

Signalamplituden für 0° NF-Demodulation.

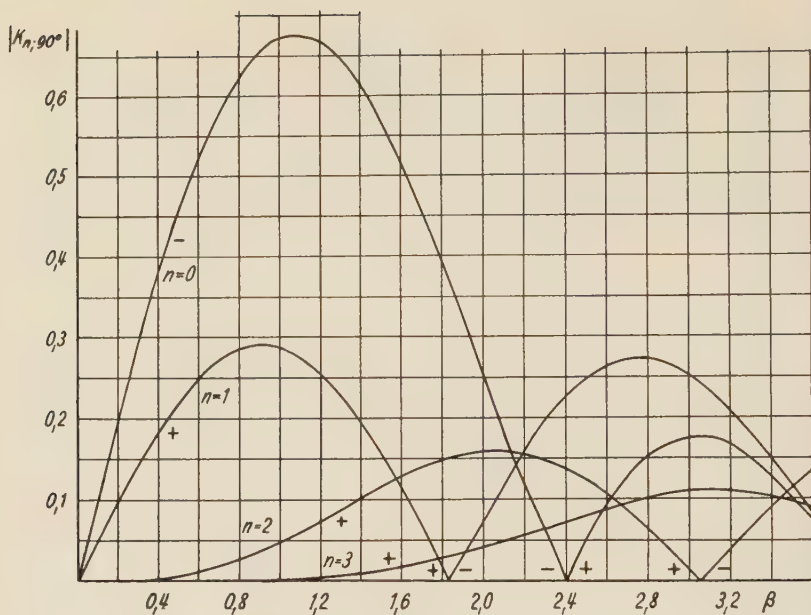


Fig. 2.

Signalamplituden für 90° NF-Demodulation.
(Die Vorzeichen von $K_n, 90^\circ$ sind durch +; - angedeutet.)

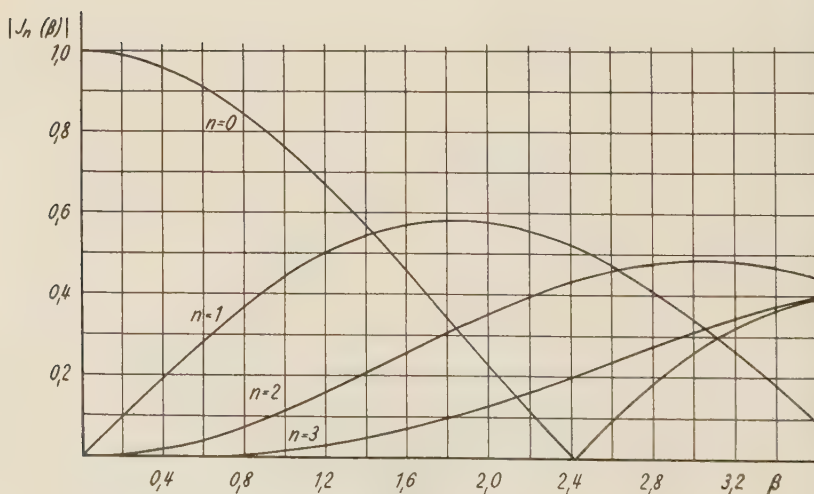


Fig. 3.

Koeffizienten zur Bestimmung der Sättigung.

registrierten Signaltypen gilt natürlich auch das in Anschluss an (12) Gesagte.

Die Gleichungen (15) können besonders für die hochauflösende Kerninduktionsspektroskopie von praktischer Bedeutung sein: Hier ist es naheliegend, zu dem statischen Aufnahmeverfahren überzugehen, da es aus apparativen Gründen bei sehr schmalen Linien nahezu unmöglich ist, die Modulationsfrequenz so klein zu machen, dass in (12) die Differenzenquotienten in guter Näherung durch Differentialquotienten ersetzt werden können. Macht man dagegen die Modulationsfrequenz genügend gross gegenüber dem gesamten Linienkomplex, so registriert man nach (15) eine Folge von gleichen Signalen, wie sie beim statischen Verfahren einmal auftreten. Man erhält also, mit Einschluss von Sättigungseffekten, die gleichen Aussagen wie bei einer Apparatur ohne Modulation, ohne jedoch die dort auftretenden Abgleich- und Stabilitätsschwierigkeiten zu haben.

Da bei dem hier besprochenen oder auch bei anderen Modulationsverfahren Zweifel darüber aufkommen könnten, ob die „Feldhomogenisierung“ mittels rotierender Probe⁷⁾⁸⁾ auch dann angewendet werden kann, wenn die Modulationsfrequenz gross ist gegenüber der Rotationsfrequenz der Probe, soll diese Frage im folgenden Abschnitt noch kurz diskutiert werden.

5. Feldhomogenisierung durch Rotation der Probe.

Fasst man die sich in einem kleinen Bereich der rotierenden Probe befindenden Kerne ins Auge, so bewegen sich diese, bei Vernachlässigung der Diffusion, auf einem Kreise. Wegen der Inhomogenität des statischen Magnetfeldes hat dies zur Folge, dass dem zeitlichen Mittelwert des Magnetfeldes ein nach Fourier entwickelbares Wechselfeld überlagert ist: ($\omega_R/2\pi =$ Rotationsfrequenz)

$$H_{\text{stat.}} = \bar{H} + \sum_{n=1}^{\infty} \Delta H_n \cdot \cos n(\omega_R t + \delta_n).$$

Diese Modulation des statischen Magnetfeldes lässt sich auch wieder durch eine Frequenzmodulation beschreiben. Bezeichnet man mit $\varphi_0(t)$ die Phase des hochfrequenten Wechselfeldes, wobei für das statische Magnetfeld dessen Mittelwert einzusetzen ist, das durch die Inhomogenität des Magnetfeldes verursachte Wechselfeld aber nicht berücksichtigt sein soll, so wird, mit der Abkürzung $\eta_n = \gamma \Delta H_n / n \omega_R$ (γ — gyromagnetisches Verhältnis der untersuchten Kerne):

$$\varphi(t) = \varphi_0(t) + \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n \cdot \sin n(\omega_R t + \delta_n).$$

Führt man weiter die Abkürzungen $w = \omega_R t$; $z = \omega_R y$; $B_0 = \exp i(\varphi_0(t - y) - \varphi_0(t))$ ein, so wird nach (9b):

$$B(t; y) = B_0 \cdot e^{-i \sum_{n=1}^{\infty} 2 \eta_n \sin \frac{nz}{2} \cdot \cos n \left(w + \delta_n - \frac{z}{2} \right)}$$

$$B(t; y) = B_0 \left[1 - i \cdot 2 \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n \sin \frac{nz}{2} \cdot \cos n \left(w + \delta_n - \frac{z}{2} \right) - 2 \times \right. \\ \left. \times \left(\sum_{n=1}^{\infty} \eta_n \sin \frac{nz}{2} \cos \left(w + \delta_n - \frac{z}{2} \right) \right)^2 + \dots \right].$$

Da die auf dem gleichen Kreise umlaufenden Kerne wegen ihrer räumlichen Verteilung alle möglichen Phasenverschiebungen δ_n haben, ist zur Erfassung der Wirkung aller dieser Kerne δ_n durch $\delta_n + \varepsilon$ zu ersetzen und dann über ε von 0 bis 2π zu integrieren. Man erhält also:

$$\int_0^{2\pi} B(t; y) d\varepsilon = 2\pi \cdot B_0 \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \eta_n^2 (1 - \cos nz) + \dots \right].$$

Da über $\varphi_0(t)$ nichts vorausgesetzt werden musste, folgt daraus, dass ganz unabhängig vom verwendeten Modulationsverfahren die Feldhomogenisierung durch Rotation der Probe sicher dann möglich ist, wenn

$$\sum_{n=1}^{\infty} \eta_n^2 = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma^2 \Delta H_{n/}^2 n^2 \omega_R^2 \ll 2.$$

Abschliessend möchte ich Herrn Prof. Dr. P. HUBER dafür danken, dass er mir die Möglichkeit zur Durchführung von Experimenten im Physikalischen Institut der Universität Basel gegeben hat.

Literatur.

- 1) R. KARPLUS, Phys. Rev. **73**, 1027 (1948).
- 2) B. SMALLER, Phys. Rev. **83**, 812 (1951).
- 3) J. BURGESS und R. BROWN, Rev. Scient. Instr. **23**, 334 (1952).
- 4) K. HALBACH, Helv. Phys. Acta **27**, 259 (1954).
- 5) A. REDFIELD, Phys. Rev. **98**, 1787 (1955).
- 6) F. BLOCH, Phys. Rev. **70**, 460 (1946).
- 7) F. BLOCH, Phys. Rev. **94**, 496 (1954).
- 8) W. ANDERSON und J. ARNOLD, Phys. Rev. **94**, 497 (1954).

Über die statistischen Schwankungen in einem kondensierenden System

von M. Fierz, Basel.

(16. XII. 1955).

Zusammenfassung: Es wird gezeigt, wie beim Einstein-Bose-Gas und beim „sphärischen“ Modell eines Ferromagneten die Schwankungen von N im Kondensationsgebiet behandelt werden können.

T. H. BERLIN und M. KAC¹⁾ haben das „sphärische“ Modell eines Ferromagneten mit Hilfe der kanonischen Gesamtheit diskutiert und dabei zur Auswertung der Zustandssumme die Sattelpunktmethode angewendet. H. W. LEWIS und G. H. WANNIER²⁾ haben daraufhin die Ansicht vertreten, dass die Ergebnisse von BERLIN und KAC einfacher und übersichtlicher mit Hilfe der grossen kanonischen Gesamtheit abgeleitet werden können, in der die Nebenbedingung $\sum \varepsilon_i^2 = N$ nur im Mittel erfüllt ist.

Sie glaubten aber später sich getäuscht zu haben³⁾, weil aus ihren Formeln für den Mittelwert

$$\sum \bar{\varepsilon}_i^4 = 3 N$$

folgt, während diese Grösse, wie BERLIN und KAC gezeigt haben, für tiefe Temperaturen gegen N strebt. Diese Kontroverse bildet den Anlass zu der folgenden Mitteilung.

Wenn man die Schwankungen der Teilchenzahl im Kondensationsgebiet berechnen will, soll man nur die nicht-kondensierte Phase im Sinne der grossen kanonischen Gesamtheit behandeln. Das Kondensat hat als Teilchenreservoir zu gelten: seine Schwankungen sind durch diejenigen des „Dampfes“ bestimmt.

Geht man so vor, so ist auch im Kondensationsgebiet die grosse kanonische Gesamtheit brauchbar, die übrigens immer der Sattelpunktmethode völlig gleichwertig ist. Wir wollen hier die Schwankungen des idealen Einstein-Bose-Gases und des sphärischen Modells eines Ferromagneten in dieser Weise behandeln.

1. Das ideale Einstein-Bose-Gas.

Wir betrachten Massenpunkte m , die der Bose-Statistik genügen, und die in einem kubischen Volumen der Kantenlänge L eingeschlossen sind. Im Sinne der grossen kanonischen Gesamtheit ist die mittlere Teilchenzahl gleich

$$\bar{N} = \sum_{n_k} [\exp \{ (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2) / n_0^2 + \lambda \} - 1]^{-1}. \quad (1.1)$$

Dabei ist

$$n_0 = L/h \cdot \sqrt{2m kT}; \quad (n_1, n_2, n_3) = 0, 1, 2, \dots$$

Das Schwankungsquadrat der Teilchenzahl ist sodann durch

$$\overline{\Delta N^2} = \sum_{n_k} \exp \{ \vec{n}^2 / n_0^2 + \lambda \} [\exp \{ \vec{n}^2 / n_0^2 + \lambda \} - 1]^{-2} \quad (1.2)$$

gegeben.

Falls man in (1.2) die Summe durch ein Integral ersetzt, so divergiert das Schwankungsquadrat an der Kondensationsstelle $\lambda = 0$. Das bedeutet, dass die Schwankungen anomal werden, was man erkennt, wenn man (1.1) und (1.2) wie folgt schreibt:

$$\bar{N} = (e^\lambda - 1)^{-1} + \sum' [\exp \{ \vec{n}^2 / n_0^2 + \lambda \} - 1]^{-1} = \bar{N}_0 + \bar{N}_1 \quad (1.1^1)$$

$$\overline{\Delta N^2} = e^\lambda (e^\lambda - 1)^{-2} + \sum' \exp \{ \vec{n}^2 / n_0^2 + \lambda \} [\exp \{ \vec{n}^2 / n_0^2 + \lambda \} - 1]^{-2}. \quad (1.2^1)$$

Die \sum' bedeutet, dass der Term mit $\vec{n} = 0$ auszulassen ist.

Das Kondensationsgebiet ist dadurch charakterisiert, dass N_0 mit N_1 vergleichbar wird. Nun ist bekanntlich

$$N_1 = n_0^3 (2\pi)^{3/2} \cdot 2,612 \dots$$

Also muss $\lambda \sim 1/n_0^3$ sein. Darum kann in den \sum' die Grösse λ gegen \vec{n}^2/n_0^2 vernachlässigt werden, denn es ist $n_0 \gg 1$.

Also dominiert in (1.2¹) der Term $\overline{\Delta N}_0^2 = \bar{N}_0^2$: Die Schwankungen von N sind mit N selber vergleichbar. Gerade im Kondensationsgebiet ist es aber leicht, zur kanonischen Gesamtheit überzugehen. Man setze

$$N = \bar{N}_0 + \sum_n' \left(\exp \frac{\vec{n}^2}{n_0^2} - 1 \right)^{-1} \quad (1.1^2)$$

wobei N als fest vorgegeben gilt. Dann sind die Schwankungen von N_0 durch diejenigen von N_1 bestimmt:

$$\overline{\Delta N}_0^2 = \sum_n' \exp \frac{\vec{n}^2}{n_0^2} \left[\exp \frac{\vec{n}^2}{n_0^2} - 1 \right]^{-2}. \quad (1.3)$$

Wir nehmen hier an, dass N_1 der grossen kanonischen Gesamtheit entsprechend verteilt sei. Das ist dann zulässig, wenn \bar{N}_0 gross

gegen die Schwankungen von N_1 ist. In diesem Falle kann das Kondensat als Teilchenreservoir für die Gasphase gelten. (Dass \bar{N}_0 nicht gross gegen \bar{N}_1 zu sein braucht, was sonst bei einem Reservoir gewöhnlich gelten muss, hängt damit zusammen, dass die Entropie dieses Kondensates unabhängig von N_0 ist.) Wir haben uns daher davon zu überzeugen, dass

$$\overline{\Delta N_1^2} \ll \bar{N}_0^2. \quad (1.4)$$

Nun sind für $\overline{\Delta N_1^2}$ die kleinen Werte von \vec{n} ausschlaggebend. Darum ist, bis auf Grössen höherer Ordnung in n_0^{-1} :

$$\overline{\Delta N_1^2} = n_0^4 \sum'_n (n_1^2 + n_2^2 + n_3^2)^{-2} = n_0^4 \cdot 4,8 \dots \sim N_1^{4/3}. \quad (1.5)$$

Die Ungleichung (1.4) ist somit erfüllt, sobald

$$N_0 \gg N_1^{2/3}$$

wird, und das trifft im Grenzfall grosser N immer zu.

Die Schwankungen von N_1 sind freilich anomal und hängen von der geometrischen Gestalt des gewählten Volumens ab. Dem entsprechen starke Korrelationen zwischen den Dichteschwankungen verschiedener Volumenelemente, die davon herrühren, dass die Schwankungen von Materiewellen herrühren, deren Wellenlängen mit der linearen Ausdehnung des Volumens vergleichbar sind.

2. Das sphärische Modell der Ferromagneten.

Das von BERLIN und KAC studierte Modell kann man wie folgt charakterisieren:

In einem kubischen Gitter der Kantenlänge n_0 , das $n_0^3 = N$ Gitterpunkte (n_1, n_2, n_3) enthält, ist jedem Gitterpunkt eine Variable $\varepsilon_{n_1, n_2, n_3}$ zugeordnet, die der z -Komponente eines Dipols entsprechen soll. Die Energie des Gitters sei

$$E = \frac{a}{2} \sum_{n_n} \{ (\varepsilon_{n_1, n_2, n_3} - \varepsilon_{n_1+1, n_2, n_3})^2 + (\varepsilon_{n_1, n_2, n_3} + \varepsilon_{n_1, n_2+1, n_3})^2 + (\varepsilon_{n_1, n_2, n_3} - \varepsilon_{n_1, n_2, n_3+1})^2 \}. \quad (2.1)$$

Die $\varepsilon_{\vec{n}}$ sollen der Nebenbedingung

$$\sum_n \varepsilon_n^2 = N \quad (2.2)$$

genügen.

Wenn man dieses Modell, bezüglich der Nebenbedingung (2.2), im Sinne der grossen kanonischen Gesamtheit behandelt, kann die Zustandssumme ausgeführt werden. Man hat hierzu die in den ε_n^* quadratische Form

$$E/kT + \lambda N$$

diagonal zu machen. Dies geschieht, indem man die zur Form (2.1) gehörigen linearen Gleichungen löst. (Vgl. z. B. M. BORN und M. GÖPPERT-MAYER, Dynam. Theorie der Kristallgitter, Hdb. d. Phys. 24/2, S. 638ff.) Sei

$$\varepsilon_{n_1, n_2, n_3} = (n_1, n_2, n_3),$$

so gilt

$$\begin{aligned} 6(n_1, n_2, n_3) - (n_1 + 1, n_2, n_3) - (n_1 - 1, n_2, n_3) - (n_1, n_2 + 1, n_3) - \dots \\ \dots - (n_1, n_2, n_3 - 1) = \mathcal{E}/a \cdot (n_1, n_2, n_3). \end{aligned} \quad (2.3)$$

Durch den Ansatz

$$(n_1, n_2, n_3) = e^{i(\omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 + \omega_3 n_3)} \quad (2.4)$$

wird (2.3) gelöst, und man erhält die Eigenwerte

$$\mathcal{E}/a = 4 \left(\sin^2 \frac{\omega_1}{2} + \sin^2 \frac{\omega_2}{2} + \sin^2 \frac{\omega_3}{2} \right).$$

Dabei ist

$$\omega_k = \frac{2\pi m_k}{n_0}; \quad m_k = 0, 1, \dots, n_0 - 1.$$

Die Zustandssumme kann berechnet werden, und es folgt

$$\bar{N} = \frac{1}{2} \sum_m \left[\lambda + 4K \left(\sin^2 \frac{\omega_1}{2} + \sin^2 \frac{\omega_2}{2} + \sin^2 \frac{\omega_3}{2} \right) \right]^{-1} \quad (2.5)$$

$$\overline{\lambda N^2} = \frac{1}{2} \sum_m \left[\lambda + 4K \left(\sin^2 \frac{\omega_1}{2} + \sin^2 \frac{\omega_2}{2} + \sin^2 \frac{\omega_3}{2} \right) \right]^{-2}. \quad (2.6)$$

Hier wurde $K = a/kT$ gesetzt.

Falls man die Summen durch Integrale ersetzt, tritt wieder bei $\lambda = 0$ Kondensation auf und $\overline{\lambda N^2}$ divergiert.

Im Kondensationsgebiet setze man darum

$$N = \bar{N}_0 + \bar{N}_1$$

und berechne die Schwankungen von N_0 aus denjenigen von N_1 :

$$\overline{\lambda N_1^2} = \frac{1}{2} \sum' \left[4K \left(\sin^2 \frac{\omega_1}{2} + \sin^2 \frac{\omega_2}{2} + \sin^2 \frac{\omega_3}{2} \right) \right]^{-2} = \overline{\lambda N_0^2}.$$

Zu dieser Summe tragen nur diejenigen Terme etwas bei, in denen alle ω_n entweder in der Nähe von 0 oder von 2π liegen. Daher ist

$$\overline{\Delta N_1^2} = \frac{1}{(4K)^2} \cdot \frac{n_0^4}{\pi^4} \cdot \sum' \frac{1}{(m_1^2 + m_2^2 + m_3^2)^2} \sim (T/T_c)^{2/3} N_1^{4/3}. \quad (2.7)$$

Dabei ist T_c die kritische Temperatur (siehe BERLIN und KAC l. c. S. 834). Man sieht, dass diese Ergebnisse ganz ähnlich denjenigen sind, die sich bei der Einstein-Bose-Kondensation ergeben haben.

Da gemäss (2.7) die Schwankungen von N_0 im Falle grosser N , relativ sehr klein sind, so hat N_0 den beinahe scharfen Wert

$$N_0 = N(1 - T/T_c) = N \cdot p^2. \quad (2.8)$$

N_0 entspricht gemäss (2.4) demjenigen Zustand, in welchem alle $\varepsilon_{\vec{n}}$ denselben Wert besitzen, weshalb die Kondensation eine spontane Polarisierung p bedeutet. Die Korrelationen der $\varepsilon_{\vec{n}}$ ergeben sich, falls $T \geq T_c$, zu

$$\overline{\varepsilon_{\vec{n}} \varepsilon_{\vec{n}'}} = \frac{1}{2N} \sum_{m_n} \frac{\cos(\vec{\omega}, \vec{n} - \vec{n}')}{\lambda + 4K \left(\sin^2 \frac{\omega_1}{2} + \sin^2 \frac{\omega_2}{2} + \sin^2 \frac{\omega_3}{2} \right)} \quad (2.9)$$

in Übereinstimmung mit BERLIN und KAC l. c. (36).

Falls

$$1 \ll |\vec{n} - \vec{n}'| \ll n_0$$

liefern nur diejenigen Terme in (2.9) einen Beitrag, bei denen alle ω_n entweder in der Nähe von 0 oder von 2π sind. Überdies darf man die Summe durch ein Integral ersetzen. Dann ergibt sich

$$\overline{\varepsilon_{\vec{n}} \varepsilon_{\vec{n}'}} = \frac{1}{4\pi K} \frac{\exp(-\lambda/K |\vec{n} - \vec{n}'|)}{|\vec{n} - \vec{n}'|}. \quad (2.10)$$

An der Stelle $T = T_c$ verschwindet λ und die Schwankungen werden „kritisch“⁽⁴⁾.

Für $T < T_c$ gilt nämlich:

$$\overline{\varepsilon_{\vec{n}} \varepsilon_{\vec{n}'}} - \bar{\varepsilon}_{\vec{n}}^2 = \frac{1}{4\pi K} \frac{1}{|\vec{n} - \vec{n}'|}. \quad (2.11)$$

Das Modell zeigt also nicht nur am kritischen Punkt $T = T_c$, sondern auch für alle tieferen Temperaturen kritische Schwankungserscheinungen.

Schliesslich findet man, in Übereinstimmung mit BERLIN und KAC

$$\sum_{\vec{n}} \bar{\varepsilon}_{\vec{n}}^2 = N(1 + 2T/T_c). \quad (2.12)$$

Der Vollständigkeit halber möge noch die magnetische Zustandsgleichung, welche dieses Modell liefert, diskutiert werden.

Wenn man zur Energie (2.1) die magnetische Energie in einem äusseren Felde H hinzufügt:

$$- \mu H \sum \varepsilon_{\vec{n}}$$

so erhält man an Stelle der Gleichung (2.5)

$$\left(\frac{\mu H}{2 k T \lambda} \right)^2 + \frac{1}{2(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} d^3 \omega \left[\lambda + 4 K \left(\sin^2 \frac{\omega_1}{2} + \sin^2 \frac{\omega_2}{2} + \sin^2 \frac{\omega_3}{2} \right) \right]^{-1} = 1. \quad (2.13)$$

(Wir haben hier die Summe über m durch ein Integral ersetzt und durch N dividiert.)

Indem man die Integraldarstellung der Besselfunktion J_0 benützt, kann (2.13) auf folgende Form gebracht werden:

$$\left(\frac{\mu H}{2 k T \lambda} \right)^2 + \frac{1}{4 K} \int_0^\infty dx e^{-\left(3 + \frac{\lambda}{2 K}\right)x} [J_0(ix)]^3 = 1. \quad (2.14)$$

Die mittlere Polarisierung pro Atom ist

$$p = \frac{1}{N} \sum_{\vec{n}} \varepsilon_{\vec{n}} = \frac{\mu H}{2 k T \lambda}. \quad (2.15)$$

Man eliminiert λ und erhält mit $K = a/kT$,

$$1 - p^2 = \frac{kT}{4a} \int_0^\infty dx e^{-\left(3 + \frac{\mu H}{4ap}\right)x} [J_0(ix)]^3 = \frac{kT}{4a} \cdot f(y) \quad (2.16)$$

wobei

$$y = \frac{\mu H}{4ap}.$$

Für nicht zu kleine y kann $f(y)$ dadurch berechnet werden, dass man $J_0^3(ix)$ unter dem Integral in eine Potenzreihe entwickelt und gliedweise integriert. Das liefert:

$$f(y) = \frac{1}{3+y} \sum_n \frac{2n!}{(6+2y)^{2n}} \sum_{l,m} \frac{1}{(n-l)!^2 (l-m)!^2 m!^2}. \quad (2.17)$$

In der Nähe von $y = 0$ ist diese Reihe aber unzweckmässig. Hier

kann man, für grosse x , unter dem Integral die asymptotische Darstellung von $J_0(ix)$ benützen und erkennt so, dass

$$\lim_{y \rightarrow 0} \sqrt{y} \frac{df}{dy} = -\frac{1}{2^{3/2} \cdot \pi}. \quad (2.18)$$

Daraus folgt, dass sich $f(y)$ wie

$$f(y) \sim f(0) - \frac{1}{\pi \sqrt{2}} \sqrt{y}$$

verhält.

$f(y)$ kann nach Potenzen von \sqrt{y} entwickelt werden. Wenn wir

$$F(x) = e^{-3x} [J_0(ix)]^3$$

setzen, so gelte die asymptotische Entwicklung

$$F(x) \sim \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^{-n-3/2}.$$

$$f(y) = \int_0^{\infty} e^{-xy} F(x) dx$$

kann nun wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} f(y) &= f(0) + \sum_{n=1}^N \frac{1}{n!} (-y)^n \int_0^{\infty} x^n \left(F(x) - \sum_{l=0}^{n-1} a_l x^{-l-3/2} \right) dx \\ &\quad + \sum_{n=0}^N (-1)^{n+1} a_n \sqrt{\pi} \cdot \frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \dots \cdot \frac{2}{2n+1} \cdot y^{n+1/2} \\ &\quad + R_N \\ R_N &= \int_0^{\infty} \left[e^{-xy} - \sum_{n=0}^N \frac{(-yx)^n}{n!} \right] \left[F(x) - \sum_{l=0}^N a_l x^{-l-3/2} \right] dx. \end{aligned}$$

(Ich verdanke diese Formel einer brieflichen Mitteilung von Herrn R. Jost, Zürich.)

Man beweist nun leicht, dass die unendliche Reihe ($N \rightarrow \infty$) für genügend kleine y konvergiert.

Also ist, für kleine Felder H und $T < T_c + \delta$:

$$1 - p^2 = \frac{T}{T_c} - \frac{kT}{8\sqrt{2} \cdot \pi \cdot a} \sqrt{\frac{\mu H}{ap}} = \frac{T}{T_c} \left(1 - 0,255 \sqrt{\frac{\mu H}{ap}} \right). \quad (2.19)$$

Daraus erkennt man, dass für alle Isothermen $T \leq T_c$, $(\partial H / \partial p)_T$ an der Stelle $p = \sqrt{1 - T/T_c}$, $H = 0$ verschwindet. Dem gleichzeitigen Verschwinden von H und $(\partial H / \partial p)_T$ entsprechen kritische Schwankungen gemäss (2.11). In dieser Hinsicht unterscheidet sich das Verhalten unseres Modells wesentlich von demjenigen eines Gases in der Nähe des Kondensationspunktes.

Die auch unterhalb der kritischen Temperatur T_c auftretenden kritischen Schwankungserscheinungen sind wohl ein unphysikalischer Zug des Modells. Man könnte nun geltend machen, dass jede Polarisation \mathbf{p} selber ein inneres Magnetfeld $H_1 = h\mathbf{p}$ erzeuge, wobei man annehmen kann, es sei $h\mu \ll a$. Wenn man in der magnetischen Zustandsgleichung H durch $H + H_1$ ersetzt, so erhält man erstens eine kleine Erhöhung der kritischen Temperatur; zweitens verschwindet unterhalb des Curie-Punktes $(\partial H / \partial \mathbf{p})_T$ nicht mehr. Gerade weil aber eine solche, halb phänomenologische Ergänzung des Modells seine analytischen Eigenschaften wesentlich ändert, scheint mir dieses Vorgehen unbefriedigend zu sein.

Literatur.

- ¹⁾ T. H. BERLIN und M. KAC, Phys. Rev. **86**, 821 (1952).
 - ²⁾ H. W. LEWIS und G. H. WANNIER, Phys. Rev. **88**, 682 (1952).
 - ³⁾ H. W. LEWIS und G. H. WANNIER, Phys. Rev. **90**, 1131 (1953).
 - ⁴⁾ Vgl. z. B. M. J. KLEIN und L. TISZA, Phys. Rev. **76**, 1861 (1949).
-

Elastische und inelastische Streuung von Protonen an Kohlenstoff

von **H. Schneider***) (ETH., Zürich).

(9. I. 1956.)

Zusammenfassung: Experimente mit elastischer und inelastischer Streuung von Protonen an einer Kohlenstofftarget, die sich auf Winkelverteilungen im Energiegebiet zwischen 4,7 und 7 MeV erstreckten, geben Aufschluss über die angeregten Zustände im Zwischenkern N^{13} . Eine vollständige Analyse der Streuphasen wird vorgelegt und diskutiert; Spin, Parität und Strahlungsbreite werden bei 4 angeregten Zuständen mit Sicherheit und bei 3 weiteren mit Wahrscheinlichkeit angegeben. Es zeigt sich, dass bei den Strahlungsbreiten eine Regelmässigkeit vorliegt, die eine deutliche Unterteilung der Niveaus nach den reduzierten Strahlungsbreiten in zwei Klassen ermöglicht. Einmal treten Niveaus auf mit grossen Strahlungsbreiten und unter diesen finden wir bezüglich Spin, Parität und Reihenfolge gerade die von dem Schalenmodell zu erwartenden Einteilchenzustände. Neben diesen werden weitere Niveaus beobachtet, deren reduzierte Strahlungsbreite etwa um den Faktor 10 kleiner sind und die deshalb sicher nicht mehr als Einteilchenzustände anzusprechen sind. Die Möglichkeit der Rumpfanregung wird diskutiert, und das Auftreten der inelastischen Streuung setzt diesen Prozess in Evidenz.

Einleitung.

Streuexperimente in Verbindung mit der entsprechenden Phasenanalyse sind in der Lage, Auskunft über angeregte Zustände im Zwischenkern und deren Lebensdauer zu geben. Die angeregten Zustände leichter Kerne sind von speziellem Interesse, weil man hoffen kann, dort zuerst Gesetzmässigkeiten zu entdecken, wo nur wenig Nukleonen im Spiel sind. Es ist deshalb heute schon eine grosse Zahl von Niveaus in diesem Gebiet bekannt. Trotzdem stösst die Interpretation auf grosse Schwierigkeiten, und das Bild scheint viel verwickelter als bei den schwersten Kernen, bei denen man doch eine überraschend gute Übereinstimmung mit den Voraussagen des Schalenmodells finden konnte. Das Schalenmodell allein ist offenbar nicht in der Lage, die Mannigfaltigkeit der Niveaufolge bei den leichten Kernen zu erklären. Der Gedanke, verschiedene Modelle

*) zur Zeit CSIR, Pretoria (Südafrika).

gleichzeitig zur Interpretation heranzuziehen, liegt deshalb nahe und ist auch schon viel diskutiert worden. Die Schwierigkeiten, denen ein solches Vorgehen begegnet, sind natürlich gross; denn einerseits liefert eine Mischung von Modellvorstellungen eine grosse Mannigfaltigkeit von Phänomenen, und andererseits sind die zur Verfügung stehenden experimentellen Daten noch lückenhaft und mit Unsicherheiten behaftet, so dass das Verfahren noch keine Erfolge zeitigen konnte^{1) 2)}.

Gehen wir von dem Gedanken aus, zunächst einmal experimentell zu prüfen, ob die vom Schalenmodell verlangten Niveaus bezüglich Spin, Parität, Strahlungsbreite und Reihenfolge unter den



eine Trennung der reinen Einteilchenzustände von den übrigen vorzunehmen. Um solche Kerne handelt es sich z. B. bei O^{17} mit seinem Spiegelkern F^{17} und ebenso bei C^{13} mit seinem Spiegelkern N^{13} . Während nun bei O^{17} , F^{17} und C^{13} bereits Niveaus bekannt sind, die zu dieser Diskussion herangezogen werden können, fehlt bei N^{13} oberhalb 5 MeV noch jede Information. Unsere Experimente befassen sich daher gerade mit diesem Energiebereich und zeigen, dass die Einteilchenniveaus des Schalenmodells sogar bis zu diesen hohen Anregungsenergien im Zwischenkern (10 MeV) deutlich nachzuweisen sind. Die so gefundenen Niveaus werden jetzt mit denen des Spiegelkernes C^{13} verglichen und ausserdem wird die Aufspaltung der $d_{5/2} - d_{3/2}$ -Terme, die hier beide auftreten, den entsprechenden Niveaus im F^{17} und O^{17} gegenübergestellt. Wie Fig. 1 zeigt, ist die Übereinstimmung recht eindrucklich. Bei dem neu gefundenen Niveau im N^{13} liefert zunächst die Strahlungsbreite einen Hinweis auf die Art des betreffenden Zustandes. Der breite $d_{3/2}$ passt vorzüglich zu den entsprechenden $d_{3/2}$ -Breiten in C^{13} und F^{17} . (Bei O^{17} scheint dieses Niveau etwas verschoben.)

Glücklicherweise gibt in diesem Fall N^{13} bei der gleichen Energie auch inelastische Streuung und dieser Prozess liefert ein weiteres starkes Argument für die Richtigkeit dieser Annahme.

Experimente.

Elastische Streuung am Kohlenstoff.

Der ausgelenkte Protonenstrahl des Cyklotrons passiert ein System von Absorbern, mit denen die Energie in kleinen Schritten variiert werden kann und trifft, von einem Magneten fokussiert, im Zentrum der Streukammer auf eine Polystyrentarget von $0,44 \text{ mg/cm}^2$ Dicke. Der Energieverlust in der Target beträgt weniger als 0,3% bei 7 MeV und 0,5% bei 5 MeV. Die Schwächung des Protonenstrahles ist vernachlässigbar klein. Hinter der Target wird der direkte Strahl in einem Faradaykäfig gestoppt und die Ladung integriert. In der Streukammer befindet sich in konzentrischer Anordnung drehbar ein Detektor, bestehend aus einem Blendenrohr, Anthracenkristall und Photomultiplier. Technische Einzelheiten der Anordnung sind bereits andernorts beschrieben^{3) 4)}.

Die Polystyrenfolie wurde durch Auftropfen einer Lösung in Benzol auf eine Wasseroberfläche hergestellt. Polystyren ist ein Kohlenwasserstoff, und der deshalb in der Target anwesende Wasserstoff gibt natürlich Anlass zu Proton-Proton-Streuung. Da ein Proton

bei der Streuung an einem Proton eine ungleich grössere Rückstossenergie verliert als bei einer Streuung am Kohlenstoff, können diese beiden Prozesse getrennt werden, indem man das Energiespektrum der gestreuten Partikel aufnimmt. Die Energien sind eine Funktion des Streuwinkels Θ (im Laborsystem) und diese Funktion kann aus den Transformationsgleichungen leicht angegeben werden. (Siehe Fig. 2). Man sieht, dass die Trennung der elastisch gestreuten Partikel auch bei schlechtem Auflösungsvermögen noch bis zu kleinem Θ herunter möglich ist. Die Energieauflösung unserer Anordnung

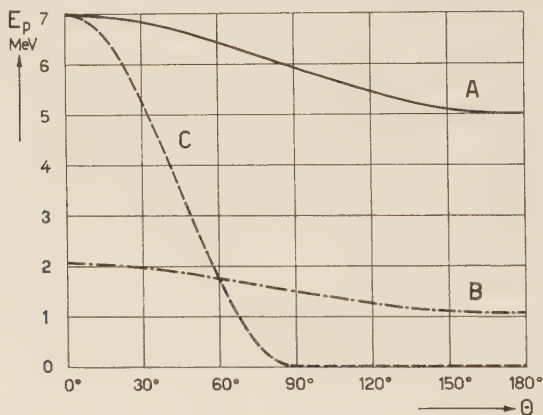


Fig. 2.

Umrechnungstafel: Schwerpunktsystem $E_s = \text{const.}$ Laborsystem $E_L = f(\Theta)$.

A = elastische Streuung von Protonen an Kohlenstoff.

B = inelastische Streuung von Protonen an Kohlenstoff.

(Anregungsenergie 4,43 MeV, $E_p = 7$ MeV.)

C = elastische p, p -Streuung.

beträgt wegen der Kleinheit der Photokathode der 1P21, die verhältnismässig grosse Lichtverluste bedingt, 25%. Fig. 3 zeigt zwei Spektren der verwendeten Anordnung. Damit konnte die Winkelverteilung bis $\Theta = 40^\circ$ für die elastische Streuung verfolgt werden. Inelastisch gestreute Protonen können, wie aus dem Diagramm sofort abzulesen ist, praktisch nur für $\Theta > 90^\circ$ getrennt werden.

Zeitliche Konstanz und Unschärfe der Energie.

Bei unseren Messungen wird die Stosszahl als Funktion des Streuwinkels Θ und der Energie E_p der einfallenden Protonen, bezogen auf eine bestimmte Ladung, ermittelt. Bei 13 Streuwinkeln und einer Unterteilung des Energieintervalls von 4,75–7,0 MeV in 24 Schritte wären also 312 Messpunkte mit den entsprechenden

Nulleffektmessungen zu bestimmen. Nun bedingt die Trennung der Proton-Proton-Streuung und der inelastischen Streuung am Kohlenstoff von der elastischen, d. h. die Aufnahme des Energiespektrums der gestreuten Partikel, eine Multiplikation der Anzahl der benötigten Messpunkte mit einem Faktor 10. Das Anwachsen der Messzeit stellt grosse Anforderungen an die zeitliche Konstanz der Primärenergie. Praktisch sind bei einem Cyclotron zeitliche

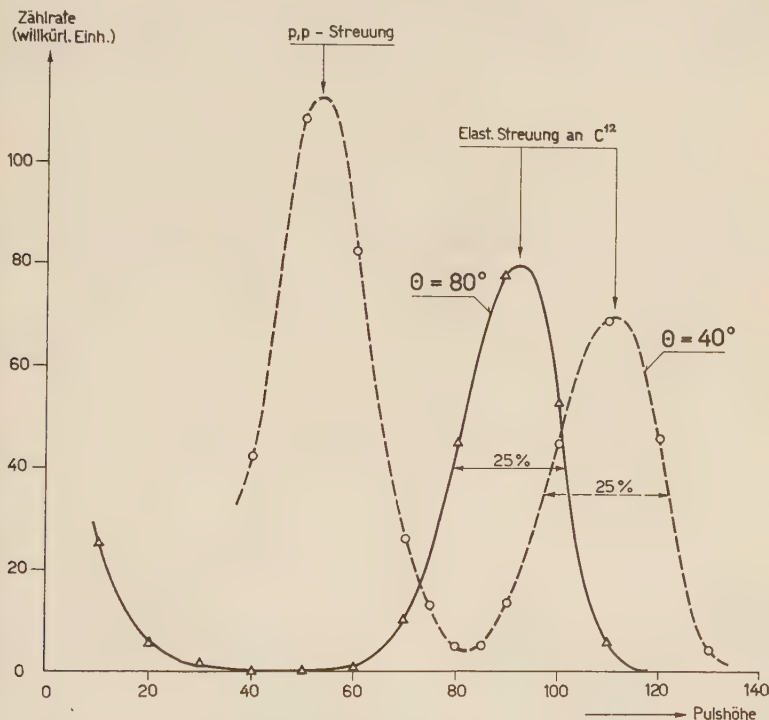


Fig. 3.

Spektrum der gestreuten Protonen unter $\Theta = 40^\circ$ und $\Theta = 80^\circ$ zur Veranschaulichung des Auflösungsvermögens.

Energieschwankungen von einigen Prozent nie zu vermeiden. Unsere Messungen verlangen aber eine Konstanz über viele Tage mit Abweichungen von weniger als 0,1%. Dieses Problem wurde mit Hilfe einer Kontrollstreuung an O^{16} gelöst. Fig. 4 zeigt ein Schema der Anordnung. Zwischen Cyclotronkammer und Absorbersystem passiert der Protonenstrahl eine Al_2O_3 -Target ($1,4 \text{ mg/cm}^2$) und die an dieser Target gestreuten Protonen werden während der Messung in der Streukammer unter 2 Winkeln in Proportionalzählrohren registriert. Der Wirkungsquerschnitt für Streuung am Aluminium

ist praktisch unabhängig von der Energie. Der differentielle Wirkungsquerschnitt für Sauerstoff jedoch variiert unter den zwei beobachteten Winkeln in entgegengesetztem Sinne⁴⁾. Die Signale der beiden Zählrohre unter 75° und 150° gelangen über entsprechende Verstärker auf zwei Countingratemeter, und mittels eines Differentialröhrenvoltmeters wird die Differenz abgelesen. Natürlich kann diese Differenz nur bei einer einzigen Energie gleich Null werden. Eine Abweichung vom Sollwert wird auch dem Vorzeichen nach angezeigt. Eine Variation der Intensität tritt in beiden Kanälen auf

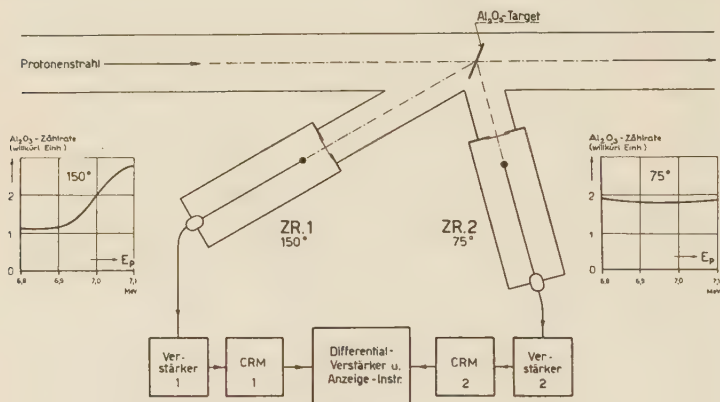


Fig. 4.

Anordnung zur Energiekontrolle.

und eliminiert sich daher. Würde man statt der Differenz das Verhältnis der beiden Zählraten bilden, so wäre die Empfindlichkeit unabhängig von der Intensität, was ja bei der Differenzbildung nicht der Fall ist. Dieser apparative Mehraufwand lohnt sich jedoch nicht, da es vollauf genügt, das Gerät als Nullinstrument zu benutzen. Die Empfindlichkeit beträgt bei normalem Protonenstrom ($0,5 \mu\text{A}$) in dieser Anordnung $50 \mu\text{A}$ Ausschlag bei einer Variation der Energie um $0,1\%$ (also 7 keV). Damit sind wir in der Lage, auch kleinere Schwankungen der Energie rechtzeitig zu erkennen und mit dem Cyclotronmagnetfeld zu kompensieren.

Die Energieunschärfe rührt zunächst von der Maschine selber her, sodann von den Absorbern und der Target. Diese Einflüsse sind in der schon zitierten Arbeit⁴⁾ eingehend diskutiert worden, sodass hier nur die für diesen Fall ermittelten Unschärfen angegeben werden sollen.

Diese beträgt bei	7 MeV	$\pm 20 \text{ keV}$
	5 MeV	$\pm 50 \text{ keV}$

Resultate.

Fig. 5 zeigt die Ergebnisse der Messungen im Laborsystem mit der Energie als unabhängiger Variablen und dem Streuwinkel als Parameter. Die Zahl der Ereignisse bezogen auf $2,38 \mu$ Coulomb, die der Integrator jeweils zu bestimmen gestattet, ist bereits umgerechnet mit Hilfe des bekannten Raumwinkels der Apparatur auf den Wirkungsquerschnitt und dieser multipliziert mit k^2 ($k = mv/\hbar$). Die Schnitte $E = \text{const.}$ durch diese Kurvenschar ergeben dann sofort die Winkelverteilungen, wie sie zum Vergleich mit den gerechneten Kurven der Phasenanalyse benötigt werden.

Die Analyse der Streuphasen.

Zur Analyse benutzen wir die Partialwellenzerlegung und übernehmen den Formalismus von CRITCHFIELD und DODDER⁵⁾. Danach ergibt sich für den differentiellen Wirkungsquerschnitt:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \lambda^2 (|A|^2 + |B|^2)$$

mit

$$A = -\frac{\eta}{2} \frac{1}{\sin^2(\Theta/2)} e^{i\eta \ln \sin^{-2}(\Theta/2)} + \sum_0^{\infty} (l+1) P_l(\cos \Theta) e^{i\alpha_l + i\delta_l^+} \sin \delta_l^+$$

$$+ \sum_0^{\infty} l \cdot P(\cos \Theta) e^{i\alpha_l + i\delta_l^-} \sin \delta_l^-$$

$$B = i \sum_1^{\infty} \frac{dP(\cos \Theta)}{d\Theta} (e^{i\alpha_l + i\delta_l^-} \sin \delta_l^- - e^{i\alpha_l + i\delta_l^+} \sin \delta_l^+).$$

Es bedeuten:

$$\lambda = \frac{\hbar}{m \cdot v} \quad \eta = \frac{Z \cdot Z'}{\hbar \cdot v}$$

$$e^{i\alpha_l} = \frac{l+i\eta}{l-i\eta} \cdot \frac{(l-1)+i\eta}{(l-1)-i\eta} \cdot \dots \cdot \frac{1+i\eta}{1-i\eta} \quad l > 0$$

$$e^{i\alpha_0} = 1$$

m = reduzierte Masse ($m_p \cdot M / m_p + M$)

Z = Ladung des Protons

Z' = Ladung des Targetkerns

v = Geschwindigkeit des einfallenden Protons im Schwerpunktsystem

Θ = Streuwinkel im Schwerpunktsystem.

Die Streuphasen δ_l spalten wir wie üblich auf in die Resonanzstreu-
phasen β_l und die Hartekugelstreuung ($-\Phi_l$):

$$\delta_l^{\pm} = \beta_l^{\pm} - \Phi_l.$$

Wobei:

$$\Phi_l = \arctg (F_l / G_l)_{R_l}$$

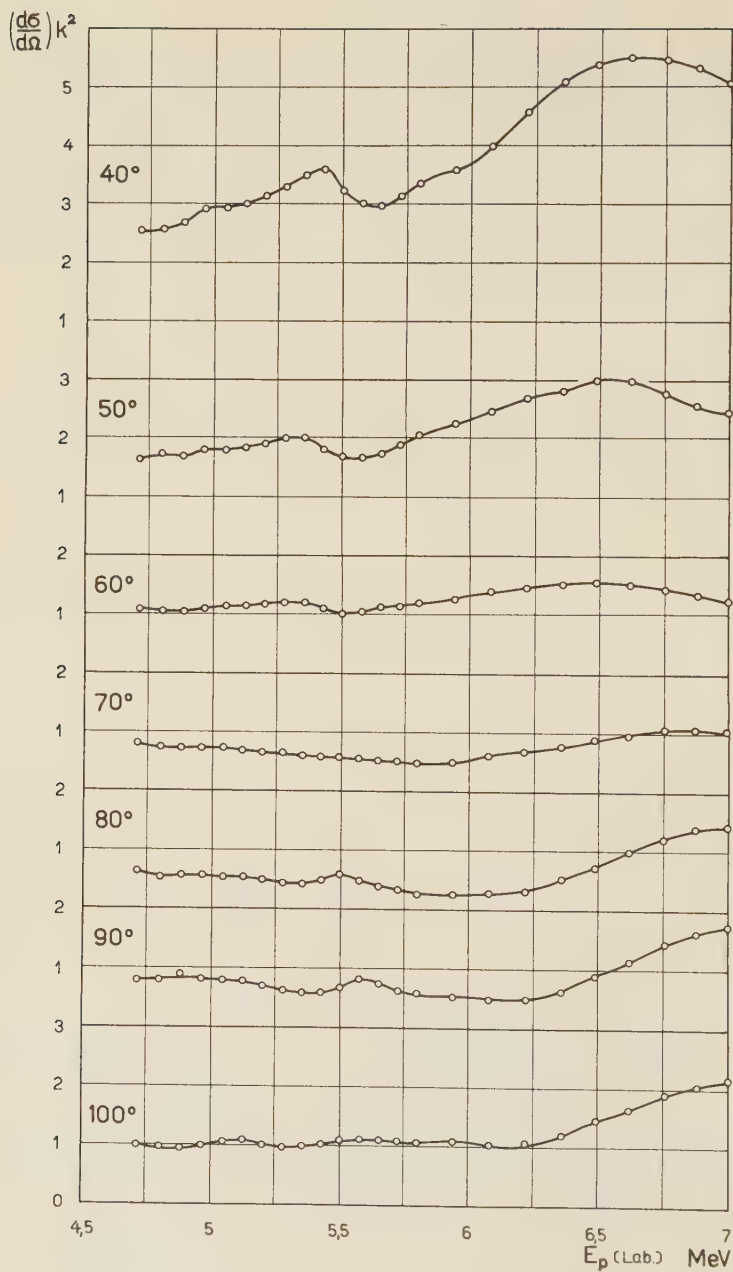
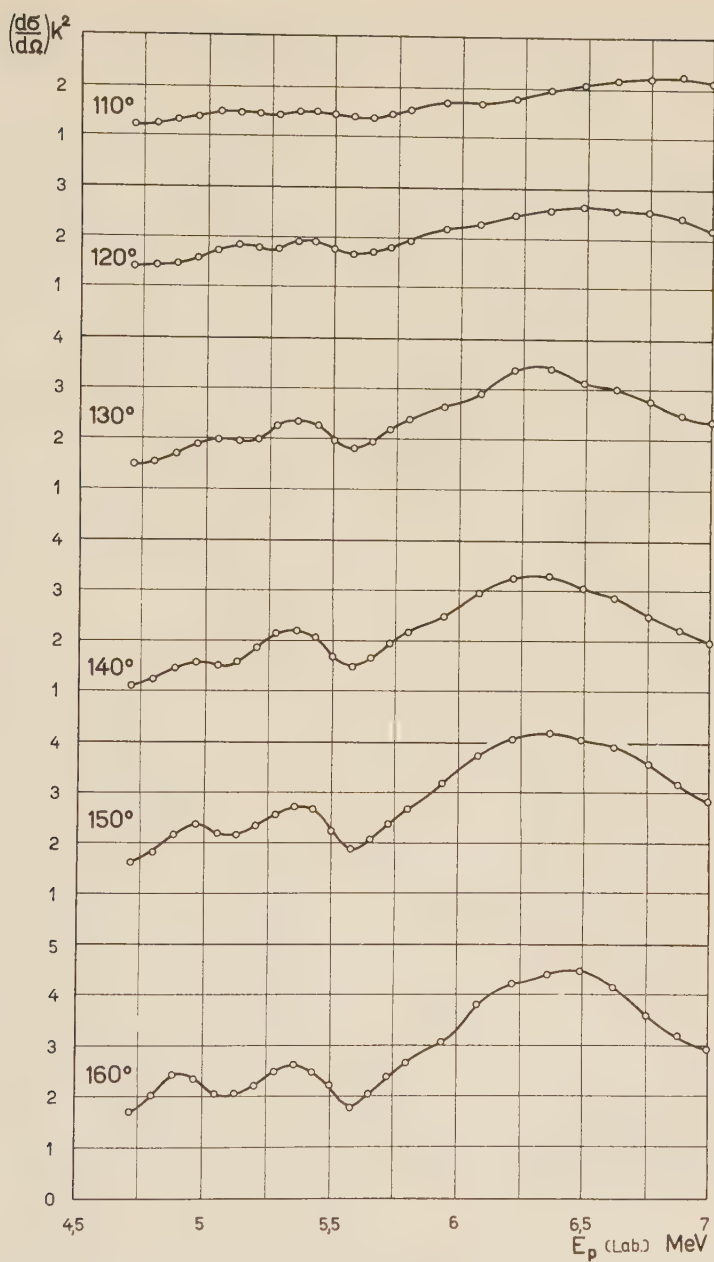


Fig. 5. Resultate der Messungen. Differentieller Wirkungsquerschnitt



mal k^2 als Funktion der Energie mit Θ als Parameter.

aus den Tafeln für die regulären und die irregulären Coulombfunktionen zu entnehmen ist⁶⁾). Als Reaktionsradius wurde

$$R = 4,77 \cdot 10^{-13} \text{ cm} = 1,45 \cdot 10^{-13} (A^{1/3} + 1) \text{ cm}$$

gewählt.

Die Ausrechnung erfolgte graphisch. Natürlich war von Anfang

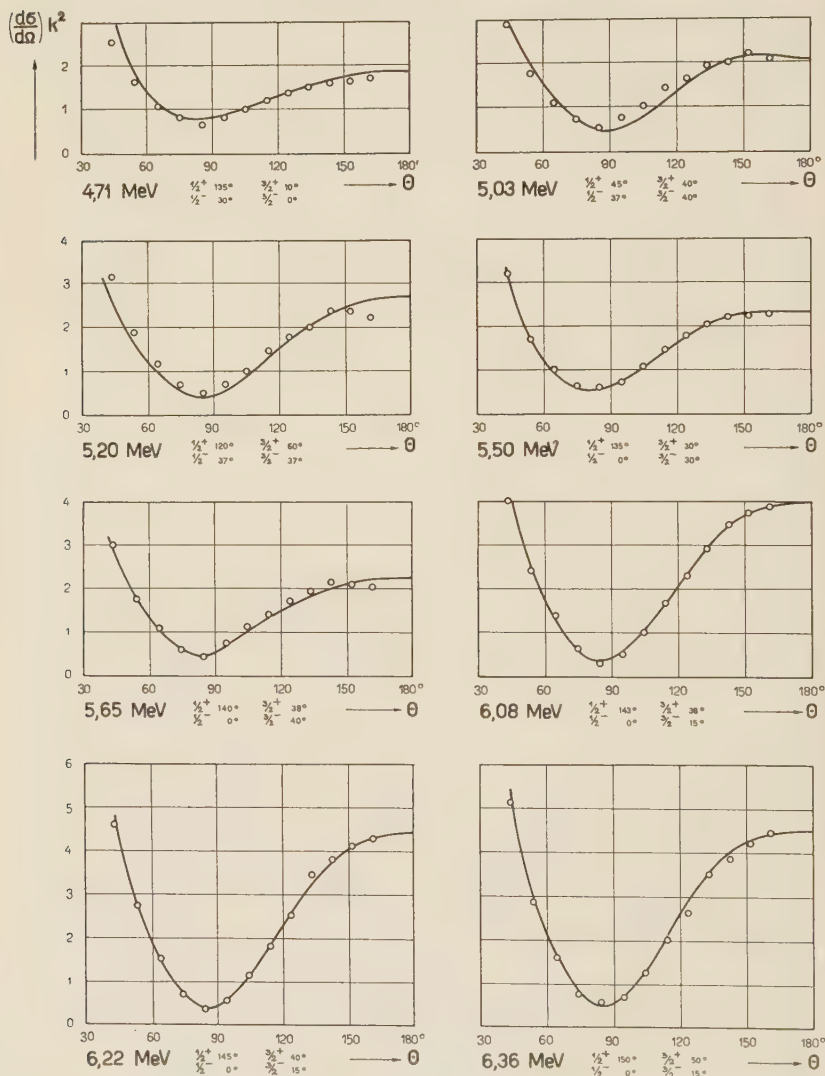


Fig. 6.

Kreise: Winkelverteilung der Experimente. Die ausgezogenen Kurven stellen den nach den unten angegebenen Streuphasen berechneten, theoretischen Verlauf dar. Die 8 gezeigten Kurven sind eine Auswahl aus den Ergebnissen der Phasenanalyse.

an zu vermuten, dass das breite Niveau zwischen 5,6 und 7 MeV, das in Fig. 5 bei $\Theta = 160^\circ$ deutlich zu erkennen ist, im wesentlichen mit einer $d_{3/2}$ -Phase beschrieben werden kann. Dafür gibt es verschiedene Gründe, die im nächsten Kapitel eingehend diskutiert werden.

Grundsätzlich wurden bei der Analyse keine Phasen mit $l > 2$ berücksichtigt. Es kann auch gezeigt werden, dass bei keiner der gemessenen Verteilungen ein grösserer Bahndrehimpuls als 2 erforderlich ist. Damit ist nicht gesagt, dass in diesem Energiegebiet keine solche Resonanz auftritt. Das endliche Auflösungsvermögen der Messanordnung bewirkt, dass Linien, deren experimentelle Breite kleiner als etwa 20 keV ist, gar nicht mehr oder nur als schwache Andeutung in Erscheinung treten. Solche Stellen stören aber die Analyse der übrigen Phasen nicht, und darin liegt der grosse Vorteil dieser Darstellung, dass es nämlich gelingt, die auffälligen Phänomene — also breite Resonanzen — von den weniger auffälligen oder kaum noch messbaren getrennt zu behandeln. Fig. 6 zeigt 8 analysierte differentielle Wirkungsquerschnitte mit den Phasenwerten, die den errechneten Verlauf ergeben.

Diskussion des Phasenverlaufes.

Fig. 7 zeigt den Verlauf der Streuphasen als Funktion der Energie. Darunter ist der Anschaulichkeit halber der differentielle Wirkungsquerschnitt unter 160° aufgetragen. Wir sehen, dass die sehr breite Anomalie zwischen 7 und 6,5 MeV, von einer $d_{3/2}$ -Phase beschrieben wird. Diese Anomalie scheint überlagert von mindestens einer sehr scharfen Linie bei 6,15 MeV, die wir zunächst von unseren Betrachtungen ausschliessen müssen. Aus dem allgemeinen Verlauf zwischen 7 und 6,5 MeV kann man sofort ablesen:

1. Es kann sich hier nur um eine Phase handeln, die eine gerade Parität kennzeichnet, denn der Verlauf des differentiellen Wirkungsquerschnittes in Funktion der Energie ist unter $\Theta = 90^\circ$ destruktiv und gegen 180° zu konstruktiv.

2. Eine s -Phase könnte nie den grossen Absolutwert des Wirkungsquerschnittes erklären; g und höhere würden bereits mehr als ein Maximum zeigen und müssten gegen 180° zu viel steiler ansteigen. Es bleiben nur noch die Möglichkeiten $d_{3/2}$ und $d_{5/2}$. Die Phasenanalyse ergab dann schliesslich, dass die $d_{5/2}$ -Phase nur mit kleinen Werten beteiligt sein kann und es sich demnach um eine $d_{3/2}$ -Resonanz handelt. Gleichzeitig bedarf es relativ grosser Beiträge der $p_{3/2}$ - und $s_{1/2}$ -Phasen.

Aus der Streuung bei $\Theta = 160^\circ$ sehen wir ferner, dass es mindestens noch zwei Anomalien (positiver Parität) gibt, nämlich bei

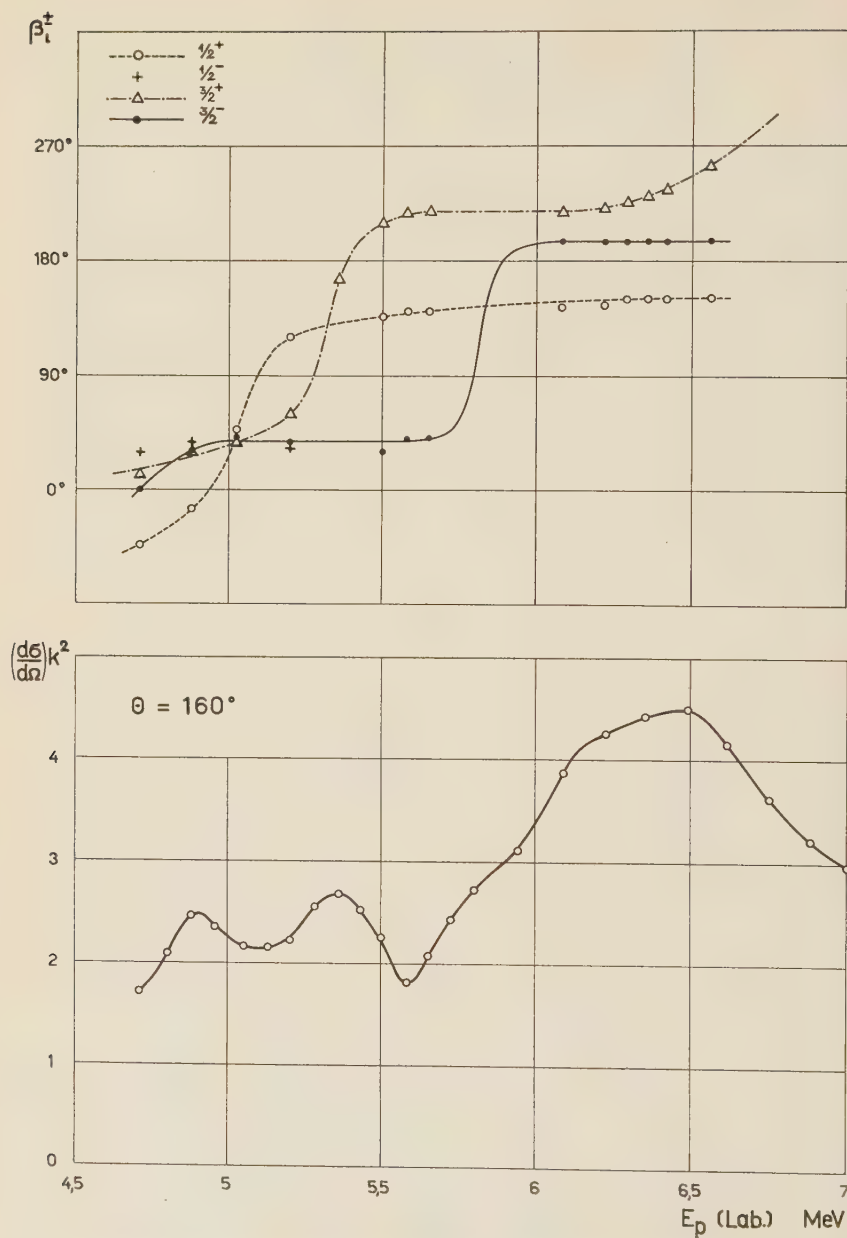


Fig. 7.

Oben ist der Verlauf der Streuphasen in Funktion der Energie gezeigt;
darunter zum Vergleich die Messung bei $\Theta = 160^\circ$.

$E_p = 5,3$ MeV und $E_p = 4,9$ MeV entsprechend den zwei Maxima. Weiterhin fällt eine Lücke bei $E_p = 5,6$ MeV auf und wir vermuten hier eine Resonanzphase negativer Parität als beteiligt am differentiellen Wirkungsquerschnitt. Tatsächlich zeigt sich bei dieser Energie aber unter $\Theta = 90^\circ$ ein Maximum, was diese Vermutung noch bestärkt. Alle diese Argumente, die natürlich bei der Analyse sehr nützlich sind, erweisen sich als in Übereinstimmung mit dem angegebenen Phasenverlauf. Bei 5,8 MeV durchläuft die $p_{3/2^-}$, bei 5,3 MeV die $d_{3/2^-}$ und bei 5,05 MeV die $s_{1/2^-}$ -Phase den 90° -Wert. Das Interessante ist nun, dass die $d_{3/2^-}$ -Phase also zweimal durch 90° hindurchgeht, und zwar handelt es sich um eine breite und eine schmale Resonanz, die sich überlagern, ein Phänomen, das ganz ähnlich auch bei Neutronenstreuung am Kohlenstoff beobachtet wurde⁷⁾.

Damit wären Lage und Art der gemessenen Streuanomalien festgelegt. Die Strahlungsbreite lesen wir ab bei den 45° -Werten, was natürlich nur gilt, wenn die Phase tatsächlich von 0° zu 180° hinüberwechselt. Dies ist nun, wie man aus Fig. 7 erkennt, bei der $s_{1/2^-}$, der $p_{3/2^-}$ und der $d_{3/2^-}$ -Phase offenbar nicht der Fall. Die $s_{1/2^-}$ -Phase bleibt links und rechts der Resonanz (5 MeV) auf einem fast konstanten Wert (145°). Diese Tatsache kann man auf zwei verschiedene Weisen deuten: 1. Es könnte eine sehr breite Resonanz vorliegen, die sich allen andern Anomalien überlagert. 2. Die Hartekugelstreuung muss an dieser Stelle um ein wenig vergrößert werden, was mit einer andern Wahl von R leicht möglich ist. Physikalisch heisst das einfach, dass der Kernradius in unserer Rechnung nicht ganz richtig gewählt war und ein wenig verändert werden müsste. Neigt man der zweiten Deutung zu, so wäre es berechtigt, aus den Phasen zwischen den Anomalien auf den Kernradius zurückzuschliessen. Man könnte dann einen mit der Energie variablen Kernradius einführen. Solange aber der Phasenverlauf nur über ein so beschränktes Gebiet vorliegt, kann zwischen Deutung 1 und 2 nicht entschieden werden.

Zur Ermittlung der Strahlungsbreiten konstruieren wir von 90° ausgehend parallel zur experimentell gefundenen Phase eine „ideale Resonanz“, die also einem $\arctg(I/I_{\text{res}} - E)$ -Gesetz folgt und schätzen so die Strahlungsbreite ab. Damit erhalten wir folgende Werte:

E_{res}	l	Resonanz	Γ keV	$\Gamma/\Gamma_{\text{th}}$
5,05	0	$1/2^+$	75	0,0144
5,30	2	$3/2^+$	50	0,024
5,85	1	$3/2^-$	50	0,011
6,65	2	$3/2^+$	350	0,11

Dabei ist mit $\Gamma/\Gamma_{\text{th}}$ die durch $3 \hbar^2/2 mR$ dividierte, reduzierte Strahlungsbreite bezeichnet, die allgemein als Mass dafür angesehen werden kann, bis zu welchem Grade ein Niveau als „Einteilchenzustand“ anzusprechen ist¹²⁾.

Vergleich zwischen elastischer und inelastischer Streuung.

Bestrahlt man Kohlenstoff mit Protonen, so sollte oberhalb 4,43 MeV auch inelastische Streuung möglich sein, denn der erste angeregte Zustand des C^{12} liegt bei dieser Energie. Kürzlich wurde aber gerade eine γ -Strahlung dieser Energie nachgewiesen und diskutiert⁸⁾⁹⁾. Der Vergleich zwischen elastischer und inelastischer Streuung ist für uns aus zwei Gründen von Interesse:

1. Wir wollen feststellen, ob die Anomalien, die zur elastischen Streuung führen, mit jenen Resonanzen in der Anregungskurve des inelastischen Prozesses übereinstimmen.

2. Wir suchen das Verhältnis dieser Konkurrenzprozesse. Mit dem Verhältnis der Konkurrenzprozesse meint man natürlich das Verhältnis der totalen Wirkungsquerschnitte. Während nun z. B. bei Neutronen der totale Wirkungsquerschnitt durch Transmissionsexperimente ermittelt werden kann, bereitet das für geladene Teilchen Schwierigkeiten, denn wegen der überwiegenden Coulombstreuung führt ein Transmissionsexperiment nicht zum Ziel. Die Integration über eine Winkelverteilung divergiert wegen des Poles bei $\Theta = 0^\circ$. Aus diesen Schwierigkeiten weist nun die Phasenanalyse einen gangbaren Weg: wir berechnen mit den totalen Phasen δ_l^\pm , die jetzt aus der Phasenanalyse bekannt sind, einen totalen Streuquerschnitt nach der Mottschen Formel:

$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_l^\infty \{ (l+1) \sin^2 \delta_l^+ + l \sin^2 \delta_l^- \}$$

die ja nichts anderes darstellt als die Integration der Formel des differentiellen Wirkungsquerschnittes, integriert über den ganzen Raum 4π , aber ohne Streuung am Coulombfeld, quasi als ob es sich um Neutronen handelte. Damit erhalten wir den totalen Streuquerschnitt als Funktion der Energie, der in Fig. 8 der Anregungskurve des inelastischen Prozesses $\text{C}^{12}(p, p', \gamma)\text{C}^{12}$ gegenübergestellt ist. Die Übereinstimmung der auffälligen Resonanzen bei 5,30 und 5,85 MeV könnte nicht vollkommener sein. Die $s_{1/2}$ -Resonanz führt also offenbar nicht zum elastischen Prozess. Das ist auch verständlich, denn bei 5 MeV Primärenergie stehen den sekundären Protonen nur 0,57 MeV zur Verfügung. Ausserdem müssen sie mit $l = 2$ emittiert werden, denn der zurückbleibende angeregte Kern befindet

sich in einem 2^+ -Zustand, wie von andern Experimenten her bekannt ist¹⁰⁾. Sie hätten also eine Coulomb- und Zentrifugalbarriere zu überwinden, die etwa 12 MeV beträgt. Der Prozess ist also sehr unwahrscheinlich.

Ganz anders bei 5,3 MeV: die Protonen werden überwiegend als $d_{3/2}$ -Welle absorbiert. Für den inelastischen Prozess stünde 0,87 MeV zur Verfügung und der Zwischenkern hat bereits den Bahndrehimpuls $l = 2$. Die Emission der sekundären Protonen kann als s -Welle erfolgen, damit der Endkern im 2^+ -Zustand zurückbleibt. Es

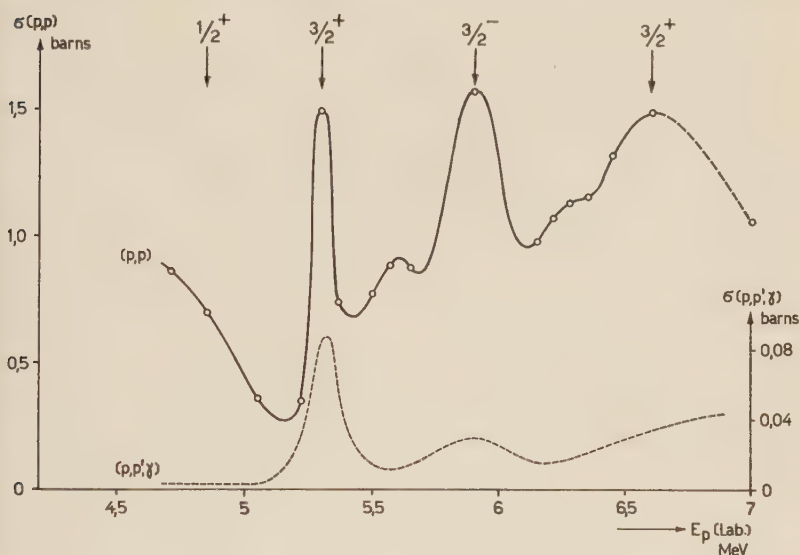


Fig. 8.

Der totale Streuquerschnitt (ausgezogene Kurve) nach der Mott'schen Formel aus den Streuphasen berechnet, wird der Anregungskurve des Prozesses (p, p', γ) gegenübergestellt.

gibt keine Zentrifugalbarriere. Nur der Coulombwall ist massgebend für die Zerfallswahrscheinlichkeit. Daher das hohe Maximum an γ -Quanten bei dieser Resonanz.

Die nächste Resonanz bei 5,85 MeV zeigt schon weniger γ -Quanten. Das ist nach unserer Zuordnung verständlich. Es ist eine $p_{3/2}$ -Resonanz. Die sekundären Protonen haben 1,4 MeV Energie, müssen aber als p -Welle emittiert werden. Anders kann nach Absorption einer p -Welle keine positive Parität im Endkern erreicht werden. Es steht zwar grössere Energie zur Verfügung gegenüber der 5,3 MeV-Resonanz, aber bei der Emission ist eine Zentrifugalbarriere (ca. 5 MeV) wegen der Emission als p -Welle zu überwinden. Es scheint

also vernünftig, dass diese Resonanz seltener zum inelastischen Prozess führt.

Schliesslich bleibt noch die $d_{3/2}$ -Anomalie bei 6,65 MeV zu diskutieren. Hier finden wir bei den γ -Quanten kein Maximum. Es sieht so aus, als ob die Resonanz bei 7 MeV ihren Extremalwert noch nicht ganz erreicht hätte. Überhaupt macht der Verlauf der Messung einen ziemlich komplexen Eindruck. Auf jeden Fall wird der grosse Wirkungsquerschnitt der 5,3 MeV-Resonanz nicht erreicht, und das ist ein ganz wesentlicher Punkt. Diese breite $d_{3/2}$ -Resonanz bei 6,65 MeV unterscheidet sich von der schmalen $d_{3/2}$ -Resonanz bei 5,3 MeV dadurch, dass hier der inelastische Prozess viel seltener ist. Beachten wir, dass die Energie der Sekundärprotonen hier um einen Faktor 2,5 grösser ist als bei der 5,3 MeV-Resonanz und dass damit die Transparenz der Potentialbarriere mindestens um einen Faktor 10 vergrössert ist, so sollte der inelastische Prozess nach den Vorstellungen der Zwischenkerntheorie auch um diesen Faktor vergrössert sein gegenüber der 5,3 MeV-Resonanz, denn alle anderen Quantenzahlen sind gleich. Wir ziehen daher den Schluss, dass es sich bei der 6,65-MeV-Resonanz um einen Zustand handelt, bei dem das unpaarige Proton seine Energie nicht mit den übrigen Nukleonen im Rumpf teilt. Das heisst aber mit andern Worten, es handelt sich um ein Niveau, wie es dem Einteilchenmodell entspricht.

Bei dem Vergleich zwischen elastischem und inelastischem Streuprozess wurde bis jetzt angenommen, dass die in der zitierten Arbeit⁸⁾ veröffentlichte Kurve der unter 105° beobachteten γ -Quanten als Funktion der Energie auch ein Mass für den totalen Wirkungsquerschnitt ist. Eine Anisotropie dieser γ -Strahlung wäre daher ein schwerwiegendes Argument gegen die vorgebrachte Meinung. Wir haben daher nach einer solchen Anisotropie gesucht, mit allerdings nur groben Experimenten, die den Charakter einer ersten Information tragen, und Isotropie innerhalb 10% festgestellt. Damit ist sichergestellt, dass nicht eine Anisotropie die grossen Unterschiede im Verhältnis $\sigma_{pp'}/\sigma_{pp}$ hervorrufen konnte. Wir finden nach der oben beschriebenen Methode für die Bildung eines totalen Streuquerschnittes und unter Berücksichtigung der Isotropie der γ -Strahlung folgende Verhältnisse:

$E_{p \text{ res}}$	Zuordnung	$\sigma_{pp'}/\sigma_{pp}$
5,05	$1/2^+$	0 %
5,3	$3/2^+$	5,6%
5,85	$3/2^-$	2,4%
6,65	$3/2^+$	2 %

Wir schätzen die Genauigkeit dieser Verhältnisse auf $\pm 50\%$. Relativ zueinander ist die Genauigkeit aber viel besser, denn σ_{pp} kann man praktisch als konstant ansehen, so dass das Verhältnis von der Anregungskurve der γ -Quanten allein bestimmt wird, die relativ mit $\pm 10\%$ Unsicherheit sicher nicht überschätzt ist.

Untersuchung des Prozesses $C^{12}(p, p') C^{12}$.

Für alle Zuordnungen würde die Kenntnis von der Streuung der inelastischen Protonen eine wichtige Hilfe bedeuten. Es ist deshalb klar, dass man für die weitere Untersuchung diese in vermehrtem Masse zu Rate ziehen wird. In unserem Falle war es bisher nur möglich, die inelastisch gestreuten Protonen bei 7 MeV Primärenergie zu messen. Die Winkelverteilung dieser Partikel zwischen $\Theta = 80^\circ$ und $\Theta = 160^\circ$ ergab Isotropie¹¹⁾. Das bedeutet, dass entweder die Protonen als s -Welle absorbiert oder dass die sekundären Protonen als s -Welle emittiert werden. Dieses Ergebnis ist in Übereinstimmung mit unserer Zuordnung einer $3/2^+$ -Phase bei dieser Energie. Der inelastische Prozess, bei dem ja der Endkern im 2^+ -Zustand zurückbleibt, verlangt ja eine Emission als s -Welle. Es ist zu erwarten, dass der inelastische Prozess die Verwendung der Streuformel bei der Phasenanalyse der elastischen Streuung in Frage stellt, denn die verwendete Theorie berücksichtigt keinerlei Absorptionsprozesse, sofern man sich auf reelle Phasen beschränkt. Es ist deshalb wichtig, dass diese Formel nur dort verwendet wird, wo die Konkurrenzprozesse nur unwesentliche Störungen darstellen. Wie im Kapitel über den Vergleich der beiden Konkurrenzprozesse ausgeführt wurde, finden wir durch Vergleich mit der γ -Strahlung Werte von 5% im Maximum, meist aber nur 1 und 2% zwischen den Resonanzen. Wir betrachten deshalb diesen Prozess bezüglich der Gültigkeit der Formel für die elastische Streuung als vernachlässigbare Störung.

Diskussion.

Unsere Messungen der Streuung von Protonen an Kohlenstoff führen zu einem Termschema für N^{13} wie es Fig. 9 zeigt. Das Bemerkenswerte dieser Untersuchung ist nun, dass es möglich ist, bis zu relativ hohen Energien Niveaus nachzuweisen, die vom Termschema des Schalenmodells verlangt werden. Für die Annahme, dass es sich bei dem 8,15 MeV-Niveau ($E_p = 6,65$ MeV) um ein Einteilchenniveau handelt, haben wir zwei Argumente:

1. Die grosse reduzierte Breite dieses $3/2^+$ -Niveaus unterscheidet es deutlich von den anderen Niveaus, von denen es viele in diesem Energiegebiet gibt.

2. Während ein sehr schmales $3/2^+$ -Niveau bei etwas kleinerer Energie ($E_p = 5,3$ MeV) auch einen Beitrag zur inelastischen Streuung liefert (5,6%), finden wir hier bei 8,15 MeV ($E_p = 6,65$ MeV) nur wenig γ -Strahlung.

Wir deuten diese Beobachtung dahin, dass bei $E_p = 5,3$ MeV eine Zwischenkernbildung stattfindet, bei der die Energie zwischen dem unpaarigen Proton und den übrigen Nukleonen geteilt wird, während bei $E_p = 6,65$ MeV eine Verteilung der Energie nicht erfolgt. Hier handelt es sich also um ein Einteilchenniveau.

Vergleichen wir die Lage dieses $3/2^+$ -Zustandes mit den entsprechenden Niveaus im C^{13} , so kommt die Übereinstimmung vielleicht am besten zum Ausdruck, wenn wir die aus der entsprechenden Neutronenstreuung gewonnenen Phasen⁷⁾ unserer Phasenanalyse gegenüberstellen. Auch hier bei dem Spiegelkern wird die Streuung bei der entsprechenden Energie dadurch beschrieben, dass die $3/2^+$ -Phase zweimal den 90° -Wert überschreitet. Das breite $3/2^+$ -Niveau zeigt nun grosse Ähnlichkeit zwischen den beiden Spiegelkernen:

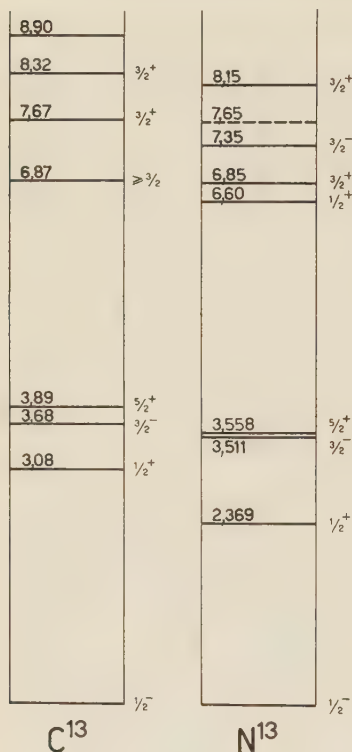


Fig. 9.

Nach unseren Messungen vorgeschlagene Niveaus im N^{13} oberhalb 5 MeV. Die übrigen Daten sind der Arbeit²⁾ entnommen. Bei dem gestrichelt gezeichneten Niveau bei 7,65 MeV könnte es sich um den gesuchten $7/2^-$ -Zustand handeln. — Zum Vergleich ist der Spiegelkern C^{13} eingezeichnet. Nur die Übereinstimmung der Terme bei 8,32 resp. 8,15 MeV ist hier von Wichtigkeit, weil hier die Breiten übereinstimmen.

überein. Die Aufspaltung des $3/2^-$ vom $1/2^-$ -Term ist vom Li^5 und He^5 her bekannt und beträgt etwa 2,4 MeV. Nehmen wir

$3/2^+$ in C^{13} bei 8,32 MeV

$\Gamma = 1,2$ MeV $\Gamma/\Gamma_{th} = 0,16$

$3/2^+$ in N^{13} bei 8,15 MeV

$\Gamma = 0,35$ MeV $\Gamma/\Gamma_{th} = 0,14$.

Diese Übereinstimmung führt zu dem Schluss, dass es sich hier um den $3/2^+$ -Zustand des Schalenmodells handelt. Daraus ergibt sich eine Aufspaltung des $5/2^+$ - zum $3/2^+$ -Zustand von etwa 4,5 MeV. Dieser Wert stimmt gut mit dem bei F^{17} gefundenen von 4,6 MeV

ferner noch den Abstand zwischen dem $1/2^-$ -Niveau der Achterschale und dem $5/2^+$ - der Zwanzigerschale aus dem Experiment am C^{13} und N^{13} zu Hilfe, so können wir die Energieskala des Schalenmodells bestimmen. Eine Übersicht dieser bis jetzt bekannten Daten gibt Fig. 1.

Das bei O^{17} und F^{17} gefundene $7/2^-$ -Niveau lässt auf eine grosse Aufspaltung des f -Termes schliessen, so dass dieser energetisch vor dem $3/2^+$ erscheint. Diese Resonanz ist bei C^{13} und N^{13} bis jetzt noch nicht gefunden worden. Es ist aber nicht ausgeschlossen, dass an der fraglichen Stelle, die in unserer Fig. 9 gestrichelt gezeichnet ist, eine sehr scharfe Resonanz vorliegt, für deren Nachweis das Auflösungsvermögen unserer Apparatur noch nicht ausreicht. Das trifft natürlich für Resonanzen mit beliebigem l zu, solange nur die Strahlungsbreite klein gegen das Auflösungsvermögen bleibt.

Die in unserem Falle gerade noch nachgewiesenen $1/2^+$ -, $3/2^+$ - und $3/2^-$ -Zustände lassen sich in einfacher Weise unter Zuhilfenahme eines Zweikörpermodells erklären, indem man den Zwischenkern als angeregten Rumpf C^{12} auffasst, in dessen Potential das unpaarige Proton eingefangen ist*). Die Zuordnung dieser Resonanz ist in Übereinstimmung mit dieser Auffassung.

Bei einer Protonenenergie von $E_p = 4,5$ bis $5,5$ MeV zeigt die Phasenanalyse das Auftreten einer gegen kleinere Energie hin ansteigenden $1/2^-$ -Phase, die nicht weiterverfolgt werden konnte. Ebenso zeigt hier die $3/2^-$ -Phase einen gekrümmten Verlauf, so dass eine weitere $1/2^-$ - und $3/2^-$ -Resonanz bei kleinerer Energie wahrscheinlich ist.

Von besonderem Interesse ist weiterhin die $1/2^+$ -Phase, denn nach dem Schalenmodell ist in diesem Gebiet eine s -Resonanz zu erwarten. Eine Einteilchenresonanz mit $l = 0$ hätte bei dieser Energie aber eine Breite von etwa 5 MeV. In unserem Phasenverlauf (4,5 bis 7 MeV) wäre diese Resonanz also nur an einer Verschiebung der Phase aus ihrer „Symmetrieachse“ $\pi/2$ zu erkennen. Gerade das aber ergibt hier das Experiment, so dass hier die Vermutung ausgesprochen werden kann, dass auch dieser breite $s_{3/2}$ -Zustand des Schalenmodells noch nachgewiesen werden kann. Eine sichere Aussage kann darüber allerdings erst erfolgen, wenn ein viel grösseres Energiegebiet analysiert worden ist.

Da sich alles bisher Gesagte im wesentlichen auf die Untersuchung der reduzierten Strahlungsbreiten stützt, denn nur in diesem Fall des N^{13} liegt die Bestimmung des Verhältnisses $\sigma_{pp'}/\sigma_{pp}$ vor, ist es von Interesse, auch andere experimentelle Daten in die Diskussion

*) Herrn Prof. K. BLEULER, der diese Auffassung bereits in den *Helv. Phys. Acta* **26**, 598 (1953), diskutiert hat, verdanken wir den Hinweis auf diese Deutung.

einzubeziehen. Die in Fig. 9 eingezeichneten Niveaus bei kleiner Energie sind $1/2^+$, $3/2^-$ und $5/2^+$. Die reduzierten Strahlungsbreiten (in Einheiten $3 \hbar^2/2 Rm$) wurden von den Autoren¹²⁾¹³⁾ angegeben zu 0,81, 0,047, 0,31 respektive. Die Breite des $5/2^+$ mit 0,31 erscheint nach allem bisher Gesagten plausibel, denn es handelt sich ja um den $d_{3/2}$ des Schalenmodells. Die geringe Breite des $3/2^-$ zu 0,047 passt ebenfalls in das entworfene Bild, denn es kann sich nur um Mehrteilchenanregung handeln. Unverständlich bleibt dann die grosse Breite des $1/2^+$ mit 0,81. Natürlich gibt es a priori keinen Grund, warum Mehrteilchenanregung mit kurzer Lebensdauer nicht vorkommen sollte. Andererseits ist es auffällig, dass verschiedene Autoren sowohl bei C^{13} ⁷⁾ als auch bei N^{13} und O^{17} jeweils von unverhältnismässig grossen s -Phasen bei den kleinen Energien berichten¹³⁾. Wahrscheinlich wäre es von grossem Interesse, auch die Einfangquerschnitte gleichzeitig mit dem Streuquerschnitt zu untersuchen, um auf diese Weise näheren Aufschluss über die Art der Niveaus zu erhalten.

Ein weiterer Punkt, der zu beachten wäre ist, dass die Umrechnungsformel zur Berechnung der reduzierten Strahlungsbreite nur gilt, solange $I \ll E_p$, also die Strahlungsbreite klein ist gegen die Energie. Bei niedrigen Niveaus ist also schon aus diesem Grunde Vorsicht geboten bei der Diskussion der Strahlungsbreiten. Diese Frage wird auch eingehend bei R. G. THOMAS¹⁴⁾ diskutiert.

Abschliessend möchte ich unserem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. P. SCHERRER, meinen Dank sagen für die stets anspornenden Diskussionen. Dem Aluminiumfonds Neuhausen habe ich für finanzielle Unterstützung zu danken.

Literatur.

- 1) D. R. INGLIS, RMP. **25**, 390 (1953).
- 2) F. AJZENBERG, T. LAURITSEN, RMP. **24**, 221 (1952).
- 3) Diplomarbeit J. SALADIN, ETH., 1954, unveröffentlicht.
- 4) M. SEMPERT, H. SCHNEIDER und M. MARTIN, Helv. Phys. Acta **27**, 313 (1954).
- 5) C. L. CRITCHFIELD und D. C. DODDER, P. R. **76**, 602 (1949).
- 6) J. BLOCH, M. H. HULL, A. A. BROYLES, W. G. BAURICIUS, B. E. FREEMAN und G. BREIT, RMP. **23**, 147 (1951).
- 7) R. W. MEIER, P. SCHERRER und G. TRUMPY, Helv. Phys. Acta **27**, 577 (1954).
- 8) M. MARTIN, H. SCHNEIDER und M. SEMPERT, Helv. Phys. Acta **26**, 595 (1953).
- 9) D. MAEDER, M. MARTIN, R. MÜLLER und H. SCHNEIDER, Helv. Phys. Acta **27**, 167 (1954).
- 10) R. R. HAEFNER, RMP. **23**, 228 (1951).
- 11) J. DE BOER, Diplomarbeit ETH., 1955, unveröffentlicht.
- 12) H. L. JACKSON, A. J. GALONSKY, PR. **89**, 371 (1953).
- 13) H. L. JACKSON, A. J. GALONSKY, F. J. EPPING, R. W. HILL, E. GOLDBERG und J. R. CAMERON, PR. **89**, 365 (1953).
- 14) R. G. THOMAS, P.R. **81**, 148 (1951).

Schwere Mesonen und Hyperonen in Kernemulsionen

von **H. Winzeler** und **M. Teucher**

Physikalisches Institut der Universität Bern.

E. Lohrmann

Hochspannungslaboratorium Hechingen, Deutschland.

(25. I. 56.)

In der vorliegenden Arbeit wird über einige τ -Mesonen¹⁾ und Hyperonen berichtet. Die Beobachtungen wurden in 2 Paketen trägerfreier Emulsionen (stacks) ausgeführt. Stack 1 bestand aus 40 Emulsionen 10×15 cm und 600μ dick, Stack 2 aus 108 Emulsionen 20×30 cm, ebenfalls 600μ dick. Stack 1 wurde während der Sardinienexpedition 1953 exponiert, Stack 2 wurde 1955 in Texas 8 Stunden lang in 29 km Höhe geflogen. Die Ereignisse wurden sämtlich im Laufe systematischer Durchmusterung gefunden, die jeweils die gesamte Fläche einer Platte lückenlos erfasste (Area-scanning). Das so durchmusterte Volumen betrug 100 cm^3 .

Die Ergebnisse über Kerneinfänge negativer K -Mesonen sowie von Hyperonen sollen an anderer Stelle mitgeteilt werden.

1. τ -Mesonen.

In Tabelle I sind die Einzelheiten von 16 τ -Mesonen wiedergegeben. Für die Berechnung der Q -Werte wurden in beiden Stacks Kalibrierungen der Energie-Reichweite-Beziehung mit μ -Mesonen vorgenommen. Die Restreichweite der μ -Mesonen aus dem π - μ -Zerfall ergab sich für das Stack 1 zu $584 \pm 6 \mu$, für das Stack 2 zu $597 \pm 3 \mu$. Die Umrechnung der Reichweiten in Energie geschah unter Verwendung der Tabellen von FAY et al²⁾. Man bekommt einen mittleren Q -Wert von

$$Q = 73,8 \pm 1,2 \text{ MeV}$$

und hiermit unter Zugrundelegung einer π -Masse von $272,7 m_e$ ($139,4 \text{ MeV}$)

$$M = 962,5 \pm 2,5 m_e.$$

Dabei ist dem Energieverlust eines geradlinig fliegenden Teilchens in der dünnen Papierschicht zwischen 2 Emulsionen mit 1% des Energieverlustes pro Emulsionsschicht Rechnung getragen³⁾.

Tabelle I. Primäres.

Er- eignis	Rest- reichweite (mm)	Energie (MeV)	Mutter- stern	Ladg.	Flug- zeit 10^{-10} s	$\Theta_{n\tau}^0$	δ_{τ}^0
Be ₁	22,39	62,8	31 + 2		2,04	17,5	31,0
Be ₂	7,61	34,0	11 + 4 <i>n</i>		0,95	88,5	34,5
Be ₃	8,80	36,9	7 + 0 <i>n</i>		1,05	66,5	0
Be ₄	> 0,78	> 9,3			>0,19	42	36
Be ₅	>16,03	>52,0			>1,61	90	0
Be ₆	>19,08	>57,4		+	>1,82	81	29,5
Be ₇	0,93	10,3	23 + 3 <i>n</i>		0,21	70,5	66
Be ₈	3,66	22,4	14 + 1 <i>n</i>		0,56	75	16
Be ₉	13,29	46,7	5 + 0 <i>n</i>		1,41	64,5	3,5
Be ₁₀	7,45	33,61	10 + 9 <i>n</i>		0,93	67	42
Be ₁₁	4,50	25,23	22 + 10 <i>p</i>		0,65	88	23
Be ₁₂	>90,35	>138,8		+	>5,4	75	4
Be ₁₃	> 5,53	>28,36		+	>0,76	56	60
Be ₁₄	1,50	13,51	15 + 21 <i>p</i>		0,30	30	13
Be ₁₅	19,37	57,85	12 + 6 <i>p</i>		1,84	88	31
Be ₁₆	> 4,54	>25,36			>0,65	45	49

Tabelle I. Sekundäre.

Rest- reichweite (mm)	Energie (MeV)	Ladg.	Winkel	N	δ_n^0	Q (MeV)	$\Theta_{\pi^- \tau}^0$
$7,23 \pm 0,31$	19,16	+	110,5 119 130,5	7	48,5	$73,4 \pm 2,6$	
$3,44 \pm 0,14$	12,6	+	106,5 111,5 142	2	53	$69,2 \pm 2,6$	
Wechselwirkung im Fluge		—	99 106		29	$75,8 \pm 5,0$	75
$1,30 \pm 0,04$	7,2	+	155	0			
$0,103 \pm 0,004$	1,7	+	84 105 171	0	25,5	$117,4^{+62}_{-36}$	
$9,21 \pm 0,33$	22,0	—	62 141,5	6	64	$75,3 \pm 1,9$	111,5
$2,32 \pm 0,13$	10,0	+	156,5	2			
$13,25 \pm 0,4$	27,0	—	117	2			
$9,38 \pm 0,34$	22,2	+	121	7	43	$72,1 \pm 0,9$	62,5
$9,88 \pm 0,43$	22,9	+	122	11			
$15,0 \pm 0,55$	29,0	—	74,5 123,5	14	29	$73,4 \pm 1,4$	19
$0,776 \pm 0,026$	5,4	+	162	0			
$22,4 \pm 0,7$	38,3	—	85 131,5	6	25	$76,5 \pm 1,7$	168
$4,80 \pm 0,21$	15,2	+	143,5	4			
zu steil		—	64,5 147	9	17	$76,7 \pm 3,1$	87
$4,81 \pm 0,19$	15,2	+	148,5	3			
		—	108 115,5		22	$72,2 \pm 2,6$	24
5,07	15,63	+	137,5	2			
			72 134		21	$74,5 \pm 2,6$	
2,30	9,99	+	154	2			
25,03	38,8	+	72	4			
9,26	22,1	+	138	3	71	$72,0 \pm 0,9$	27,5
2,75	11,16	—	150	0			
31,5	44,2	+	53	6			
5,56	16,5	—	146	3	13	$72,3 \pm 0,9$	104
2,98	11,6	+	161	2			
25,97	39,6	—	81,5 136	15	17	$72,4 \pm 1,5$	108
0,926	5,96	+	142,5	0			
		+	68 134,5		56	$74,4 \pm 5,0$	88
1,40	7,53	—	158	1			
17,53	31,7	+	74 118	14	44	$72,5 \pm 1,5$	137
0,225	2,67	—	168	0			

 N ist die Anzahl der durchquerten Platten.

Die Dicke der Emulsion ist mit $600 \mu \pm 10\%$ angesetzt worden. Die Sterngrößen der Muttersterne der τ -Mesonen wurden untersucht. Die Mittelwerte \bar{n}_h der grauen plus schwarzen Spuren einerseits sowie die der dünnen Spuren \bar{n}_s andererseits, betragen

$$\bar{n}_h = 15$$

$$\bar{n}_s = 5,6$$

Diese Werte sind mit der von der „G-stack-collaboration“⁴⁾ und von FRIEDLANDER et al.⁵⁾ für positive K -Mesonen gegebenen Verteilung in Übereinstimmung. Danach ist die mittlere Energie der Muttersterne von der Größenordnung 60 BeV. Diese Abschätzung wurde gewonnen durch Extrapolation von Daten von JOHNSON⁶⁾, sowie aus Messungen von F. HÄNNI⁷⁾.

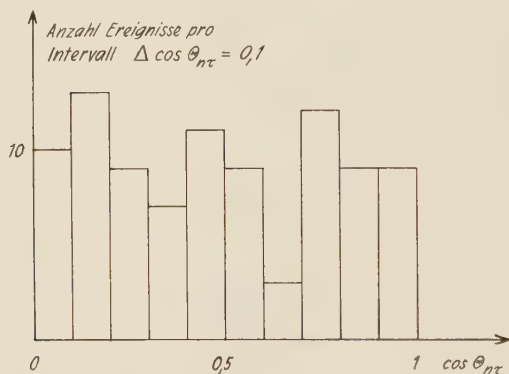


Fig. 1.

In Fig. 1 ist die Verteilung der Winkel $\theta_{n\tau}$ zwischen der Emissionsrichtung des τ -Mesons am Entstehungsort (Mutterstern oder Eintrittspunkt in den Stack) und der Normalen zur Zerfallsebene wiedergegeben. Aus dieser Verteilung kann man unter gewissen Umständen⁸⁾ Aufschlüsse über Spin und Polarisation des τ -Mesons ziehen. Die Verteilung erweckt den Eindruck von Isotropie, auch ergibt ein χ^2 -Test, dass die Abweichung von der Isotropie im Rahmen der — hier mit 92 τ -Zerfällen aufgestellten — Statistik liegt. Die 16 Daten unseres Labors wurden dabei durch diejenigen von folgenden Laboratorien uns freundlicherweise zur Verfügung gestellten Werte ergänzt: Berkeley (HECKMAN) 5, Berkeley (RICHMAN) 24, Bombay 6, Bristol 8, Göttingen 3, Rehovot 1, Lund 1, Padua 16, Rom 7, Sorbonne 1 und Turin 4. Nach den übrigen aus der Winkelverteilung der Sekundären erhaltbaren Schlüssen¹⁾ ist dieses Ergebnis in Übereinstimmung mit der Annahme, dass das τ -Meson den Spin 0 hat.

Da beim Suchen nach τ -Zerfällen leicht ein systematischer Fehler in $\Theta_{n\tau}$ dadurch entstehen könnte, dass Ereignisse mit bestimmten Zerfallsebenenstellungen sowie Neigungen der τ -Spuren weniger leicht übersehen werden als andere, wurden die Neigungswinkel der τ -Mesonenbahn δ_τ und die Neigungswinkel der Ebenennormalen δ_n ebenfalls in Tabelle I eingetragen. Eine systematische Bevorzugung bestimmter Winkelkombinationen ist nicht erkennbar.

Ebenfalls in Tabelle I eingetragen wurde der Winkel $\Theta_{\pi^-\tau}$ den die Flugrichtung des τ -Mesons und diejenige des ungleichen π -Mesons bilden⁸⁾. Im Falle des Vorliegens einer Polarisation sollte die Verteilung der $\Theta_{\pi^-\tau}$ die schärfere Differenzierung als die Verteilung der $\Theta_{n\tau}$ aufweisen. Da jedoch das ungleiche π -Meson nicht immer identifizierbar ist, haben wir auf die Verwendung dieser Verteilung verzichtet.

Tabelle II.

Primäres					Sekundäres			
Ereignis	Restreichweite (mm)	Masse (m_c)	Ladg.	δ_τ^0	Restreichweite (mm)	Energie (MeV)	Ladg.	$\Theta_{\pi^+\tau}^0$
Be ₁	>18,6	$600 \begin{smallmatrix} + 250 \\ - 120 \end{smallmatrix} (\bar{G}-R)$	+	22	5,40	16,2	+	29
Be ₂	>13,2	$1150 \pm 200 (\bar{G}-R)$	+	23	7,44	19,5	+	17
Be ₃	> 9,2	$740 \pm 200 (G-R)$	+	35	12,82	26,5	+	59
Be ₄	15,2	$1360 \begin{smallmatrix} + 350 \\ - 250 \end{smallmatrix} (\bar{\alpha}-R)$	+	18	$(\bar{G}-R)$	44	+	18

Tabelle II zeigt die Daten von 4 τ' -Mesonen mit dem Zerfallschema

$$\tau' \rightarrow \pi^+ + 2 \pi^0.$$

Die Massenbestimmung erfolgte mit der „Constant-Sagitta-Methode“ ($\bar{\alpha} - R$) bzw. Mithilfe der Methode der „Mean Gap-length“ ($\bar{G} - R$). Sämtliche Sekundärteilchen wurden als positive π -Mesonen identifiziert. Auch hier wurde der Winkel $\Theta_{\pi^+\tau}$ zwischen τ und ungleichem π gemessen. Die Auswertung dieser Verteilung wird erst bei Vorliegen einer grösseren Statistik sinnvoll sein.

Tabelle III.

Primärteilchen							Sekundärteilchen					
Teil- chen	beob- achtete Länge	kin. Energie bei Emiss.	Zerfall	Masse (m_e)	Flugzeit (sec)	Mutter- stern	durch- querte Schich- ten	$p\beta$ (MeV)	kin. Energie (MeV)	Masse	Reichweite	Q (MeV)
$\Sigma\text{-Be}_1$	14200 μ	69 MeV	in Ruhe	2290 \pm 170 (\bar{G} , R) 2310 \pm 350 ($\bar{\alpha}$, R)	$2 \cdot 10^{-10}$	9 + 5 p	1	—	18,96 \pm 0,23	Prot.	1630 \pm 35 μ	116,5 \pm 1,2 ($\Sigma^+ \rightarrow p + \pi_0$)
$\Sigma\text{-Be}_2$	5900 μ	43 MeV	in Ruhe	+ 800 2490 — 530 ($\bar{\alpha}$, R)	$1 \cdot 10^{-10}$	19 + 5 n	—	170 \pm 25	—	\approx 300 (\bar{G} , $\bar{\alpha}$)	—	130 \pm 24 ($\Sigma^\pm \rightarrow n + \pi^\pm$)
$\Sigma\text{-Be}_3$	2406 μ	26 MeV	in Ruhe	+ 600 2390 — 450 ($\bar{\alpha}$, R)	$5 \cdot 10^{-11}$	19 + 9 p	1	—	19,35 \pm 0,23	Prot.	1727 \pm 35 μ	118,9 \pm 1,2 ($\Sigma^+ \rightarrow p + \pi_0$)

Verwendete Daten: $m_p = 1836 m_e$ $m_\pi = 272,7 m_e$ $m_{\pi^0} = 263,9 m_e$
 $m_n = 1839 m_e$

2. Hyperonen.

Das Σ -Hyperon hat die Zerfallsschemata

$$\begin{aligned}\Sigma^+ &\rightarrow \pi^0 + P \\ \Sigma^\pm &\rightarrow \pi^\pm + n\end{aligned}$$

In Tabelle III sind die Daten von 3 Σ -Hyperonen wiedergegeben. Zwei davon zerfallen nach dem 1. Schema, das 3. nach dem zweiten Schema. Soweit die Streumessungen ergaben, erfolgten alle Zerfälle in Ruhe. Der für Σ -Be₁ ermittelte Q -Wert ist mit dem genauesten Literaturwert⁹⁾¹⁰⁾ von 116 ± 1 MeV für dieses Schema in Übereinstimmung. Dasselbe trifft zu für den Q -Wert von Σ -Be₂. ($Q = 110$ MeV). Die Abweichung bei Σ -Be₃ lässt sich nicht durch die Annahme erklären, dass das Hyperon kurz vor Ende seiner Bahn im Fluge zerfallen ist, denn das Proton ist leicht nach „hinten“ geflogen. Dies könnte lediglich zu einer Unterschätzung des Q -Wertes führen. Die Möglichkeit, dass es sich um einen Σ^- -Stern handelt, kann daher nicht ausgeschlossen werden, doch ist hierzu zu bemerken, dass weder ein Rückstosskern noch ein Auger-Elektron erkennbar ist.

Die Fehler der Q -Werte enthalten wiederum die Fehler der Energie-Reichweite-Kalibrierung, die der Korrektur auf Verzerrungen, die Korrektur auf die Papierzwischenschicht sowie die mit 10% in Rechnung gesetzte Schwankung in der Emulsionsdicke.

Zusammenfassung.

Es werden die Daten von 16 τ -Mesonen, 4 τ' -Mesonen und 3 in Ruhe zerfallenden Hyperonen angegeben, die in Kernemulsionen beobachtet wurden, die der kosmischen Strahlung ausgesetzt waren. Der Q -Wert der τ -Mesonen ergibt sich zu 73,8 MeV. Die gegenüber früheren Arbeiten verbesserte Statistik der Verteilung der Winkel zwischen der Flugrichtung des τ -Mesons und der Normalen zur Zerfallsebene zeigt keine Abweichung von der Isotropie. Zwei der Hyperonen zerfallen nach dem Schema $\Sigma \rightarrow \pi^0 + P$ mit Q -Werten von 116,5 und 118,9 MeV, das dritte, mit dem Zerfallsschema $\Sigma \rightarrow \pi^+ + n$ hat einen Q -Wert von 130 MeV.

Wir danken Herrn Prof. F. G. HOUTERMANS und Herrn Prof. CH. PEYROU für ihre stete wissenschaftliche Unterstützung. Des weiteren danken wir besonders Frau B. ALBRECHT für gewissenhafte Auswertung der Platten. Am Aufsuchen der Ereignisse waren die folgenden Damen beteiligt: B. ALBRECHT, B. MESMER, A. MÜHLEBACH, T. RIESEN, S. SCHILT und I. WALSER. Einer von uns (E. L.) möchte

Herrn Prof. Dr. E. SCHOPPER für die Gewährung des nötigen Urlaubs und der Deutschen Forschungsgemeinschaft für finanzielle Unterstützung danken. Die Teilnahme an der Sardinien- und Texas-expedition sowie die Durchführung der Untersuchungen wurde uns durch den Schweizer Nationalfonds ermöglicht.

Literaturverzeichnis.

- ¹⁾ E. AMALDI, Report of the Pisa Conference 1955, p. 1.
 - ²⁾ H. FAY, K. GOTTSTEIN and K. HAIN, Suppl. Nuovo Cim. **11**, 234 (1954).
 - ³⁾ K. GOTTSTEIN, Nuovo Cim. **1**, 284 (1955).
 - ⁴⁾ „G-Stack Collaboration“, Report of the Pisa Conference 1955, p. 307.
 - ⁵⁾ M. W. FRIEDLANDER, D. KEEFE, M. G. K. MENON, R. H. W. JOHNSTON, C. O'CEALLEIGH and A. KERNAN, Phil. Mag. **46**, 144 (1955).
 - ⁶⁾ W. R. JOHNSON, Phys. Rev. **99**, 1049 (1955).
 - ⁷⁾ F. HÄNNI, Private Mitteilung.
 - ⁸⁾ M. TEUCHER, W. THIRRING and H. WINZELER, Nuovo Cim. **1**, 733 (1955).
 - ⁹⁾ M. BALDO G. BELLIBONI, M. CECCARELLI, M. GRILLI, B. SECHI, B. VITALE e G. T. ZORN, Nuovo Cim. **1**, 1180 (1955).
 - ¹⁰⁾ C. CASTAGNOLI, G. CORTINI and A. MANFREDINI, Nuovo Cim. **12**, 464 (1954).
-

Präzisionsmessung einiger Protonresonanzen an leichten Kernen

von F. Bumiller, H. H. Staub und H. E. Weaver*) (Universität Zürich).
(9. I. 1956.)

Proton resonance energies of the reactions $\text{Li}^7(p, \gamma)$ at 441 KV, $\text{F}^{19}(p, \alpha, \gamma)$ at 340 and 871 KV and $\text{Al}^{27}(p, \gamma)$ at 991 KV have been measured on an absolute scale with a 180° single focussing magnetic spectrometer. The results were obtained in terms of the two atomic constants γ_p , the gyromagnetic ratio of the proton and ν_c/ν_k the ratio of cyclotron to spin resonance frequency of the proton. Using for these two quantities the values recently determined by the group at the Bureau of Standards the following values for the resonance energies are obtained in absolute kilovolts: $\text{Li}^7(p, \gamma)$: 441.2 ± 0.6 ; $\text{F}^{19}(p, \alpha, \gamma)$: 340.5 ± 0.3 ; $\text{F}^{19}(p, \alpha, \gamma)$: 871.3 ± 0.4 ; $\text{Al}^{27}(p, \gamma)$: 990.8 ± 0.2 . While the two first values agree very well with those obtained by various workers by absolute electrostatic deflection, the two latter values are significantly lower than those obtained by the Wisconsin group.

A. Einleitung.

Die meisten durch Protonen an leichten Kernen ausgelösten Reaktionen zeigen bei nicht zu hohen Protonenenergien ausgesprochene Resonanzen, die zumal bei den schwereren Kernen oft ausserordentlich scharf sind. Sie eignen sich aus diesem Grunde, neben den Schwellenenergiewerten gewisser endothermischer Reaktionen, ganz besonders als Standardwerte zur Bestimmung der Beschleunigungsenergie geladener Partikel.

Mit einer einzigen Ausnahme⁵⁾ wurden bisher diese Energiewerte von verschiedenen Autoren immer durch Ablenkung der Protonen im absoluten elektrostatischen Analysator¹⁻⁴⁾ bestimmt. Solche Messungen erfordern die absolute Bestimmung der Ablenkspannung und des Verhältnisses zweier Längen, Krümmungsradius des Analysators und Ablenkplattenabstand. Neben den bei der genauen Messung dieser Grössen auftretenden Schwierigkeiten haftet der elektrostatischen Ablenkmethode der Nachteil an, dass in jedem Falle in das Resultat gewisse nicht einfach zu erfassende Korrekturen für die Randeffekte an den Ablenkplatten eingehen.

*) Jetzt bei Varian Assoc., Palo Alto, Cal., USA.

Diese letztere Schwierigkeit kann im Falle der Ablenkung der Teilchen im homogenen Magnetfeld völlig vermieden werden. Ferner ist durch die Entwicklung der magnetischen Resonanzmethode die Ausmessung magnetischer Felder bis zu einer sehr hohen Genauigkeit möglich geworden. Eine solche Messung erfolgt durch die Bestimmung des Krümmungsradius der abgelenkten Teilchen sowie des Wertes des magnetischen Feldes, dessen Ermittlung durch die Kernresonanzmethode auf eine Frequenzmessung herausläuft. Die Resultate erhält man dann direkt in den atomaren Einheiten der spezifischen Ladung und des magnetischen Momentes des für die magnetische Resonanz benützten Bezugskerns, z. B. des Protons. Bei der Umrechnung der Resultate auf die übliche eV-Skala treten dann nur zwei absolut zu kennende Größen auf: Das gyromagnetische Verhältnis γ_p des Protons und das Verhältnis v_c/v_R der Zyklotronfrequenz des Protons zur Kernresonanzfrequenz bei gleichem Magnetfeld.

Eine solche Messung wurde in der vorliegenden Arbeit ausgeführt, wobei eine Genauigkeit der Resonanzwerte von 1/5000 angestrebt wurde. Es zeigte sich, dass wohl die Apparatur dieser Anforderung gerecht wurde, dass aber die Reproduzierbarkeit der Messungen stark von der Art des Targetmaterials abhängt.

Genauigkeitsansprüche in den obigen Grenzen erfordern eine theoretische Behandlung der Linienform der Anregungskurven, welche allein schärfere Aussagen über die Lage der Resonanzstelle zulässt.

B. Apparatur.

Fig. 1 zeigt halbschematisch den Aufbau der verwendeten Apparatur. Die vom van de Graaff-Generator beschleunigten Protonen fallen auf einer nicht näher bestimmten Bahn auf den Eingangsspalt des Analysators. Die Spannung des Generators wird durch Rückkoppelungssteuerung auf etwa 1 kV konstant gehalten.

Der Analysator ist ein einfach fokussierender Ringmagnet von etwa 200° Öffnung. Die Polschuhe werden durch 27 der in Fig. 2 gezeigten Joche verbunden. Als Material wurde handelsübliches Flusseisen verwendet. Die Feldspule ist halbkreisförmig um sämtliche Joche gewickelt. Sie besteht aus acht einzelnen Paketen zu je 30 Windungen aus 6×1 mm Kupferband. Jedes Paket ist mit Isolierlack auf ein Kupferblech geklebt, dessen Aussenseite eine Kühlwasserleitung trägt. Die Justierung des Magneten relativ zum einfallenden Protonenstrom erfolgt mit Höhen- und Seitentrieben am Traggestell des Magneten. Die Feldwicklung wird durch eine Umformeranlage gespiesen, welche maximal 30 Amp Gleichstrom

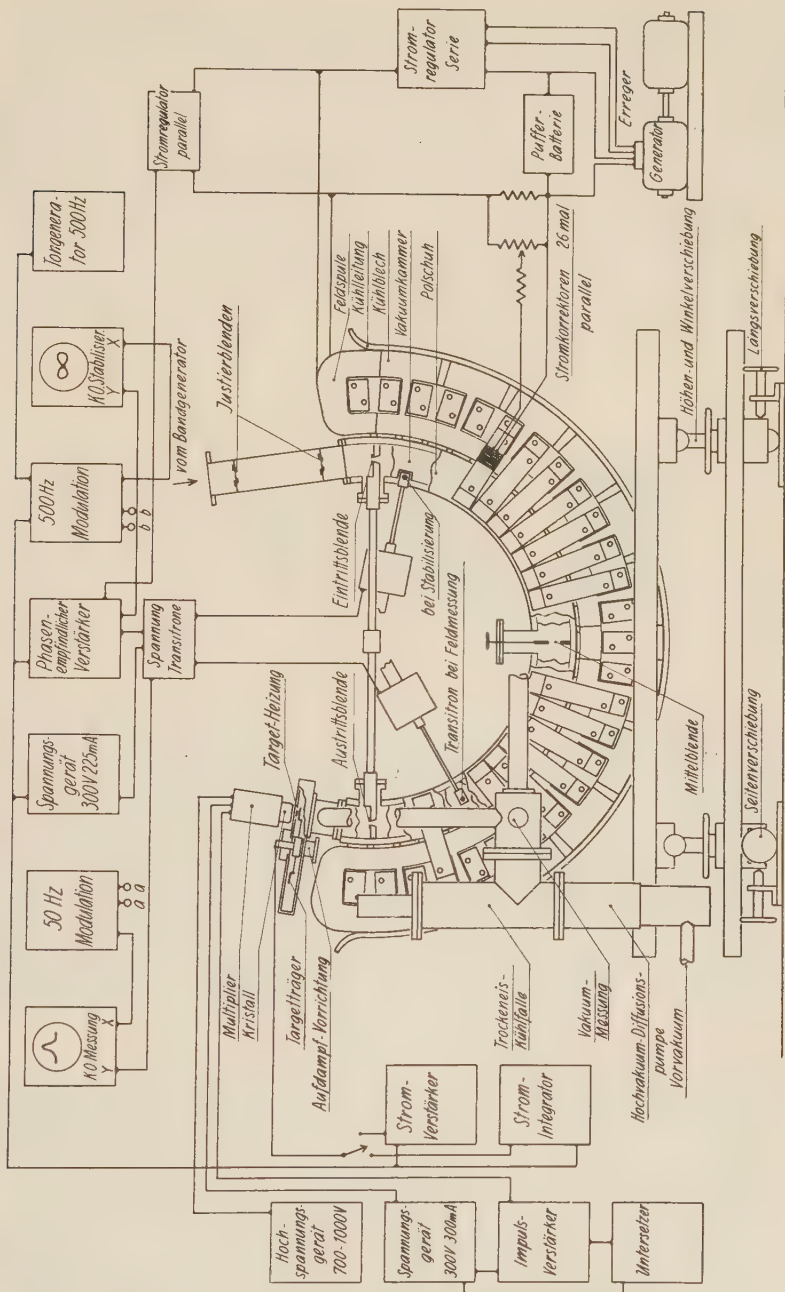


Fig. 1.

liefert, womit ein maximales B von 5,6 K Gauss erhalten wird. Der Strom wird über die Erregerwicklung des Generators stabilisiert. Eine vom Generator herrührende Welligkeit wird von einer Pufferbatterie aufgenommen. Zur Korrektur des Feldes längs der Protonenbahn wurde jedes Joch seitlich mit einer Wicklung von 120 Windungen dünnen Kupferdrahtes versehen. Der Strom durch jede Korrekturwicklung kann durch ein Potentiometer reguliert werden.

Die Vakuumkammer mit einem inneren Querschnitt von 8 mal 40 mm besteht aus Messing. Eine Mittelblende bestimmt die Apertur und damit die Winkelauflösung des Magneten. Die Ein- und

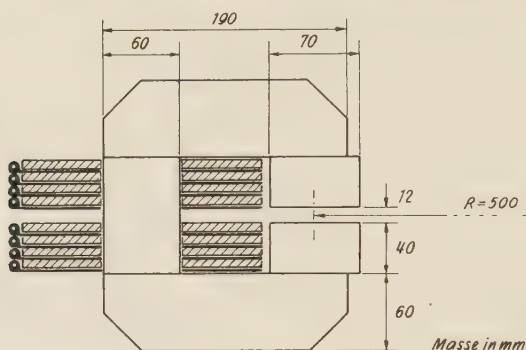


Fig. 2.

Ausgangsblenden sind auf einem in der Mitte teilbaren Messingrohr montiert. Der Spaltträger kann wassergekühlt werden.

Am einen Ende der Vakuumkammer stellt ein Federrohr die Verbindung zum Bandgenerator her. Konzentrische Blenden im nachfolgenden Verbindungsrohr mit entsprechenden Justiermarken an dessen Aussenseite und an der Unterseite des Magneten erlauben es, mit Hilfe eines Theodoliten den Analysator so in den Protonenstrahl zu richten, dass beim Fehlen von Blenden in der Vakuumkammer 75% des primären Protonenstromes durch den Magneten gelangen.

Den Abschluss der andern Seite der Vakuumkammer bildet die Targetkammer. Am Eingang und in der Mitte der Vakuumkammer zweigen Pumpstutzen zur Hochvakuumpumpe ab. Eine Trockeneiskühlfalle verhindert den Übertritt von Öldämpfen in das Vakuumsystem. Als Träger für die Targets dient Silber. Die Target wird durch die Strahlung einer Heizspirale auf eine Temperatur von ca. 220° geheizt, um Kondensation von Öldämpfen zu vermeiden; zur Verhinderung von Elektronenemission wird die Heizspirale auf + 150 Volt in bezug auf die Target gehalten. Das Targetmaterial

wird im Vakuum aus einem Tantalschiffchen auf die drehbaren Targetträger aufgedampft. Etwa 10 mm von der Target entfernt befindet sich der NaI(Tl)-Kristall des Szintillationszählers in Verbindung mit einem Multiplier RCA 5819. Letzterer ist gegen den Einfluss des magnetischen Streufeldes mit einem Permalloyschild geschützt. Eine Messung mit einem Co⁶⁰-Präparat ergab ein Verhältnis der relativen Änderung $\Delta U/U$ der Zählrate zur relativen Feldänderung $\Delta B/B$ von

$$\frac{\Delta U/U}{\Delta B/B} = 1,25.$$

Eine Bleiabschirmung über die ganze Zählapparatur dient der Reduktion des Nulleffekts.

C. Messvorgang.

Energiemessungen mit magnetischen Analysatoren laufen auf eine Bestimmung von Bahnradius und Magnetfeld hinaus. Wird letzteres durch eine magnetische Kernresonanz gemessen, so besteht diese Messung in einer Frequenzbestimmung.

Der Abstand der auf dem gemeinsamen Stab montierten Eingangs- und Ausgangsspalte bestimmt den Krümmungsradius der Protonenbahn. Zur Längenbestimmung wird dieser Stab an einem Galgen parallel zu einem SIP-Normalmeter, geeicht vom Eidgenössischen Amt für Mass und Gewicht, aufgehängt. Die Teilung des Normalmeters ist über die Null- und die 1000-mm-Marke um je 10/10 mm verlängert. Mit Hilfe eines Kathetometers, das nur als Fernrohrträger dient, wurde die Stellung einer Blendenkante gegen diese Teilung verglichen, wobei gut auf 0,02 mm geschätzt werden konnte.

Der Einfluss der Stabteilung, die zur Einführung in die Vakuumkammer nötig war, wurde durch fünfzehnmäßige Zerlegung bestimmt. Als Fehler wurde die grösste Abweichung vom Mittel angenommen. Der Temperaturkoeffizient des Stabes wurde gemessen. Die auf die Betriebstemperatur von 10°C reduzierte Länge beträgt

$$D_0 = 100,004 \pm 0,004 \text{ cm.}$$

Der Einfluss des äusseren Luftdrucks auf den Spaltabstand ist zu vernachlässigen. Die Öffnung der Blenden betrug bei unseren Messungen 0,05 cm.

Das Magnetfeld wird mit der Kernresonanz von Protonen gemessen, wozu im wesentlichen die von HAHN und KNOEBEL⁶⁾ beschriebene Transitronanordnung mit Amplitudenmodulation verwendet wurde. Fig. 3 zeigt den benutzten Messkopf, Fig. 4 die Schaltung. Die Protonenprobe ist eine 0,1 m wässrige MnSO₄-

graphen sichtbar gemacht, auf dessen geeichter Teilung Abweichungen von einem eingestellten Mittelwert direkt abgelesen werden. Die Frequenz wurde mit einem AN-Meßsender gemessen. Die grössten relativen Abweichungen vom Mittel längs des mittleren Halbkreisumfanges betragen etwa $1/10000$. Sind Abweichungen des Feldes vom Ausgangswert B_0 längs der Bahn bekannt, so kann das effektive Feld

$$B_{\text{eff}} = B_0 + \overline{\Delta B_0}$$

berechnet werden. Eine Störungsrechnung 1. Ordnung ergibt mit $\Delta B(\Theta) = B(\Theta) - B_0$

$$\overline{\Delta B_0} = \frac{1}{2} \int_0^\pi \Delta B(\Theta) \sin \Theta d\Theta$$

wobei Θ den Azimuthwinkel eines Punktes der Bahn vom Eingangspalt ($\Theta = 0$) aus gerechnet bedeutet. Die Feldverteilung kann nur bei ausgebauter Vakuumkammer gemessen werden. Messungen vor und nach dem Kammer-Ein- und -Ausbau ergaben eine relative Felddifferenz von höchstens $4 \cdot 10^{-5}$. Eine Feldänderung verursacht durch das Material der Vakuumkammer beträgt maximal $2 \cdot 10^{-4}$.

Nach dem Einbau der Vakuumkammer wird die zur Stabilisierung verwendete Protonenprobe in einer Einbuchtung der Vakuumkammer, also ausserhalb der Teilchenbahnen, angeordnet. Die an dieser Stelle herrschende Felddifferenz gegen das mittlere Bahnfeld wurde gemessen und in den Korrekturen berücksichtigt. Die Stabilisierung des Feldes erfolgte nach dem von PACKARD⁷⁾ angegebenen Verfahren. Das Feld kann damit auf $1/30000$ konstant gehalten werden. Der zur Frequenzmessung verwendete Meßsender wurde für jede Messreihe gegen die Frequenz des Landessenders Bero Münster verglichen, welche auf 529000 ± 3 Hz konstant gehalten und ausserdem laufend gegen Normalsender kontrolliert wird.

Die Gammaquanten wurden mit einem NaI(Tl)-Kristall in Verbindung mit einem Photomultiplier 5819 gezählt. Die Bestimmung der auf die Target fallenden Protonenzahl erfolgte durch einen Stromintegrator. Die Isolation des Eingangsgitters und der Targetzuleitungen beträgt 10^{12} bis 10^{13} Ohm. Der Protonenstrom an der Target von ca. 10^{-7} Amp. ladet den Eingangskondensator von $0,01 \mu F$ des Integrators auf $+100$ V. Die Isolationsverluste sind also kleiner als 1 Promille. Die positive Vorspannung der Targetheizung hat einen kleinen Ionenstrom zur Target zur Folge, welcher

an den Integratorpulsen als Korrektur angebracht wurde. Der in den Resonanzkurven gegebene Ordinatenwert wurde wie folgt ermittelt:

$$Y = \frac{U \cdot u - U_0}{I_0}$$

$$U = \text{gemessene Pulse} \quad u = \text{Untersetzerfaktor} \quad U_0 = \text{Nulleffekt} \\ I_0 = \text{korr. Integratorpulse.}$$

D. Theorie des Spektrometers.

Sei im folgenden M_0 die Ruhemasse des Protons, R der Bahnkrümmungsradius. Aus der relativistischen Bewegungsgleichung

$$\frac{M_0 \beta c}{R \sqrt{1 - \beta^2}} = \frac{eB}{c}$$

und der Energiebeziehung

$$E = M_0 c^2 \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} - 1 \right) = eV \cdot c \cdot 10^{-8}$$

folgt für die Beschleunigungsspannung $V_{H_1^+}$ des Protons in absoluten Volt

$$V_{H_1^+} = \frac{e}{2 M_0 c} B^2 R^2 \cdot 10^{-8} \cdot (1 - \delta). \quad (2)$$

Hierbei ist

$$\delta = 1/2 \frac{eV}{M_0 c^2}$$

die relativistische Korrektur 1. Ordnung.

Für einfach positiv geladene H_2^+ -Molekülonen wird die Energie eV des Einzelprotons gleich der Hälfte der Energie eV_0 des Molekülonen, und da die magnetische Steifigkeit der Moleküle doppelt so gross ist wie die des Protons, ist die effektive Protonenenergie $V_{H_1^+} = 1/4 V_{H_2^+}$. Hierzu kommt noch eine Korrektur für die Masse des Molekülonen, da ja $M_{H_2^+} = 2 M_0 + m_0$ ist, wo m_0 die Ruhemasse des Elektrons bedeutet. Für Molekülonen hat man daher

$$V_{H_2^+} = \frac{1}{4} \frac{e}{2 M_0 c} \cdot B^2 R^2 \cdot 10^{-8} \cdot (1 - \delta) \left(1 - \frac{1}{1836} \right). \quad (3)$$

Nun ist die Zyklotronfrequenz des Protons $\omega_c = eB'/M_0 c$, die Kernfrequenz des Protons $\omega_k = \gamma_p B'$. Das Verhältnis der beiden Frequenzen bei gleichem Feld ist also

$$\frac{\omega_c}{\omega_k} = \frac{v_c}{v_k} = \frac{e}{\gamma_p M_0 c}.$$

Für Teilchen die in einem homogenen Feld $B = 2 \pi \nu / \gamma_p$ senkrecht

auf die Verbindungslinie der unendlich schmalen Eingangs- und Ausgangsspalte im Abstand D_0 treffen ist daher $R - D_0/2$ und somit

$$V_{H_1^+} = \frac{\pi^2}{2\gamma_p} \frac{v_c}{v_k} \cdot D_0^2 \cdot v^2 \cdot 10^{-8} \cdot (1 - \delta)$$

$$\Gamma_{H_2^+} = 1/4 \cdot \frac{\pi^2}{2\gamma_p} \frac{v_c}{v_k} \cdot D_0^2 \cdot v^2 \cdot 10^{-8} \cdot (1 - \delta) \left(1 - \frac{1}{1836}\right).$$

Die beiden hier auftretenden atomaren Konstanten wurden von SOMMER, THOMAS und HIPPLE⁸⁾ bzw. THOMAS, DRISCOLL und HIPPLE⁹⁾ sehr genau bestimmt:

$$v_k/v_c = 2,79268 \pm 0,00006$$

$$\gamma_p = 26752,3 \pm 0,6 \text{ sec}^{-1} \text{Gauss}^{-1}.$$

Die endliche Öffnung von Ein- und Austrittsspalt und die vom Bandgenerator herrührende Streuung im Impuls der Partikel bewirken eine Impulsverteilung der Protonen am Austrittsspalt, deren Kenntnis zur Auswertung der gemessenen Kurven nötig ist. Für

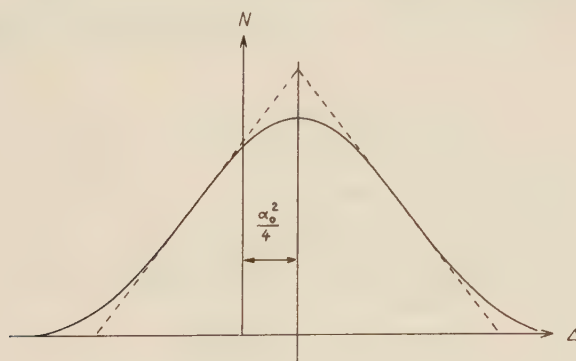


Fig. 5.

das Folgende sei angenommen, dass die Impulsverteilung der einfallenden Protonen am Eingangsspalt über einem kleinen Bereich gleichförmig ist, dass der Eingangsspalt gleichmässig beleuchtet wird und dass die Einfallswinkel der Protonen isotrop über einem Winkelbereich zwischen 0 und einem maximalen Winkel α_0 verteilt sind. Mit diesen Bedingungen ergibt sich bei gleicher Breite beider Spalte bei homogenem Feld B die in Fig. 5 gezeigte Impulsverteilung am Austrittsspalt, die sich in guter Näherung durch die punktierte Dreieckskurve darstellen lässt, wobei $\Delta = p - p_0/p_0$ ist.

Für die genäherte Kurve gilt

$$\begin{aligned}
 \Delta < -\sigma + \frac{\alpha_0^2}{4} & \quad N = 0 \\
 -\sigma + \frac{\alpha_0^2}{4} \leq \Delta \leq \frac{\alpha_0^2}{4} & \quad N = \frac{N_0}{\sigma} \left(\Delta + \sigma - \frac{\alpha_0^2}{4} \right) \\
 \frac{\alpha_0^2}{4} \leq \Delta \leq \sigma + \frac{\alpha_0^2}{4} & \quad N = \frac{N_0}{\sigma} \left(\Delta + \sigma + \frac{\alpha_0^2}{4} \right) \\
 \sigma + \frac{\alpha_0^2}{4} < \Delta & \quad N = 0.
 \end{aligned}$$

Hierbei bedeuten $\sigma = s/D_0$ das Verhältnis aus Spaltbreite und Spaltmittelpunktsabstand und α_0 der durch die Mittelblende, beziehungsweise die Winkelöffnung der einfallenden Protonen festgelegte Öffnungswinkel. N_0 ist die Anzahl der mit dem „Einstellwert“ des Impulses $p_0 = eBD_0/2c$ unter dem Winkel $\alpha = 0$ ein- bzw. austretenden Teilchen. Für die benützte Spaltbreite $s = 0,5$ mm ist $\sigma = 5 \times 10^{-4}$; der grösstmögliche Wert des Öffnungswinkels α_0 wird durch die Aperturbliquenöffnung s' bestimmt: $\alpha_0 = s'/D = 8 \times 10^{-3}$.

Die Abhängigkeit der Gammaausbeute von der Beschleunigungsspannung wird bestimmt durch die Impulsverteilung der einfallenden Protonen, die Dicke der Target und die Energieabhängigkeit des Wirkungsquerschnittes für die $p\gamma$ -Reaktion. Im folgenden sollen bedeuten:

p_0 = der Einstellwert des Impulses $eBD_0/2c$,

p^* = der Resonanzwert des Impulses (Maximum des Wirkungsquerschnittes),

k = der Impulsverlust pro cm der einfallenden Protonen in der Target,

d = die Dicke der Target in cm.

Die Energieabhängigkeit $W(E)$ des Wirkungsquerschnittes ist für ein einzelnes Niveau mit der Resonanzenergie E^* gegeben durch die Breit-Wigner-Formel

$$W(E) = \frac{A'}{(E - E^*)^2 + \Gamma^2/4}.$$

Für $p = p^*/p^* \ll 1$, d. h. also für schmale Resonanzen, ist

$$W(p) = \frac{A}{(p - p^*)^2 + \gamma^2/4}, \quad \text{mit } \gamma = \frac{\Gamma M}{p^*}.$$

Γ ist die totale Energiebreite, γ die totale Impulsbreite des Niveaus bei Resonanz.

Für die bei schmalen Resonanzen auftretenden kleinen Impulsbereiche darf angenommen werden, dass das einfallende Proton seinen Impuls in der Target linear mit der Tiefe verliert. Ist $W(p')$ der

Wirkungsquerschnitt beim Impuls p' , y die Tiefe einer Targetschicht der Dicke dy und n die Zahl der wirksamen Targetkerne pro cm^3 , so ist die Gammastrahlausbeute

$$Y = Cn \int_0^d dy \int_0^\infty N(p' + ky - p_0) \cdot W(p' - p^*) dp'. \quad (4)$$

Sonderfälle:

a) Wenn die Halbwertsbreite Γ der gemessenen Resonanz klein ist gegen die Energieauflösung des Spektrometers, so wird die Energieabhängigkeit der beobachteten Gammaintensität nur von der Impulsverteilung am Austrittsspalt und der Dicke der Target bestimmt. Es ist also

$$Y = \text{Const.} \int_0^d N(p^* + ky - p_0) dy. \quad (4a)$$

b) Ist umgekehrt die Halbwertsbreite Γ gross gegen die Energieauflösung, so wird die Form der Ausbeutekurve ausschliesslich durch die Targetdicke und die Halbwertsbreite bestimmt. Die einfallenden Protonen können als monochromatisch angesehen werden und die Ausbeute ist

$$Y = \text{Const.} \int_0^d W(p_0 - ky - p^*) dy;$$

die Integration liefert im Impulsmaßstab die bekannte Ausbeutefunktion

$$Y = C'' \left[\text{arctg} \frac{p_0 - p^*}{\gamma/2} - \text{arctg} \frac{p_0 - p^* - kd}{\gamma/2} \right]. \quad (4b)$$

Der Impulsverlust kd in der Target kann aus den gemessenen Ausbeutekurven einer dicken und einer dünnen Target bestimmt werden. Es lässt sich zeigen, dass für eine isolierte schmale, sonst aber beliebige Ausbeutefunktion der Impulsverlust in einer dünnen Target

$$kd = \frac{S}{[Y(\infty) - Y(0)]} \quad (5)$$

ist. Dabei bedeutet S die Fläche unter der im Impulsmaßstab dargestellten Ausbeutekurve an einer dünnen Target und $Y(\infty)$ bzw. $Y(0)$ die Ausbeuten an einer dicken Target für Einfallsimpulse weit über bzw. unter dem Resonanzimpuls p^* .

E. Ergebnisse.

Im Verlauf einer Messung wurden gelegentlich schlecht reproduzierbare Werte der Ausbeute gefunden, welche nur aus einer Veränderung der Target erklärt werden konnten. (Verschiebung der Resonanzenergie; mechanischer Abbau der Target.) Es wurden deshalb nur diejenigen Messungen benützt, bei denen die einzelnen Punkte reproduzierbar waren. Die angegebenen Werte für eine dicke Target resultieren in der Regel aus fünf, die für eine dünne Target aus drei Durchgängen. Trotzdem überschritten die Schwankungen der einzelnen Messungen die statistisch erlaubten Grenzen gelegentlich. Die durch Targetänderungen verursachten mittleren Fehler wurden deshalb quadratisch zum rein statistischen Fehler addiert. Die verschiedenen am ermittelten Resonanzwert anzubringenden Korrekturen sind am Beispiel der F^{19} -Resonanz bei 340 kV aufgeführt.

Fluorresonanzen.

Targetmaterial CaF_2 .

Für beide Fluorresonanzen ist die Breite γ vergleichbar mit der Auflösung des Spektrometers, so dass zur Berechnung der Ausbeutekurven die Gleichung (4) herangezogen werden muss. Die Integration lässt sich bei vorgegebenem Resonanzimpuls p^* und mit der nach (5) bestimmten Targetdicke kd mit der Breite γ als Parameter explizit durchführen, so dass die Werte von p^* und γ sich durch Anpassung der experimentellen Kurven bestimmen lassen.

Fluorresonanz 340 keV.

Messung mit H_2^+ -Ionen.

Die Resonanzwerte sind in Tabelle 1 zusammen mit den Korrekturen angegeben. Der Impulsverlust in der dünnen Target beträgt 26 ke.

Tabelle 1. Werte in ke.

Dicke Target Ables. ν^*	Feld- korrektur	Steuerort Messort	$\nu_{\text{korr.}}^*$	Mittel
14354	+ 3,1	+ 3,5	14360,6	
14355	+ 3,2	+ 3,5	14361,7	
14358	+ 3,2	+ 3,5	14364,7	
14367	- 2,7	+ 3,5	14367,8	
Dünne Target Ables. ν_{max}			- kd/2	
14380	- 2,7	+ 3,5	- 13	14365

Die Kurven sind in Fig. 6 wiedergegeben, wobei die ersten drei Messungen in einer Kurve zusammengefasst sind. Der mit der relativistischen Korrektur und der Korrektur für das Molekülion ver-

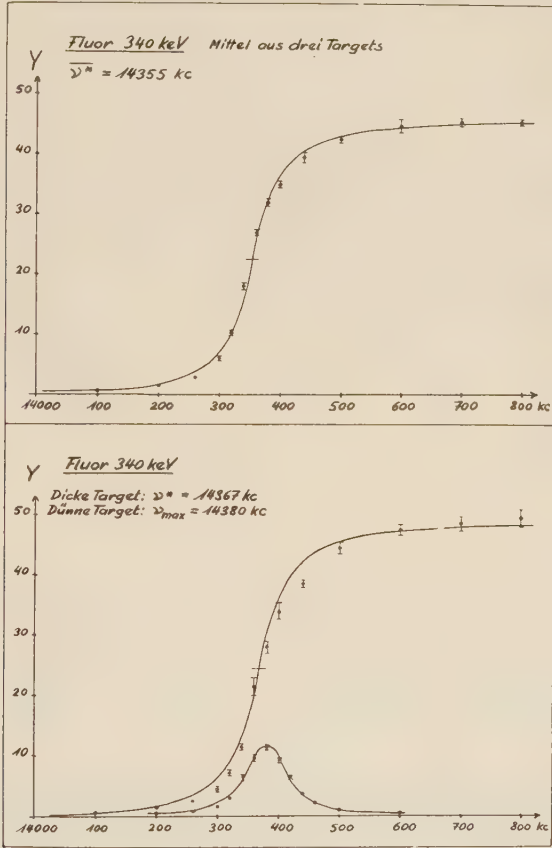


Fig. 6.

sehene Wert der Resonanzenergie beträgt 340,5 keV. Er ist mit folgenden Fehlern behaftet:

Fehlerquelle	Fehler	Relat. Fehler in V
Frequenz ν	0,5 kc	$7 \cdot 10^{-5}$
$D_0, \gamma_p, \nu_h/\nu_c$		$8,5 \cdot 10^{-5}$
Ablesung ν^* aus der Kurve	5 kc	$70 \cdot 10^{-5}$
Unsicherheit in der Ablesung des Proton-Resonanzsignals auf K. O. . .	0,85 kc	$12 \cdot 10^{-5}$
Targetpotential	50 V	$15 \cdot 10^{-5}$
Wurzel aus der Quadratsumme . . .		$74 \cdot 10^{-5}$

Somit ist der Wert dieser Fluorresonanz

$$V = 340,5 \pm 0,3 \text{ keV.}$$

Die Breite des Niveaus ist

$$\Gamma = 3,3 \pm 0,2 \text{ keV.}$$

Fluorresonanz 871 keV.

Messung mit H_1^+ -Ionen.

Die Resultate dieser Messung sind in Fig. 7 wiedergegeben. Der Impulsverlust in der dünnen Target beträgt 9 kc. Der korrigierte

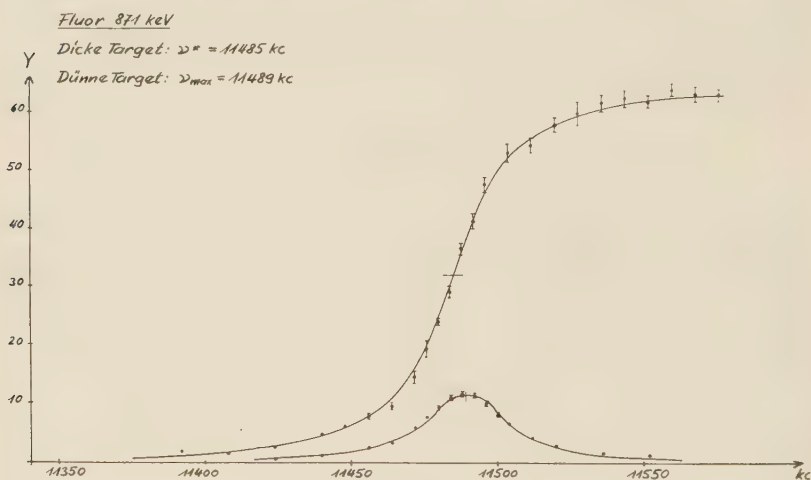


Fig. 7.

Mittelwert der Resonanz ist 11487 kc, dies ergibt eine relativistisch korrigierte Resonanzenergie von 871,3 keV. Der nach obenstehendem Schema berechnete Fehler ist $\Delta V = 350 \text{ eV}$, die Resonanz liegt daher bei

$$V = 871,3 \pm 0,4 \text{ keV}$$

bei einer Halbwertsbreite von

$$\Gamma = 4,5 \pm 0,2 \text{ keV.}$$

Aluminiumresonanz 991 keV.

Targetmaterial Aluminiummetall, Messung mit H_1^+ -Ionen. Von früheren Messungen dieser Resonanz (BROSTRÖM, HUUS und TANGEN¹⁰), BENDER, SHOEMAKER, KAUFMANN und BOURICUS¹¹), ist bekannt, dass ihre Halbwertsbreite $\Gamma < 200 \text{ eV}$ ist. Die gesamte

Energiebreite der einfallenden Protonen beträgt bei einem Resonanzwert von 990 keV etwa 2 keV. Der Verlauf der Ausbeutekurven kann daher in diesem Fall nach Gleichung (4a) berechnet werden. Während die Messungen an dicken und an sehr dünnen Targets den geforderten Verlauf aufweisen, zeigen die Messungen an Targets von mittlerer Dicke Asymmetrie, die von einer Funktion der Form (4a) nicht wiedergegeben werden kann. Die Kurven werden mit zunehmender Targetdicke gegen die Seite höherer Impulse verbreitert. Dieses Verhalten kann durch die statistische Natur des Energieverlustes der Protonen beim Durchgang durch das Targetmaterial (straggling) erklärt werden. Näherungsweise kann angenommen werden, dass eine ursprünglich monochromatische Protonengruppe in eine mit zunehmender Tiefe sich verbreiternde Gaußsche Verteilung übergeht. Für $I \rightarrow 0$ ist die Ausbeute unter dieser Annahme

$$Y = C \int_0^d \int_0^\infty N(p' - p_0) dp' \cdot A \cdot e^{-(p' - p^* - ky)^2 \beta(y)} \cdot dy. \quad (6)$$

Aus der Erhaltungsbedingung

$$\int_0^\infty A \cdot e^{-u^2 \beta(y)} du = 1$$

ergibt sich $A \cdot \beta(y)$ bestimmt die mit zunehmender Tiefe sich vergrößernde Energieunschärfe und ergibt sich aus der Bohrschen Beziehung (12)

$$\frac{d}{dy} [\overline{p^4} - (\overline{p^2})^2] = 16 \pi e^4 z^2 M^2 n Z \text{ und } k = \frac{dp}{dy} = - \frac{4 \pi e^4 z^2 M^3 n Z}{m p^3},$$

wobei ze die Ladung, M die Masse der einfallenden Partikel, m die Elektronenmasse, Z die Ordnungszahl und n die Zahl der Atome pro cm^3 des Targetmaterials bedeuten. Wenn die Verbreiterung Δp^2 so klein ist, dass die in unserem Falle gut erfüllte Bedingung

$$\frac{\Delta p^2}{p^2} \ll \frac{m}{M}$$

befriedigt wird, so wird die Impulsverteilung von der Form einer Gauß'schen Fehlerkurve mit

$$\beta(y) = \frac{p_0}{8 \pi e^4 z^2 n Z M^2} \cdot \frac{1}{y}.$$

Die Fig. 8 zeigt die nach den Gleichungen 4a und 6 berechneten Kurven mit den eingesetzten Messwerten. Die Messungen an der

die dicksten der dünnen Targets, deren Asymmetrie durch obige Überlegung einigermaßen erklärt scheint, wurde zur Resonanzbestimmung nicht benutzt, da die Korrektur für straggling nicht genügend sicher ist. Der Impulsverlust in den beiden dünneren Targets beträgt 1,5 kc bzw. 3 kc. Die Resonanzfrequenz ergab sich aus 3 Messungen an dicken Targets zu 12250,0, 12250,2 und 12250,8; an den

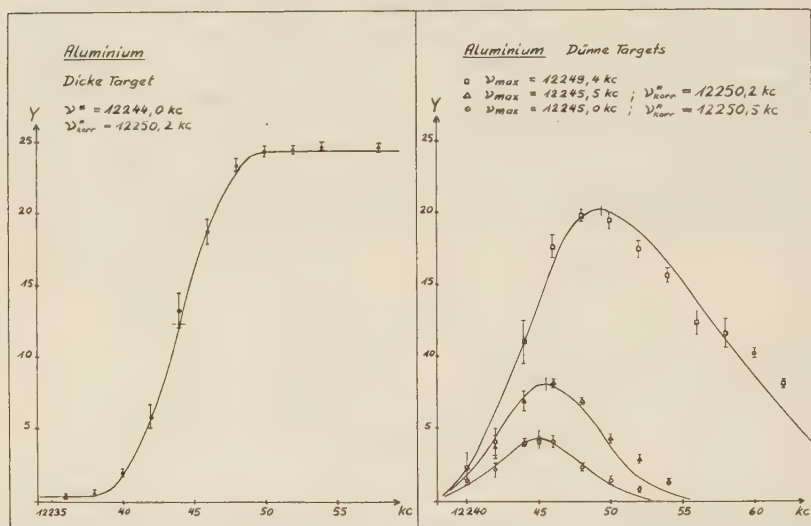


Fig. 8.

zwei dünnen Targets zu 12250,5 und 12250,2 kc. Der korrigierte Resonanzmittelwert aller Messungen liegt bei 12250,3 kc; bei einem Fehler $\Delta V = 190 \text{ eV}$ ergibt sich für die Resonanzenergie

$$V = 990,8 \pm 0,2 \text{ keV.}$$

Lithium 441 keV.

Targetmaterial Li und LiBr, Messung mit H_2^+ -Ionen.

Die Verhältnisse liegen hier gerade umgekehrt wie bei Aluminium. Bei einer Halbwertsbreite Γ von 12 keV und einer totalen Energiebreite der einfallenden Protonen von etwa 0,9 keV müssen die Ausbeutekurven von der Form (4b) sein. Es ist aber bekannt, dass bei der Lithiumresonanz 441 keV in der γ -Ausbeute ein Anteil auftritt, der von einem viel höher liegenden breiten Niveau herührt. (Nonresonant radiation.) Es wurde versucht, auf halbempirischem Wege den Beitrag dieses Niveaus zu berücksichtigen. Seien E_1^* , Γ_1 die Resonanzenergie bzw. die Breite der gemessenen, schar-

fen Resonanz bei 441 keV, $E_2^* \Gamma_2$ die Breite einer breiten, aber beträchtlich höherliegenden Resonanz. Nach der Breit-Wignerschen Vielniveaus-Dispersionsformel ist für zwei partizipierende Niveaus, deren Zwischenkern denselben Drehimpuls besitzen und deshalb zu Interferenz Anlass geben:

$$W = \text{const.} \cdot \left| \frac{1}{E - E_1^* + i \Gamma_1/2} \pm \frac{a'}{E - E_2^* + i \Gamma_2/2} \right|^2.$$

Beim Überfahren der schmalen Resonanz ändert sich $E - E_2^*$ nur wenig und kann durch $E_1^* - E_2^*$ ersetzt werden. Ausserdem ist $\Gamma_1 \ll \Gamma_2$. Damit wird

$$W = \text{const.} \cdot \frac{1 + a(E - E_1^*)}{(E - E_1^*)^2 + \Gamma_1^2/4}, \quad (7)$$

wobei a durch die charakteristischen Grössen E^* und Γ der beiden Niveaus bestimmt ist. Die Integration über eine Target mit dem Energieverlust ΔE ergibt

$$Y = C \left\{ \arctg \frac{E - E_1^*}{\Gamma_1/2} - \arctg \frac{E - \Delta E - E_1^*}{\Gamma_1/2} + a \ln \frac{1 + \left(\frac{E - E_1^*}{\Gamma_1/2} \right)^2}{1 + \left(\frac{E - \Delta E - E_1^*}{\Gamma_1/2} \right)^2} \right\} + B. \quad (7a)$$

Für eine unendlich dicke Target, d. h. für $\Delta E \rightarrow \infty$, ist der Nenner im logarithmischen Term konstant und (7a) geht über in

$$Y = C \left\{ \arctg \frac{E - E_1^*}{\Gamma_1/2} + a \ln \left[1 + \left(\frac{E - E_1^*}{\Gamma_1/2} \right)^2 \right] \right\} + B'. \quad (7b)$$

Da zur Zeit nicht entschieden ist, welches der höherliegenden Niveaus für den nicht resonanten Untergrund verantwortlich ist, wurde a auf empirischem Wege folgendermassen ermittelt: Durch numerische Differentiation der an einer dicken Target von LiBr gemessenen Ausbeutekurve erhält man die differentielle Ausbeute, die wegen der grossen Breite Γ_1 gleich W in (7) ist. Durch Vergleich lässt sich daher die Grösse a aus dem Asymmetrieterm bestimmen. Sie beträgt im vorliegenden Fall $a = 0,06$. Die Konstanten C und B' lassen sich sodann der gemessenen Kurve durch Vergleich mit (7a) anpassen. Fig. 9 zeigt die so berechneten Kurven mit den Messpunkten. Für die Messung an einer dünnen Target wurde metallisches Lithium aufgedampft. Die Berechnung des Impulsverlustes aus dem Vergleich der Ausbeuten an dicken und dünnen Target nach (5) ergab einen Wert, der verglichen mit der beobachteten Verschiebung und Verbreiterung viel zu klein war. Der Grund für diese Diskrepanz dürfte darin zu suchen sein, dass die Target gar kein metallisches Lithium mehr enthielt, sondern eine Verbindung (Li_2O ,

LiOH, Li₃N), so dass das Ausbeuteverhältnis Li/LiBr verfälscht wurde. Der Impulsverlust wurde daher aus der Verschiebung des Resonanzmaximums der dünnen Target gegen den Resonanzwert der dicken Target bestimmt. Diese Verschiebung ist annähernd gleich dem halben Impulsverlust, er beträgt hier 45 kc. Die starke Asymmetrie der an der dünnen Target gemessenen Ausbeutekurve gegen hohe Energien ist grösser als man es durch straggling und nichtresonanten Beitrag erklären kann. Wahrscheinlich ist sie die

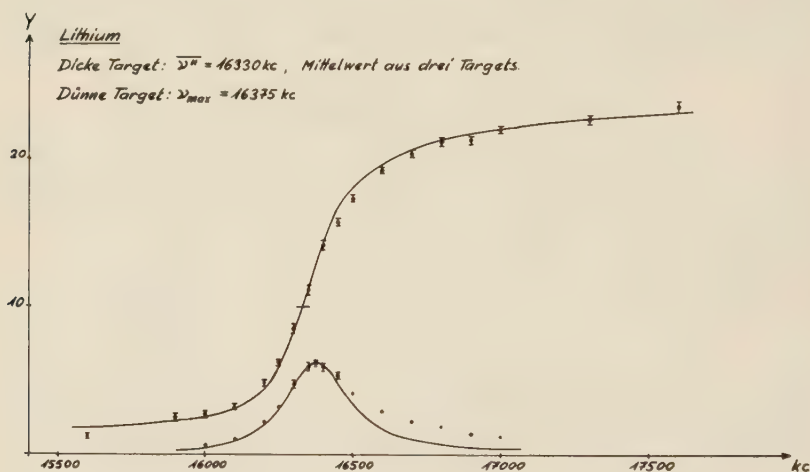


Fig. 9.

Folge von Inhomogenitäten in der Targetdicke. Die dadurch verursachte Unsicherheit in der Lage des Maximums wurde im Messfehler berücksichtigt. Der korrigierte Mittelwert der Resonanzstellen liegt bei 16350 kc, die Resonanz liegt nach Berücksichtigung der Korrekturen bei

$$V = 441,2 \pm 0,6 \text{ keV},$$

die Halbwertsbreite ist

$$\Gamma = 12 \pm 1 \text{ keV}.$$

E. Zusammenfassung der Ergebnisse und Vergleich mit andern Messungen.

In der nachstehenden Tabelle sind die Messergebnisse zum Vergleich mit den neueren, bisherigen Messungen zusammengefasst.

Während die Ergebnisse für Lithium und Fluor 340 keV sehr gut übereinstimmen, besteht zwischen den Messungen von HERB, SNOWDEN, SALA, HUNT und FIRTH und den vorliegenden Werten für F 871 keV und Al 991 keV eine Diskrepanz, welche den Bereich der

Fehlergrenzen überschreitet. Die relativen Abweichungen bei beiden Werten sind ungefähr dieselben. Es könnte daher vermutet werden, dass in den Messungen von HERB et al. möglicherweise ein konstanter, systematischer Relativfehler enthalten ist. Diese Vermutung wird dadurch bestärkt, dass eine bisher existierende Diskrepanz in den Messungen der Energie des ersten angeregten Niveaus

Autoren und Quelle	$V(\text{keV})$	$\Gamma(\text{keV})$
Fluor 871 keV		
HERB, SNOWDEN und SALA ¹⁾	$873,5 \pm 0,9$	
FAMULARO und PHILIPS ⁴⁾	$872,5 \pm 1,8$	
HUNT und FIRTH ⁴⁾	$874,5 \pm 0,9$	
Vorliegende Arbeit	$871,3 \pm 0,4$	$4,5 \pm 0,2$
Fluor 340 keV		
MORRISH ²⁾	$340,4 \pm 0,4$	3 ± 1
HUNT ³⁾	$340,4 \pm 0,4$	$2,9 \pm 0,2$
Vorliegende Arbeit	$340,5 \pm 0,3$	$3,3 \pm 0,2$
Aluminium 991 keV		
HERB, SNOWDEN, SALA ¹⁾	$993,3 \pm 1$	
BENDER, SHOEMAKER, KAUFMANN . .		
BOURICIUS ⁷⁾		$\approx 0,1$
Vorliegende Arbeit	$990,8 \pm 0,2$	$< 0,5$
Lithium 441 keV		
FOWLER und LAURITSEN ¹²⁾	$441,4 \pm 0,5$	12
HUNT ³⁾	$441,5 \pm 0,5$	$12,2 \pm 0,5$
Vorliegende Arbeit	$441,2 \pm 0,6$	12 ± 1

von Li^7 durch unsere Messungen behoben werden kann. Eine auf dem Eichwert der $F(p, \gamma)$ -Reaktion bei 873,5 keV basierende Messung des Energieverlustes der unelastisch gestreuten Protonen der Reaktion $\text{Li}^7(p, p')\text{Li}^{7*}$ ergab einen Q -Wert von $479,0 \pm 1,0$ keV (BROWN, SNYDER, FOWLER und LAURITSEN¹³⁾). Derselbe Q -Wert wurde aus der Reaktion $\text{Be}^7(\epsilon)\text{Li}^{7*}$, basierend auf einem absolut geeichten γ -Spektrographen zu $477,3 \pm 0,4$ keV bestimmt (MARMIER¹⁴⁾).

Rechnet man nunmehr den Energieverlust der unelastisch gestreuten Protonen im Experiment von BROWN et al. auf den von uns gefundenen Resonanzwert der $F(p, \gamma)$ -Resonanz um, so wird

$$Q = 479,0 \times \frac{871,3}{873,5} = 477,8 \pm 1 \text{ keV,}$$

in befriedigender Übereinstimmung mit dem Absolutwert von MARMIER.

Die Autoren danken an dieser Stelle nochmals ihren Mitarbeitern, Frl. MEYER und Herrn Dr. H. WINKLER für ihre Mithilfe beim Bau der Apparatur und bei den Messungen.

Der Schweizerischen Studienkommission für Atomenergie (S.K.A.) danken wir für die uns zur Durchführung dieser Arbeit gewährte Unterstützung.

Literaturverzeichnis.

- ¹⁾ HERB, SNOWDEN und SALA, Phys. Rev. **75**, 246 (1949).
- ²⁾ MORRISH, Phys. Rev. **76**, 1651 (1949).
- ³⁾ HUNT, Proc. Phys. Soc. **65A**, 982 (1952).
- ⁴⁾ HUNT und FIRTH, Phys. Rev. **99**, 786 (1955).
- ⁵⁾ FAMULARO und PHILIPS, Phys. Rev. **91**, 1195 (1953).
- ⁶⁾ HAHN und KNOEBEL, Rev. of Scient. Instr. **22**, 904 (1951).
- ⁷⁾ PACKARD, Rev. of Scient. Instr. **19**, 435 (1948).
- ⁸⁾ SOMMER, THOMAS und HIPPLE, Phys. Rev. **82**, 697 (1951).
- ⁹⁾ THOMAS, DRISCOLL und HIPPLE, Phys. Rev. **78**, 787 (1950).
- ¹⁰⁾ BROSTRÖM, HUUS und TANGEN, Phys. Rev. **71**, 661 (1947).
- ¹¹⁾ BENDER, SHOEMAKER, KAUFMANN und BOURICIUS, Phys. Rev. **76**, 273 (1949).
- ¹²⁾ Siehe z. B. LIVINGSTONE und BETHE, Rev. Mod. Phys. **9**, 283 (1937).
- ¹³⁾ BROWN, SNYDER, FOWLER und LAURITSEN, Phys. Rev. **82**, 159 (1951).
- ¹⁴⁾ MARMIER, in: AYZENBERG und LAURITSEN, Rev. Mod. Phys. **27**, 87 (1955).

Erratum.

Berichtigung zur Arbeit „Zur Deutung der Wechselwirkung niederenergetischer π -Mesonen“ von W. THIRRING, Helv. phys. Acta, **28**, 591–616 (1955).

In obiger Arbeit fehlt in Formel (8) ein —, es muss

$$\mu_n = \beta \bar{k}^2 \left(-\frac{4M}{9\omega} - \frac{2}{9} \right)$$

heissen. Der angegebene Zahlwert entspricht der richtigen Formel. Ferner wurde unter (12) eine falsche Formel angegeben, es soll

$$\rightarrow_{\pi} \downarrow_N \rightsquigarrow \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} \rightarrow_{\pi} \downarrow_N + \frac{1}{3} \downarrow_N \uparrow \right) \cdots \frac{2}{9} (4 \cos^2 \vartheta + \sin^2 \vartheta)$$

stehen und daher im nächsten Satz $1+3 \cos^2 \vartheta$ statt $2+3 \sin^2 \vartheta$.

On the Energy Spectrum in Quantum Hydrodynamics and the Theory of Helium II

by A. Thellung.

Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.

(8. III. 56.)

Summary: The eigenvalue spectrum of the quantum-mechanical Hamiltonian of non-viscous fluids is calculated in the approximation of large sound velocity and for low densities of phonons and rotons. The anharmonic potential energy in the Hamiltonian has no influence on the roton energies in the approximation considered; all contributions due to the term $\sim (\varrho - \varrho_0)^3$ cancel and the term $\sim (\varrho - \varrho_0)^4$ only gives rise to a renormalization of the sound velocity. Several procedures to cut off large wave numbers are discussed. They lead to different results, but they all yield positive rest energies of the rotons and, when applied to He II, energy spectra of the right form and order of magnitude to fit the experimental data on specific heat up to temperatures near the λ -point.

§ 1. Introduction.

After the energy spectrum of liquid helium postulated by LANDAU¹⁾²⁾ had proven to be so successful in explaining and predicting many properties of He II, several attempts have been made to give this energy spectrum a more secure foundation. One of these attempts consists in quantizing the hydrodynamical equations of a non-viscous fluid and looking for the eigenvalues of the corresponding Hamiltonian. For the case of irrotational motion this has been done by KRONIG and THELLUNG³⁾, and the concept of phonons has thereby become clarified. The theory has been extended by THELLUNG⁴⁾ and by ZIMAN⁵⁾ so as to include vortex motions. The total Hamiltonian is then found to consist of three parts: The phonon part of irrotational hydrodynamics, which can approximately be diagonalized, a roton part, and an interaction between phonons and rotons. ZIMAN⁵⁾ succeeded in finding certain eigenvalues of the roton part, i. e. the eigenvalues for one roton present. It is also possible to calculate the eigenvalues of the roton part when two rotons are present, but this problem is rather academic as long as the interaction part of the Hamiltonian is neglected, which is easily seen to

modify the energy spectrum by amounts of the same order of magnitude as the eigenvalues of the roton part. In order to avoid a perturbation treatment of the interaction we have first tried a method analogous to the BLOCH-NORDSIECK transformation in quantum electrodynamics⁶⁾. However, it turns out that the remaining non-diagonal term in the transformed Hamiltonian, which is a small perturbation in electrodynamics, is here as big as the original interaction. Therefore nothing is gained and it is, in fact, simpler to use conventional perturbation theory for the original interaction energy. In the case of liquid helium we shall see that this is not a bad approximation. One might also try to calculate the quantum-hydrodynamical partition function directly without knowing the explicit energy eigenvalues. However, it is easier first to determine the eigenvalues approximately.

Meanwhile a paper by ALLCOCK and KUPER⁷⁾*) (to be referred to as AK) appeared which gives the energy spectrum for an incompressible liquid (sound velocity $c_0 = \infty$). For c_0 large but not infinite they treat the case of one roton present, passing from second quantization to the representation of the roton in configuration space. They follow a method of LEE, LOW and PINES⁸⁾ and ZIENAU⁹⁾ (which is similar to the BLOCH-NORDSIECK transformation⁶⁾) to obtain a development in negative powers of c_0 . Setting the anharmonic potential energy in the Hamiltonian equal to zero, they give an explicit expression for the rest energy of a roton $\sim c_0^{-1}$ (the rest energy of order c_0^0 disappears), without however evaluating the integrals involved. Even its sign is uncertain.

In this paper we calculate the kinetic and rest energies of the rotons to the first non vanishing order in negative powers of c_0 (i.e. $\sim c_0^0$ for the kinetic and $\sim c_0^{-1}$ for the rest energy). We do not abandon second quantization and we use conventional perturbation theory from the very beginning. The contributions of the anharmonic terms in the potential energy are fully taken into account to order c_0^{-1} .

In § 2 of this paper we present the basic Hamiltonian. Two special questions are discussed in § 3 and § 4, namely a renormalization problem arising from the anharmonic potential energy and the order of factors in the Hamiltonian. § 5 and § 6 contain the calculation of the roton energies according to a cut-off method proposed by ZIMAN. In § 7 other cut-off procedures are examined, and in § 8 the results are discussed and compared with experimental data.

*) The author is indebted to Dr. G. R. ALLCOCK and Dr. C. G. KUPER for sending him a preliminary form of their manuscript.

§ 2. The Hamiltonian.

In the quantum hydrodynamics of a non-viscous fluid the Hamiltonian is known to be simply the sum of the kinetic and potential energies^{4) 5)}.

$$H = \int_V d^3x \left(\frac{1}{2} \mathbf{v} \varrho \mathbf{v} + E_p(\varrho) \right). \quad (1)$$

It is most convenient to express the velocity \mathbf{v} in terms of a scalar potential φ , the density ϱ and ZIMAN's⁵⁾ variables Ψ , Ψ^* ,

$$\mathbf{v} = -\nabla \varphi - \frac{i\hbar}{2\varrho} \{ \Psi^* \nabla \Psi - \nabla \Psi^* \Psi \}. \quad (2)$$

The four fields introduced fulfil the following commutation relations⁵⁾

$$[\varrho(\mathbf{x}), \varphi(\mathbf{x}')] = \frac{\hbar}{2} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), [\Psi(\mathbf{x}), \Psi^*(\mathbf{x}')] = \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}'), \quad (3)$$

all other commutators vanishing. We substitute (2) into (1) and expand all functions of ϱ in rising powers of the deviation of ϱ from its equilibrium value ϱ_0 , in particular

$$\frac{1}{\varrho} = \frac{1}{\varrho_0} - \frac{\varrho - \varrho_0}{\varrho_0^2} + \frac{(\varrho - \varrho_0)^2}{\varrho_0^3} - \dots \quad (4)$$

and (see for instance KRONIG and THELLUNG³⁾ equ. (31))

$$E_p(\varrho) = \frac{1}{2!} \frac{c_0^2}{\varrho_0} (\varrho - \varrho_0)^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{d}{d\varrho} \frac{c^2}{\varrho} \right)_0 (\varrho - \varrho_0)^3 + \frac{1}{4!} \left(\frac{d^2}{d\varrho^2} \frac{c^2}{\varrho} \right)_0 (\varrho - \varrho_0)^4 + \dots \quad (5)$$

The Hamiltonian is then split up into a sum of terms similar to expressions (1.7a)–(1.7g) of AK, viz.

$$\left. \begin{aligned} H_{\text{ph}} &= \int_V d^3x \left\{ \frac{1}{2} \varrho_0 (\nabla \varphi)^2 + \frac{1}{2} \frac{c_0^2}{\varrho_0} (\varrho - \varrho_0)^2 \right\} & (a) \\ H_{\text{rot}} &= \int_V d^3x \left(-\frac{\hbar^2}{8\varrho_0} \right) \{ \Psi^* \nabla \Psi - \nabla \Psi^* \Psi \}^2 & (b) \\ H_{\text{int}} &= \int_V d^3x \frac{i\hbar}{2} \nabla \varphi \{ \Psi^* \nabla \Psi - \nabla \Psi^* \Psi \} & (c) \\ H'_{\text{ph}} &= \int_V d^3x \left\{ \frac{1}{2} \nabla \varphi (\varrho - \varrho_0) \nabla \varphi + \frac{1}{3!} \left(\frac{d}{d\varrho} \frac{c^2}{\varrho} \right)_0 (\varrho - \varrho_0)^3 \right\} & (d) \\ H''_{\text{ph}} &= \int_V d^3x \frac{1}{4!} \left(\frac{d^2}{d\varrho^2} \frac{c^2}{\varrho} \right)_0 (\varrho - \varrho_0)^4 & (e) \\ &\dots\dots\dots \\ H'_{\text{int}} &= \int_V d^3x \frac{\hbar^2}{8\varrho_0^2} (\varrho - \varrho_0) \{ \Psi^* \nabla \Psi - \nabla \Psi^* \Psi \}^2 & (f) \\ H''_{\text{int}} &= \int_V d^3x \left(-\frac{\hbar^2}{8\varrho_0^3} \right) (\varrho - \varrho_0)^2 \{ \Psi^* \nabla \Psi - \nabla \Psi^* \Psi \}^2 & (g) \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

The symbol $:(\varrho - \varrho_0)^4$: in (6e) means that later, when $(\varrho - \varrho_0)^4$ will be expressed in terms of creation and annihilation operators, we shall have to write this expression in the form of an S -product as defined by Wick¹⁰), i.e. with all creation operators to the left and all annihilation operators to the right. This results from a renormalization that has to be carried out on the sound velocity, and will be explained in § 3.

In (6a)–(6g) the terms with a suffix ph contain only the phonon fields ϱ and φ . H_{rot} depends exclusively on the roton fields Ψ , Ψ^* , whereas the terms denoted by a suffix int contain both fields. The primed and double primed expressions are subsequent terms of the expansion in powers of $\varrho - \varrho_0$. In classical hydrodynamics $\varrho - \varrho_0$ is very small compared with ϱ_0 for vortex motions and sound waves of moderate amplitude, so we would expect that also in quantum hydrodynamics the first three terms (6a)–(6c) should give the main contributions to the low energy eigenvalues.

Assuming all field quantities to be periodic in a cube of volume V we decompose them into Fourier series

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{V^{1/2}} \sum_{\mathbf{k}} \sqrt{\frac{c_0 \hbar}{2 \varrho_0 k}} (a_{\mathbf{k}} + a_{-\mathbf{k}}^*) e^{i \mathbf{k} \mathbf{x}} \\ \varrho - \varrho_0 &= \frac{1}{V^{1/2}} \sum_{\mathbf{k}} \sqrt{\frac{\varrho_0 \hbar k}{2 c_0}} i (a_{\mathbf{k}}^* - a_{-\mathbf{k}}) e^{-i \mathbf{k} \mathbf{x}} \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\Psi = \frac{1}{V^{1/2}} \sum_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}} e^{i \mathbf{k} \mathbf{x}}, \quad \Psi^* = \frac{1}{V^{1/2}} \sum_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{k}}^* e^{-i \mathbf{k} \mathbf{x}}. \quad (8)$$

Here we have introduced at once the operators a^* , a , b^* , b , which are seen from (3) to obey the commutation relations characterizing creation and absorption operators, i.e.

$$\left. \begin{aligned} [a_{\mathbf{k}}, a_{\mathbf{k}'}^*] &= [b_{\mathbf{k}}, b_{\mathbf{k}'}^*] = \delta_{\mathbf{k} \mathbf{k}'}, \\ \text{all other commutators} &\text{being zero.} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Then H_{ph} becomes diagonal³),

$$H_{\text{ph}} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar c_0 k \left(n_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \right), \quad (10)$$

where $n_{\mathbf{k}} \equiv a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}}$ are the numbers of phonons of wave vector \mathbf{k} . ZIMAN⁵) has shown that H_{rot} takes the form

$$H_{\text{rot}} = \frac{\hbar^2}{8 \varrho_0 V} \left\{ \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{m}} (k^2 + m^2) b_{\mathbf{m}}^* b_{\mathbf{m}} + \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}} (\mathbf{k} + \mathbf{n}) (\mathbf{l} + \mathbf{m}) b_{\mathbf{m}}^* b_{\mathbf{n}}^* b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{l}} \delta_{\mathbf{k} + \mathbf{l}, \mathbf{m} + \mathbf{n}} \right\}. \quad (11)$$

Here one has to use a cut-off method which allows for the atomistic structure of the liquid and the finite number of degrees of freedom. ZIMAN has made it plausible that the Fourier series for φ , ϱ and Ψ should all be cut off at the same maximum wave number K_0 so that all sums in (7) and (8) are to be taken only over \mathbf{k} 's with $k \equiv |\mathbf{k}| < K_0$. K_0 is determined by the condition that the number of possible \mathbf{k} 's should equal the number of degrees of freedom, i.e.

$$\sum_{\substack{\mathbf{k} \\ k < K_0}} 1 = 3 N_{\text{at}}. \quad (12)$$

N_{at} is the number of atoms in the volume V . We are going to use this cut-off method throughout in our calculations, except in § 7. Replacing the sum in (12) by an integral, we obtain for liquid helium

$$K_0 = \sqrt[3]{18 \pi^2 \frac{\varrho_0}{m_{\text{He}}}} = 1.57 \times 10^8 \text{ cm}^{-1} \quad (13)$$

(m_{He} = mass of the helium atom; ϱ_0 = density in the absence of excitations, i.e. at the absolute zero, $\approx 0.145 \text{ g cm}^{-3}$ ¹¹). H_{rot} can be written as

$$H_{\text{rot}} = \sum_{\substack{\mathbf{m} \\ m < K_0}} (\Delta_0 + B_0 m^2) N_{\mathbf{m}} + \frac{\hbar^2}{8 \varrho_0 V} \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n} \\ k, l, m, n < K_0}} (\mathbf{k} + \mathbf{n})(\mathbf{l} + \mathbf{m}) b_{\mathbf{m}}^* b_{\mathbf{n}}^* b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{l}} \delta_{\mathbf{k} + \mathbf{l}, \mathbf{m} + \mathbf{n}}, \quad (14)$$

where

$$\Delta_0 = \frac{\hbar^2}{8 \varrho_0 V} \sum_{\substack{\mathbf{k} \\ k < K_0}} k^2, \quad B_0 = \frac{\hbar^2}{8 \varrho_0 V} \sum_{\substack{\mathbf{k} \\ k < K_0}} 1. \quad (15)$$

$N_{\mathbf{m}} \equiv b_{\mathbf{m}}^* b_{\mathbf{m}}$ is the number of rotons of wave vector \mathbf{m} . For liquid helium, the numerical values of the roton rest energy Δ_0 and the maximum kinetic energy $B_0 K_0^2$, divided by Boltzmann's constant κ , become (using (13))

$$\frac{\Delta_0}{\kappa} = 6.7^\circ, \quad \frac{B_0 K_0^2}{\kappa} = 11.2^\circ. \quad (16)$$

In comparison, the maximum phonon energy is

$$\frac{\hbar c_0 K_0}{\kappa} = 28.6^\circ \quad (17)$$

($c_0 = 239 \text{ m sec}^{-1}$ ¹²).

H_{rot} is diagonal for the states where the total number of rotons

$$N_{\text{rot}} \equiv \sum_{\mathbf{m}} N_{\mathbf{m}} \quad (18)$$

(which is a constant of the motion) is 0 or 1. The eigenvalues of H_{rot} can also be exactly determined for $N_{\text{rot}} = 2^*$). The result is that the eigenvalues show very minor deviations from the spectrum

$$2\Delta_0 + B_0(m^2 + m'^2) \quad (19)$$

(where \mathbf{m} and \mathbf{m}' are any wave vectors) which one would have if only the first term on the right hand side of (14) were present. This is not surprising, as, roughly speaking, for $N_{\text{rot}} \ll 3N_{\text{at}}$ the second term on the right hand side of (14) gives contributions only of the relative order of magnitude $N_{\text{rot}}/3N_{\text{at}}$. For the application to sufficiently low temperatures, when the density of rotons is small, this term is negligible. In what follows we shall ignore it. It can be shown that this is completely legitimate for the calculation of the thermodynamic functions of helium below the λ -temperature.

Thus we have reached the result that the transformations (7) and (8) diagonalize H_{ph} and, to a very good approximation (if $N_{\text{rot}} \ll 3N_{\text{at}}$), also H_{rot} . Simultaneously the total momentum

$$\mathbf{G} = \int_V d^3x \frac{1}{2} \{ \varrho \mathbf{v} + \mathbf{v} \varrho \} \quad (20)$$

becomes diagonal and takes the form

$$\mathbf{G} = \sum_{\mathbf{k}} \hbar \mathbf{k} n_{\mathbf{k}} + \sum_{\mathbf{k}} \hbar \mathbf{k} N_{\mathbf{k}}, \quad (21)$$

which shows that the phonons and rotons of wave vector \mathbf{k} carry a (linear) momentum $\mathbf{p} = \hbar \mathbf{k}$.

However, H_{int} (6c) changes the energy spectrum considerably (see also AK). These corrections will be calculated in §§ 5 and 6. ALLCOCK and KUPER have stated that for the calculation of the roton rest energy even the terms (6d)–(6g) cannot be neglected; they will be taken into account in § 6. We finish this section by expressing (6c)–(6g) in terms of the creation and annihilation operators by means of (7) and (8):

$$H_{\text{int}} = -i \sqrt{\frac{\hbar^3 c_0}{8\varrho_0 V}} \sum_{\mathbf{k}, m, |\mathbf{k} + \mathbf{m}| < k_0} \frac{1}{\sqrt{k}} (2\mathbf{k} \cdot \mathbf{m} + k^2) (a_{\mathbf{k}} + a_{-\mathbf{k}}^*) b_{\mathbf{k}}^* \dots_m b_{\mathbf{m}}, \quad (22)$$

*) The autor is indebted to Professor W. PAULI for very helpful advice in that question.

$$H'_{\text{ph}} = -i \left\{ \sqrt{\frac{\hbar^3 c_0}{8 \varrho_0 V}} \left\{ \sum_{\substack{\mathbf{k} + \mathbf{l} + \mathbf{m} = 0 \\ k, l, m < K_0}} \sqrt{k l m} \frac{1}{6} f(\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m}) (a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{l}}^* a_{\mathbf{m}}^* - a_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{l}} a_{\mathbf{m}}) + \right. \right. \\ \left. \left. + \sum_{\substack{\mathbf{m} = \mathbf{k} + \mathbf{l} \\ k, l, m < K_0}} \sqrt{k l m} \frac{1}{2} f(\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m}) (a_{\mathbf{m}}^* a_{\mathbf{k}} a_{\mathbf{l}} - a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{l}}^* a_{\mathbf{m}}) \right\} \right\} \quad (23)$$

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m}) \equiv \frac{\mathbf{k} \mathbf{l}}{k l} + \frac{\mathbf{l} \mathbf{m}}{l m} + \frac{\mathbf{m} \mathbf{k}}{m k} + \frac{\varrho_0^2}{c_0^2} \left(\frac{d}{d \varrho} \frac{c^2}{\varrho} \right)_0.$$

The term

$$\frac{\varrho_0^2}{c_0^2} \left(\frac{d}{d \varrho} \frac{c^2}{\varrho} \right)_0$$

is due to the first anharmonic term in the potential energy. From experiments by ATKINS and STASIOR¹³) its value is found to be about 5; therefore it cannot be neglected a priori.

$$H''_{\text{ph}} = \frac{1}{4!} \cdot \frac{\varrho_0^3}{c_0^2} \left(\frac{d^2}{d \varrho^2} \frac{c^2}{\varrho} \right)_0 \frac{\hbar^2}{4 \varrho_0 V} \sum_{\substack{\mathbf{k} + \mathbf{l} + \mathbf{m} + \mathbf{n} = 0 \\ k, l, m, n < K_0}} \sqrt{k l m n} (a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{l}}^* a_{\mathbf{m}}^* a_{\mathbf{n}}^* - \\ - 4 a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{l}}^* a_{\mathbf{m}}^* a_{-\mathbf{n}} + 6 a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{l}}^* a_{-\mathbf{m}} a_{-\mathbf{n}} - \\ - 4 a_{\mathbf{k}}^* a_{-\mathbf{l}} a_{-\mathbf{m}} a_{-\mathbf{n}} + a_{-\mathbf{k}} a_{-\mathbf{l}} a_{-\mathbf{m}} a_{-\mathbf{n}}). \quad (24)$$

Here we have arranged the operators in the form of an S -product¹⁰⁾ as mentioned before. Further we have

$$H'_{\text{int}} = -i \sqrt{\frac{\hbar}{2 \varrho_0 V c_0}} \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ k, m, |\mathbf{k} + \mathbf{m}| < K_0}} \sqrt{k} (a_{-\mathbf{k}}^* - a_{\mathbf{k}}) b_{\mathbf{k} + \mathbf{m}}^* b_{\mathbf{m}} (\Lambda_0 + B_0(\mathbf{k} + \mathbf{m}) \mathbf{m}) - \\ - i \frac{\hbar^2}{8 \varrho_0 V} \sqrt{\frac{\hbar}{2 \varrho_0 V c_0}} \sum_{\substack{\mathbf{j}, \mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n} \\ j, k, l, m, n < K_0}} \sqrt{j} (a_{\mathbf{j}}^* - a_{-\mathbf{j}}) \times \\ \times b_{\mathbf{m}}^* b_{\mathbf{n}}^* b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{l}} (\mathbf{k} + \mathbf{n}) (\mathbf{l} + \mathbf{m}) \delta_{\mathbf{k} + \mathbf{l}, \mathbf{j} + \mathbf{m} + \mathbf{n}}. \quad (25)$$

Of H''_{int} we shall only need the expectation value for no phonons present, so we can immediately take the vacuum expectation value of $(\varrho - \varrho_0)^2$. This yields

$$\langle H'_{\text{int}} \rangle_{\text{ph vac.}} = \left(\frac{\hbar^2}{8 \varrho_0 V} \sum_{\substack{j < K_0}} j \right) \left\{ \frac{4}{\hbar c_0} \sum_{\substack{\mathbf{m} < K_0}} (\Lambda_0 + B_0 m^2) b_{\mathbf{m}}^* b_{\mathbf{m}} + \right. \\ \left. + \frac{\hbar}{2 \varrho_0 V c_0} \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n} \\ k, l, m, n < K_0}} (\mathbf{k} + \mathbf{n}) (\mathbf{l} + \mathbf{m}) b_{\mathbf{m}}^* b_{\mathbf{n}}^* b_{\mathbf{k}} b_{\mathbf{l}} \delta_{\mathbf{k} + \mathbf{l}, \mathbf{m} + \mathbf{n}} \right\}. \quad (26)$$

Again, as in (14), the terms $\sim b^* b^* b b$ in (25) and (26) can be ignored for small roton densities.

§ 3. Renormalization of the sound velocity.

The term $\sim (\varrho - \varrho_0)^4$ in the development (5) of the potential energy leads to a renormalization problem. This question is independent of the roton fields and, to the approximation considered here, it is also independent of the third order term for the phonons, H'_{ph} . We therefore omit them in this section and investigate only the Hamiltonian

$$\tilde{H} = \int_V d^3x \left\{ \frac{1}{2} \varrho_0 (\nabla \varphi)^2 + \frac{c_0'^2}{2 \varrho_0} (\varrho - \varrho_0)^2 + \lambda (\varrho - \varrho_0)^4 \right\}, \quad (27)$$

$$\lambda = \frac{1}{4!} \left(\frac{d^2}{d\varrho^2} \frac{c^2}{\varrho} \right)_0, \quad (28)$$

where $(\varrho - \varrho_0)^4$ is now to be written as it comes from the development of E_p (5) (not as an S -product). A new symbol c'_0 has been introduced in (27), because the quantity denoted by this will turn out to be different from c_0 of § 2. We develop φ and $\varrho - \varrho_0$ in Fourier series analogous to (7)

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{1}{V^{1/2}} \sum_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}} (a_{\mathbf{k}} + a_{-\mathbf{k}}^*) e^{i\mathbf{k}\mathbf{x}} \\ \varrho - \varrho_0 &= \frac{1}{V^{1/2}} \sum_{\mathbf{k}} \gamma_{\mathbf{k}} i (a_{\mathbf{k}}^* - a_{-\mathbf{k}}) e^{-i\mathbf{k}\mathbf{x}}, \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

where $a_{\mathbf{k}}$ and $a_{\mathbf{k}}^*$ are supposed to be annihilation and creation operators respectively, thus obeying the commutation relations for the a 's and a^* 's in (9). The functions $\beta_{\mathbf{k}}$ and $\gamma_{\mathbf{k}}$ are left undetermined for the moment; we merely assume them to be real c -numbers which depend only on the length of the vector \mathbf{k} . The commutation rule (3) for ϱ and φ requires that

$$2 \beta_{\mathbf{k}} \gamma_{\mathbf{k}} = \hbar. \quad (30)$$

Now we substitute (29) into (27). By rearranging the a 's and a^* 's so as to get all terms into the form of S -products (all a^* 's to the left, all a 's to the right) we obtain supplementary terms due to the commutators, and the final result is

$$\begin{aligned} \tilde{H} &= \frac{1}{2} \varrho_0 \sum_{\mathbf{k}} \beta_{\mathbf{k}}^2 k^2 (a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} + a_{-\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}}^* + 2 a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}} + 1) + \\ &+ \frac{1}{2} \frac{c_0'^2}{\varrho_0} \sum_{\mathbf{k}} \gamma_{\mathbf{k}}^2 (-a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} - a_{-\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}}^* + 2 a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}} + 1) + \\ &+ \frac{\lambda}{V} \left(\sum_{\mathbf{m}} \gamma_{\mathbf{m}}^2 \right) \sum_{\mathbf{k}} \gamma_{\mathbf{k}}^2 (-6 a_{\mathbf{k}} a_{-\mathbf{k}} - 6 a_{-\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}}^* + 12 a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}} + 3) + \\ &+ \frac{\lambda}{V} \sum_{\mathbf{k}+\mathbf{l}+\mathbf{m}+\mathbf{n}=0} \gamma_{\mathbf{k}} \gamma_{\mathbf{l}} \gamma_{\mathbf{m}} \gamma_{\mathbf{n}} (a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{l}}^* a_{\mathbf{m}}^* a_{\mathbf{n}}^* - 4 a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{l}}^* a_{\mathbf{m}}^* a_{-\mathbf{n}} + \\ &+ 6 a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{l}}^* a_{-\mathbf{m}} a_{-\mathbf{n}} - 4 a_{\mathbf{k}}^* a_{-\mathbf{l}} a_{-\mathbf{m}} a_{-\mathbf{n}} + a_{-\mathbf{k}} a_{-\mathbf{l}} a_{-\mathbf{m}} a_{-\mathbf{n}}). \end{aligned} \quad (31)$$

Now we can bring all terms quadratic in a and a^* into diagonal form by choosing β_k and γ_k so that

$$\frac{1}{2} \varrho_0 \beta_k^2 k^2 = \left(\frac{1}{2} \frac{c_0'^2}{\varrho_0} + 6 \frac{\lambda}{V} \sum_m \gamma_m^2 \right) \gamma_k^2. \quad (32)$$

Of the quadratic terms in (31) then only those $\sim a_k^* a_k = n_k$ are left. From (30) and (32) β_k and γ_k can be determined. Elimination of β_k yields γ_k as a function of \hbar and the constants occurring in (27) and of $\sum_k \gamma_k^2 \equiv \Gamma$. By taking the square and summing over \mathbf{k} one obtains an equation of the third degree for Γ . It is, however, much simpler to define a new quantity c_0 by

$$c_0 = \sqrt{c_0'^2 + 12 \frac{\lambda \varrho_0}{V} \sum_m \gamma_m^2} \quad (33)$$

and to express β_k and γ_k in terms of c_0 . This is also much more reasonable, for we shall see that c_0 is the physical sound velocity (i.e. the quantity that has to be identified with the speed of sound measured experimentally), whereas c_0' is only an auxiliary quantity which can be expressed in terms of the physical quantities by means of (33). With the definition (33), equ. (30) and (32) yield

$$\beta_k = \sqrt{\frac{\hbar c_0}{2 \varrho_0 k}}, \quad \gamma_k = \sqrt{\frac{\hbar \varrho_0 k}{2 c_0}}, \quad (34)$$

and the Hamiltonian takes the following form (where $\vdots \vdots$ denotes the S -product)

$$\begin{aligned} \tilde{H} = & \sum_{\mathbf{k}} \hbar c_0 k \left(a_{\mathbf{k}}^* a_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \right) - 3 \frac{\lambda}{V} \left(\sum_{\mathbf{k}} \frac{\hbar \varrho_0}{2 c_0} k \right)^2 + \\ & + \frac{\lambda}{V} \left(\frac{\hbar \varrho_0}{2 c_0} \right)^2 \sum_{\mathbf{k}+\mathbf{l}=\mathbf{m}+\mathbf{n}=\mathbf{0}} \sqrt{k l m n} : (a_{\mathbf{k}}^* - a_{-\mathbf{k}}) (a_{\mathbf{l}}^* - a_{-\mathbf{l}}) (a_{\mathbf{m}}^* - a_{-\mathbf{m}}) (a_{\mathbf{n}}^* - a_{-\mathbf{n}}) : \end{aligned} \quad (35)$$

or in \mathbf{x} -space:

$$\tilde{H} = \int d^3x \left\{ \frac{1}{2} \varrho_0 (\nabla \varphi)^2 + \frac{c_0^2}{2 \varrho_0} (\varrho - \varrho_0)^2 + \lambda : (\varrho - \varrho_0)^4 : \right\} - 3 \frac{\lambda}{V} \left(\sum_{\mathbf{k}} \frac{\hbar \varrho_0}{2 c_0} k \right)^2. \quad (36)$$

The equations of motion are

$$\left. \begin{aligned} \dot{\varrho} &\equiv \frac{i}{\hbar} [\tilde{H}, \varrho] = \varrho_0 \Delta \varphi \\ \dot{\varphi} &\equiv \frac{i}{\hbar} [\tilde{H}, \varphi] = \frac{c_0^2}{\varrho_0} (\varrho - \varrho_0) + 4 \lambda : (\varrho - \varrho_0)^3 : , \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

the commutator of an S -product with an operator linear in a and a^* being again an S -product.

From (37), we gather that sound waves of phase velocity c_0 are possible if the influence of the anharmonic term $4\lambda : (\varrho - \varrho_0)^3$: is sufficiently small. We shall see that there are cases where this term may be neglected, although c_0 is not even approximately equal to c'_0 .

To show this, let us consider a Schrödinger function of the system, which, at a given time, say $t = 0$, is

$$\Phi_{t=0} = D \sum_{n=0}^{\infty} e^{-d(n-n_0)^2 + in\delta} \frac{(a_{\mathbf{k}}^*)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle. \quad (38)$$

$|0\rangle$ and $(n!)^{-\frac{1}{2}} (a_{\mathbf{k}}^*)^n |0\rangle$ are normalized eigenvectors of the operators $a_{\mathbf{m}}^* a_{\mathbf{m}} = n_{\mathbf{m}}$, the first for all $n_{\mathbf{m}} = 0$, and the second for $n_{\mathbf{k}} = n$ and all other $n_{\mathbf{m}} = 0$ ($\mathbf{m} \neq \mathbf{k}$). D is determined by the condition

$$D^2 \sum_{n=0}^{\infty} e^{-2d(n-n_0)^2} = 1 \quad (39)$$

in order that Φ be normalized, too. Further we assume

$$\sqrt{d} \cdot n_0 \gg 1, \quad \sqrt{d} \ll 1; \quad (40)$$

this means that $D^2 e^{-2d(n-n_0)^2}$ is practically a δ -function*). From (29), (34) and (38) the expectation values of $\varrho - \varrho_0$ and φ at $t = 0$ are seen to be

$$\langle \varrho - \varrho_0 \rangle_{t=0} = A \sin(\mathbf{k} \mathbf{x} + \delta), \quad \langle \varphi \rangle_{t=0} = \frac{c_0}{\varrho_0 k} A \cos(\mathbf{k} \mathbf{x} + \delta), \quad (41)$$

where

$$A = \sqrt{\frac{2 \hbar \varrho_0 k n_0}{V c_0}}, \quad (42)$$

terms of relative order $1/n_0$ being neglected. The equations of motion (37), which are known to hold for the expectation values as well¹⁴), give for $t = 0$

$$\left. \begin{aligned} \left[\frac{\partial}{\partial t} \langle \varrho - \varrho_0 \rangle \right]_{t=0} &= \langle \dot{\varrho} \rangle_{t=0} = -c_0 k A \cos(\mathbf{k} \mathbf{x} + \delta) \\ \left[\frac{\partial}{\partial t} \langle \varphi \rangle \right]_{t=0} &= \langle \dot{\varphi} \rangle_{t=0} = \frac{c_0^2}{\varrho_0} A \sin(\mathbf{k} \mathbf{x} + \delta) + 4\lambda A^3 \sin^3(\mathbf{k} \mathbf{x} + \delta). \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Evidently, if there were no anharmonic term in (37), the expectation values for any time t would be

$$\langle \varrho - \varrho_0 \rangle_t = A \sin(\mathbf{k} \mathbf{x} - c_0 k t + \delta), \quad \langle \varphi \rangle_t = \frac{c_0}{\varrho_0 k} A \cos(\mathbf{k} \mathbf{x} - c_0 k t + \delta). \quad (44)$$

*) For our purpose, however, we cannot take a state where the number $n_{\mathbf{k}}$ is exactly given at $t = 0$, because the expectation values of $\varrho - \varrho_0$ and φ would then be zero.

But even with the anharmonic term present, (44) is an approximate solution during a time t not too long but still containing many periods $2\pi/c_0 k$, provided that

$$|\lambda| A^2 \ll \frac{c_0^2}{\varrho_0}. \quad (45)$$

If we suppose $|\lambda|$ (28) to be of the order of c_0^2/ϱ_0^3 (its experimental value is uncertain, but probably negative¹³), condition (45) requires (see (42))

$$n_0 \ll \frac{\varrho_0 V c_0}{\hbar k} \approx 10^{30} \text{ cm}^{-4}. \quad \frac{V}{k} \text{ for liquid He.} \quad (46)$$

Hence for a macroscopic volume ($V \approx 1 \text{ cm}^3$), one can easily find an n_0 that satisfies (45) and (40) simultaneously, even if $|\lambda|$ is several orders of magnitude larger than c_0^2/ϱ_0^3 and k an ultrasonic wave number ($k \gg 1 \text{ cm}^{-1}$). Thus we have demonstrated that states exist which correspond to macroscopic sound waves of phase velocity c_0 .

The proof that in certain cases the terms arising from the expression $4\lambda(\varrho - \varrho_0)^3$ in (37) are negligible has only been possible because this term is an S -product. If we had simply $4\lambda(\varrho - \varrho_0)^3$ instead, the terms with an a^* to the right of an a would give rise to the creation and annihilation of virtual quanta. They would produce supplementary terms linear in A in the lower equation (43), which, in general, would not at all be negligible. This statement is equivalent to the statement that c_0 may be quite different from c'_0 .

To see this let us look at equation (33). We have to compare c_0^2 and $12(\lambda\varrho_0/V) \sum_m \gamma_m^2$. According to (34), $\sum_m \gamma_m^2$ diverges without a cut-off, hence the mathematical quantity c'_0 would have to be infinite (λ being negative). But also with the cut-off of § 2 and λ of the order of c_0^2/ϱ_0^3 the quantity $12(|\lambda|\varrho_0/V) \sum_m \gamma_m^2$ is seen to be larger than c_0^2 for the helium data.

By comparing (41) and (43) with the classical equations of motion derived from the Hamiltonian (27), we see that λ , in contrast to c'_0 , means the same physical quantity in quantum hydrodynamics as in the classical theory. Further terms with higher powers of $\varrho - \varrho_0$ in the Hamiltonian (27), e.g. a term $\sim (\varrho - \varrho_0)^6$, would of course renormalize λ as well as c'_0 .

As the Hamiltonian (36) is identical with $H_{\text{ph}} + H''_{\text{ph}}$ (6), apart from the irrelevant constant $-3(\lambda/V) (\sum_k \hbar \varrho_0 k/2 c_0)^2$, we see that c_0 in § 2 already means the physical (renormalized) sound velocity.

§ 4. Remarks on the order of factors in H.

An alternative treatment of the problem of § 3 consists in immediately writing the fourth order term in the Hamiltonian (27) as an S -product and omitting the commutators by the argument that classically the order of factors is irrelevant. Then the results of § 3 are obtained without any renormalization. It is perhaps not very natural to write an S -product a priori because in \mathbf{x} -space this is a complicated non-local expression. But in \mathbf{k} -space it is very simple.

This opens the question of what happens if we alter the order of factors in other terms of the basic Hamiltonian (6), e.g. by writing them as S -products (which is probably the only reasonable ordering different from the one used in (6)).

In H_{ph} (6a) the reordering of factors can only produce irrelevant additive constants. In H_{int} (6c) and H'_{ph} (6d) the a 's and a^* 's can be permuted arbitrarily, since all commutators vanish (see (22) and (23)). The order of factors in H_{rot} (6b) has been studied by ALLCOCK and KUPER. They conclude that any non-trivial alteration in (6b) violates all of the three requirements that H_{rot} shall be positive-definite*), gauge-invariant (i.e. invariant under simultaneous transformations of φ , Ψ and Ψ^* which do not alter the velocity (2)), and shall lead to the correct equations of motion for \mathbf{v} and ϱ^{**}). As to (6f) and (6g), they arise from multiplication of $\{\Psi^* \overline{\Psi} - \overline{\Psi} \Psi^*\}^2$ in (6b) by the successive terms of the expansion (4) of $1/\varrho$. Consequently the arrangement of the Ψ 's and Ψ^* 's in (6f) and (6g) must be the same as in (6b). The last possibility is to arrange the a 's and a^* 's in $(\varrho - \varrho_0)^2$, equation (6g), differently. But if we multiply the expansion on the right hand side of (4) by $\varrho - \varrho_0 + (\varrho - \varrho_0)$, the result must, by definition, be equal to unity. This is only true if no term in (4) is altered.

Thus the investigations of §§ 3 and 4 have given a full justification of the Hamiltonian (6), and we are now ready to calculate its lowest eigenvalues.

*) It is easy to see that H_{rot} (6b), when written as an S -product, has negative eigenvalues for $N - 2$. Also, if $H_{\text{ph}} + H_{\text{rot}} + H_{\text{int}}$ (which classically is positive definite) is taken as an S -product, it has negative eigenvalues in the perturbation approximation for large c_0 .

**) This can only be understood if one has a definite opinion about the order of factors in the equations of motion.

§ 5. The roton energy to order c_0^0 .

We take

$$H_0 = H_{\text{ph}} + H_{\text{rot}} \quad (47)$$

as unperturbed energy with the eigenvalues

$$E_\alpha = \sum_{\mathbf{k} < K_0} \hbar c_0 k \left(n_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \right) + \sum_{\mathbf{m} < K_0} (\Delta_0 + B_0 m^2) N_{\mathbf{m}}. \quad (48)$$

α is characterized by the quantum numbers $n_{\mathbf{k}}$ and $N_{\mathbf{m}}$. All other terms of (6),

$$H' = H_{\text{int}} + H'_{\text{ph}} + H''_{\text{ph}} + \dots + H'_{\text{int}} + H''_{\text{int}} + \dots, \quad (49)$$

are considered as a perturbation. As $\varrho - \varrho_0$ is proportional to $c_0^{-\frac{1}{2}}$ (see (7)), (6) can be considered as a development in negative powers of c_0 . The different constituents of H are proportional to the powers of c_0 written below as follows

$$\left. \begin{array}{ccccccc} H_0 & H_{\text{int}} & H'_{\text{ph}} & H''_{\text{ph}} & \dots & H'_{\text{int}} & H''_{\text{int}} & \dots \\ c_0 & c_0^{\frac{1}{2}} & c_0^{\frac{1}{2}*} & c_0^{0*} & \dots & c_0^{-\frac{1}{2}} & c_0^{-1} & \dots \end{array} \right\} \quad (50)$$

A perturbative treatment of H' will therefore yield an expansion of the energy eigenvalues in negative powers of c_0 , as ALLCOCK and KUPER's method does. The *dimensionless* perturbation parameter in question turns out to be the ratio of the maximum kinetic energy of the unperturbed rotons to the maximum phonon energy

$$\varepsilon = \frac{B_0 K_0^2}{\hbar c_0 K_0}. \quad (51)$$

For $c_0 \gg BK_0/\hbar$ we may expect good results. In the case of liquid helium the data (16) and (17) give

$$\varepsilon = 0.4, \quad (52)$$

so we might obtain at least something of the right order of magnitude.

For all perturbed energies (phonon energy, rest and kinetic energies of the roton) we only calculate the highest term in c_0 that is different from zero. Nothing of the order c_0 is added to the unperturbed energies, so we do not compute any correction to the phonon energy.

*) We have assumed that $(d/d\varrho c^2/\varrho)_0$ and $(d^2/d\varrho^2 c^2/\varrho)_0$ are of the order of magnitude of c_0^2/ϱ_0^2 and c_0^3/ϱ_0^3 respectively. For liquid helium this is justified for the first term¹³⁾; for the second term it is a reasonable supposition.

The only correction to the roton energy $\sim c_0^0$ comes from the second order perturbation expression

$$W_{\alpha\alpha}^{(2)} = \sum_{\beta}'' \frac{H'_{\alpha\beta} H'_{\beta\alpha}}{E_{\alpha} - E_{\beta}} \quad (53)$$

through the term

$$H'_{\alpha} = \sum_{\beta} \frac{|(H_{\text{Int}})_{\beta\alpha}|^2}{E_{\alpha} - E_{\beta}}. \quad (54)$$

The terms of the form $\sum_{\beta} (H'_{\text{ph}})_{\alpha\beta} (H_{\text{Int}})_{\beta\alpha} / (E_{\alpha} - E_{\beta})$ would seem to give a contribution $\sim c_0^0$ too, but in view of (22) and (23) they vanish. (54) and (22) give

$$E'_{\alpha} = \frac{\hbar^3 c_0}{8 \varrho_0 V} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{m}} \frac{(2\mathbf{k}\mathbf{m} + k^2)^2}{k} (N_{\mathbf{k}+\mathbf{m}} + 1) N_{\mathbf{m}} \times \quad (55)$$

$$\times \left[\frac{n_{\mathbf{k}}}{\hbar c_0 k - B_0(k^2 + 2\mathbf{k}\mathbf{m})} + \frac{n_{-\mathbf{k}+1}}{-\hbar c_0 k - B_0(k^2 + 2\mathbf{k}\mathbf{m})} \right].$$

In the case of liquid helium the denominators can never vanish because of (51), (52) and the condition $k, m, |\mathbf{k} + \mathbf{m}| < K_0$. For the same reason as earlier we neglect in (55) the terms of higher than the first degree in the N 's and n 's, i.e. we take only*)

$$E'_{\alpha} \cong - \frac{\hbar^2}{8 \varrho_0 V} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{m}} \frac{(2\mathbf{k}\mathbf{m} + k^2)^2}{k^2} N_{\mathbf{m}} \frac{1}{1 + \frac{B_0(k^2 + 2\mathbf{k}\mathbf{m})}{\hbar c_0 k}}. \quad (56)$$

For a fixed \mathbf{m} we replace the sum over \mathbf{k} by an integral and introduce polar coordinates with \mathbf{m} as axis ($z = \cos \vartheta = \mathbf{k}\mathbf{m}/km$). This leads to an integral of the form

$$\int_0^{K_0} k^2 dk \int_{-1}^{+1} dz \dots$$

$$(k^2 + 2\mathbf{k}\mathbf{m}z + m^2 < K_0^2)$$

As long as $k + m < K_0$, z may vary between -1 and $+1$. If

*) For small k , $n_{\mathbf{k}}$ may be large even at low temperatures, but in the calculation of the thermodynamic functions the influence of small k 's is strongly reduced by the factor k^2 in $\int_0^{K_0} k^2 dk \dots$. An exact analysis shows that it is completely negligible for helium below the λ -temperature.

$k + m > K_0$, z is restricted to values between -1 and $(K_0^2 - k^2 - m^2)/2km$. Therefore we get finally

$$E'_\alpha \cong - \sum_{\substack{m \\ m < K_0}} N_m \frac{\hbar^2}{8\varrho_0 V} \frac{V}{(2\pi)^3} \cdot 2\pi \times \\ \times \left(\int_0^{K_0-m} dk \int_{-1}^{+1} dz + \int_{K_0-m}^{K_0} dk \int_{-1}^{\frac{K_0^2 - k^2 - m^2}{2km}} dz \right) \frac{(2kmz + k^2)^2}{1 + \frac{B_0(k^2 + 2kmz)}{\hbar c_0 k}}. \quad (57)$$

This integral can of course be evaluated analytically, but gives a rather involved expression. However, we can develop the denominator in powers of $B_0(k^2 + 2kmz)/\hbar c_0 k$ (which is always smaller than 1); this gives just the expansion in powers of ε . Besides we are interested only in small wave numbers m , so we expand (57) also in powers of m . This yields

$$E'_\alpha \cong \sum_{\substack{m \\ m < K_0}} N_m \left[-\Delta_0 \left(1 - \frac{5}{6} \varepsilon + \frac{5}{7} \varepsilon^2 - \dots \right) + \right. \\ \left. + B_0 K_0 m \left(\frac{3}{4} - \frac{3}{4} \varepsilon + \frac{3}{4} \varepsilon^2 - \dots \right) + \right. \\ \left. + B_0 m^2 \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{4} \varepsilon - \frac{9}{5} \varepsilon^2 \dots \right) + \dots \right]. \quad (58)$$

We have thus reached the result of AK that to order c_0^0 the rest energy ($m = 0$) of the roton in (48) is exactly compensated by (58). Therefore we have to carry the calculation of the rest energy further to order c_0^{-1} , and all terms written down in (49) and (50) have to be taken into account. Fortunately this is not necessary for the kinetic energy (terms $\sim m, m^2$).

If one evaluates (57) exactly in ε , but develops in powers of m , one obtains for $\varepsilon = 0.4$

$$E'_\alpha \cong \sum_{\substack{m \\ m < K_0}} N_m [-0.76 \Delta_0 + 0.54 B_0 K_0 m + 0.29 B_0 m^2 + \dots], \quad (59)$$

which shows that already the first terms of the expansions in (58) give good results.

The restriction of the calculations to small m is sufficient for low temperature investigations. The factors $\exp [-(\Delta + B_0 m^2)/kT]$ in the partition function give only minor contributions for large m , because $B_0 K_0^2/\kappa T = 11.2^\circ/T$; therefore the exact shape of the energy for large m is not important, unless the unperturbed energy for large m is strongly modified by H_{int} . But an exact evaluation

of (56) for $m = K_0$ shows that the correction to $A_0 + B_0 K_0^2$ is only $-0.51 A_0$ for $\varepsilon = 0.4$.

We have only calculated the energy corrections due to the *diagonal* elements of the second order perturbation matrix (53). There exist non-diagonal elements of $W^{(2)}$

$$W_{\gamma\alpha}^{(2)} = \sum_{\beta}' \frac{H'_{\gamma\beta} H'_{\beta\alpha}}{E_{\alpha} - E_{\beta}} \quad (60)$$

"on the energy shell" (i.e. for $E_{\gamma} = E_{\alpha}$), corresponding to scattering between rotons and phonons. These non-diagonal elements influence the energy eigenvalues, but again, for the case of small phonon and roton densities, they can be neglected.

§ 6. The rest energy of the rotons to order c_0^{-1} .

In order to avoid unnecessary complications, we consider now a state α where N_0 rotons of wave number 0 are present, all other N_m 's being zero. This is sufficient because we do not calculate the kinetic roton energy to order c_0^{-1} . We also suppose all n_k 's to be zero. The argument is the same as in § 5: For small phonon densities the terms $\sim n_k N_m$ can be neglected.

We expect contributions from the perturbation matrices of first, second, third and fourth order, viz.

$$W_{\alpha\alpha}^{(1)} = H'_{\alpha\alpha}, \quad (61a)$$

$$W_{\alpha\alpha}^{(2)} = \sum_{\beta}' \frac{H'_{\alpha\beta} H'_{\beta\alpha}}{E_{\alpha} - E_{\beta}}, \quad (61b)$$

$$W_{\alpha\alpha}^{(3)} = \sum_{\beta, \gamma}' \frac{H'_{\alpha\gamma} H'_{\gamma\beta} H'_{\beta\alpha}}{(E_{\alpha} - E_{\beta})(E_{\alpha} - E_{\gamma})}, \quad (61c)$$

$$W_{\alpha\alpha}^{(4)} = \sum_{\beta, \gamma, \delta}' H'_{\alpha\delta} H'_{\delta\gamma} H'_{\gamma\beta} H'_{\beta\alpha} \left\{ \frac{1}{(E_{\alpha} - E_{\beta})(E_{\alpha} - E_{\gamma})(E_{\alpha} - E_{\delta})} \right\}_{E_{\gamma} \neq E_{\alpha}} - \frac{1}{2} \frac{1}{(E_{\alpha} - E_{\beta})^2 (E_{\alpha} - E_{\delta})} \Big|_{E_{\gamma} = E_{\alpha}} - \frac{1}{2} \frac{1}{(E_{\alpha} - E_{\beta})(E_{\alpha} - E_{\delta})^2} \Big|_{E_{\gamma} = E_{\alpha}} \}. \quad (61d)$$

For the particular state α , characterized above, there are no non-diagonal matrix elements $W_{\varepsilon\alpha}^{(s)}$, similar to (60), on the energy shell. The reason is that all constituents of H' conserve the total number of rotons. The energy E_{α} of the state α is $N_0 A_0$ (apart from the zero point energy of the phonons). Hence the energy E_{ε} of the state ε is $N_0 A_0 +$ kinetic roton energies $+$ energies of phonons produced,

which are all positive contributions. E_ε is equal to E_α only if there are no rotons with a momentum $\hbar\mathbf{m} \neq 0$ and no phonons in the state ε , i.e. if $\varepsilon = \alpha$.

Now let us look at the different parts of H' (49). Their orders of magnitude are given by (50) and their structures in the creation and annihilation operators by (22)–(26). It is easy to see that there are no energy corrections of order $c_0^{-\frac{1}{2}}$. The contributions of order c_0^{-1} to the $W^{(s)}$, (61a)–(61d), arise from the following terms (apart from the contribution calculated in § 5):

$$W_{\alpha\alpha}^{(1)}: \quad (H''_{\text{int}})_{\alpha\alpha} \quad (62a)$$

$$W_{\alpha\alpha}^{(2)}: \quad \sim H_{\text{int}} H'_{\text{int}} \quad (62b)$$

$$W_{\alpha\alpha}^{(3)}: \quad \text{no contributions} \quad (62c)$$

$$W_{\alpha\alpha}^{(4)}: \quad \sim H_{\text{int}}^4, \sim H_{\text{int}}^3 H'_{\text{ph}}, \sim H_{\text{int}}^2 H'^2_{\text{ph}}. \quad (62d)$$

It is obvious what is meant by the symbols used here: For instance $\sim H_{\text{int}}^3 H'_{\text{ph}}$ means that three of the factors $H'_{\sigma\tau}$ in (61d) are replaced by $(H_{\text{int}})_{\sigma\tau}$ and one by $(H'_{\text{ph}})_{\sigma\tau}$, of course in all possible permutations. Other contributions $\sim c_0^{-1}$ than (62a)–(62d) do not occur. In particular, there is no term $\sim H_{\text{int}}^2 H''_{\text{ph}}$ in (62c), just *because* H''_{ph} (24) is an S -product. So we have the result that H''_{ph} does not give any contribution to the roton energy in order c_0^{-1} .

The calculation of (62a) and (62b) is simple. By using (26) and taking into account that

$$\frac{\hbar^2}{8\epsilon_0 V} \sum_{\mathbf{k} < K_0} k = \frac{3}{4} B_0 K_0 \quad (63)$$

(look at (15) and replace the sums by integrals) we get

$$(H''_{\text{int}})_{\alpha\alpha} = 3 \Delta_0 \epsilon N_0. \quad (64)$$

In view of (22) and (25) the contribution to $W_{\alpha\alpha}^{(2)}$ (62b) becomes

$$\begin{aligned} & \sum_{\beta} \frac{(H_{\text{int}})_{\alpha\beta} (H'_{\text{int}})_{\beta\alpha}}{E_\alpha - E_\beta} + \sum_{\beta} \frac{(H'_{\text{int}})_{\alpha\beta} (H_{\text{int}})_{\beta\alpha}}{E_\alpha - E_\beta} - \\ & = -3 \Delta_0 \epsilon \left[1 - \frac{4}{5} \epsilon + \frac{4}{6} \epsilon^2 - \dots \right] N_0. \end{aligned} \quad (65)$$

In order to evaluate (62d), we first take the term $\sim H_{\text{int}}^4$ i.e. equation (61d) with each H' replaced by H_{int} . Now if we look at (22) and remember our special state α , we see that the state β (see

(61d)) can only be of the following type: There are N_0-1 rotons of momentum $\mathbf{0}$, one roton of momentum $\hbar\mathbf{k}$ and one phonon of momentum $-\hbar\mathbf{k}$. \mathbf{k} may be any wave vector for which $k < K_0$. For the state γ , however, there are several possibilities. For instance, there may still be N_0-1 rotons of momentum $\mathbf{0}$, one roton of momentum $\hbar(\mathbf{k} + \mathbf{m})$ and two phonons of momenta $-\hbar\mathbf{k}$ and $-\hbar\mathbf{m}$ respectively. \mathbf{m} is subject to the restrictions $m < K_0$ and $|\mathbf{k} + \mathbf{m}| < K_0$. As δ must be an intermediate state between γ and α there are two possibilities in the case of the γ chosen above, namely (A) δ is identical with β or (B) δ contains one roton of momentum $\hbar\mathbf{m}$ and one phonon of momentum $-\hbar\mathbf{m}$, apart from the N_0-1 rotons of momenta $\mathbf{0}$. In the first case the contribution to (61d) is

$$(A) \quad C \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ k, m, |\mathbf{k} + \mathbf{m}| < K_0}} \left[-\frac{k(2\mathbf{k}\mathbf{m} + m^2)^2}{m(k+m)} \right] N_0$$

with the abbreviation

$$C = \left(-i \right) \left/ \frac{\hbar^3 c_0}{8 \varrho_0 V} \right|^4 \frac{1}{(\hbar c_0)^3} = \left(-\frac{\hbar^2}{8 \varrho_0 V} \right)^2 \frac{1}{\hbar c_0}, \quad (66)$$

and in the second case

$$(B) \quad C \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ k, m, |\mathbf{k} + \mathbf{m}| < K_0}} \left[-\frac{(2\mathbf{k}\mathbf{m} + k^2)(2\mathbf{k}\mathbf{m} + m^2)}{k+m} \right] N_0.$$

In the energy denominators the roton energies are neglected; they only yield corrections $\sim c_0^{-2}$ to $W_{\alpha\alpha}^{(4)}$.

Another possible state γ is the following one. There are N_0-2 rotons of momenta $\mathbf{0}$, one roton of momentum $\hbar\mathbf{k}$ and one of momentum $\hbar\mathbf{m}$, and two phonons of momenta $-\hbar\mathbf{k}$ and $-\hbar\mathbf{m}$ respectively. Here we have only the conditions $k < K_0$ and $m < K_0$, but not $|\mathbf{k} + \mathbf{m}| < K_0$. For δ there are the same two possibilities as before. So we obtain two further contributions to (61d), namely

$$(C) \quad C \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ k, m < K_0}} \left[-\frac{k m^3}{k+m} \right] N_0 (N_0 - 1)$$

and

$$(D) \quad C \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ k, m < K_0}} \left[-\frac{k^2 m^2}{k+m} \right] N_0 (N_0 - 1).$$

The last possibility is that γ is identical with α , and δ contains

N_0-1 rotons of momenta $\mathbf{0}$, one roton of momentum $\hbar\mathbf{m}$ and one phonon of momentum $-\hbar\mathbf{m}$. This gives

$$(E) \quad C \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ k, m < K_0}} \left[\frac{1}{2} k m^2 + \frac{1}{2} k^2 m \right] N_0^2.$$

Again, there is no correlation between \mathbf{k} and \mathbf{m} .

(A), (B), (C), (D) and (E) are all contributions to (61d) due to H_{int} alone. We have not considered the terms where $\mathbf{k} = \mathbf{m}$ or where γ contains no phonons but two rotons of opposite momenta $\hbar\mathbf{k}$ and $-\hbar\mathbf{k}$. These terms are of the type $1/V^2 \sum_{\mathbf{k}} \dots$, not $1/V^2 \sum_{\mathbf{k}} \sum_{\mathbf{m}} \dots$, and therefore they give an energy contribution of relative order $1/3 N_{\text{at}}$ (N_{at} = number of atoms in V) which tends to zero for a macroscopic sample of the liquid.

Adding up (C) and (D), we see that the denominator is cancelled by a factor $k + m$ in the numerator. Taking into account that \mathbf{k} and \mathbf{m} in each term may be interchanged, we see that the terms $\sim N_0^2$ in (C), (D) and (E) cancel. The final result of (A) + (B) + (C) + (D) + (E) is:

$$C \left\{ \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ k, m, |\mathbf{k} + \mathbf{m}| < K_0}} \left[-\frac{4(\mathbf{k}\mathbf{m})^2}{k} - 4m(\mathbf{k}\mathbf{m}) - k m^2 \right] + \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ k, m < K_0}} k m^2 \right\} N_0 \quad (67)$$

The contributions $\sim H_{\text{int}}^3 H'_{\text{ph}}$ and $\sim H_{\text{int}}^2 H_{\text{ph}}'^2$ in (62d) are evaluated in a similar way. First we take those with one factor H'_{ph} in (61d). The terms $\sim (H'_{\text{ph}})_{\alpha\delta} (H_{\text{int}})_{\delta\gamma} (H_{\text{int}})_{\gamma\beta} (H_{\text{int}})_{\beta\alpha}$ and $\sim (H_{\text{int}})_{\alpha\delta} \times (H_{\text{int}})_{\delta\gamma} (H_{\text{int}})_{\gamma\beta} (H'_{\text{ph}})_{\beta\alpha}$ together yield (see (22) and (23))

$$(A') \quad 2C \sum_{\substack{\mathbf{k} + \mathbf{l} + \mathbf{m} = \mathbf{0} \\ k, l, m < K_0}} k(2\mathbf{k}\mathbf{l} + l^2) (-m^2) \frac{f(\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m})}{(k+l)(k+l+m)} N_0,$$

and the terms $\sim (H_{\text{int}})_{\alpha\delta} (H'_{\text{ph}})_{\delta\gamma} (H_{\text{int}})_{\gamma\beta} (H_{\text{int}})_{\beta\alpha}$ and $\sim (H_{\text{int}})_{\alpha\delta} (H_{\text{int}})_{\delta\gamma} \times (H'_{\text{ph}})_{\gamma\beta} (H_{\text{int}})_{\beta\alpha}$ give

$$(B') \quad 2C \sum_{\substack{\mathbf{k} + \mathbf{l} + \mathbf{m} = \mathbf{0} \\ k, l, m < K_0}} k(2\mathbf{k}\mathbf{l} + l^2) m^2 \frac{f(\mathbf{k}, \mathbf{l}, -\mathbf{m})}{(k+l)m} N_0.$$

Then we take the contributions due to two factors H'_{ph} in (61d). The terms $\sim (H'_{\text{ph}})_{\alpha\delta} (H'_{\text{ph}})_{\delta\gamma} (H_{\text{int}})_{\gamma\beta} (H_{\text{int}})_{\beta\alpha}$ and $\sim (H_{\text{int}})_{\alpha\delta} (H_{\text{int}})_{\delta\gamma} (H'_{\text{ph}})_{\gamma\beta} (H'_{\text{ph}})_{\beta\alpha}$ yield

$$(C') \quad 2C \left\{ \sum_{\substack{\mathbf{k} \\ k < K_0}} \sum_{\substack{\mathbf{l} + \mathbf{m} + \mathbf{n} = \mathbf{0} \\ l, m, n < K_0}} k^3 l m n \cdot \frac{1}{6} f^2(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n}) \times \right. \\ \times \left[\frac{1}{2} \frac{1}{k^2(l+m+n)} + \frac{1}{2} \frac{1}{k(l+m+n)^2} \right] + \\ \left. + \sum_{\substack{\mathbf{k} + \mathbf{l} + \mathbf{m} = \mathbf{0} \\ k, l, m < K_0}} k^4 l m \frac{f(-\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m}) f(\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m})}{2k^2(k+l+m)} \right\} N_0,$$

and the terms $\sim (H'_{\text{ph}})_{\alpha\delta} (H_{\text{int}})_{\delta\gamma} (H'_{\text{ph}})_{\gamma\beta} (H_{\text{int}})_{\beta\alpha}$ and $\sim (H_{\text{int}})_{\alpha\delta} (H_{\text{ph}})_{\delta\gamma} \times (H_{\text{int}})_{\gamma\beta} (H'_{\text{ph}})_{\beta\alpha}$ give

$$(D') \quad 2 C \left\{ \sum_{\substack{\mathbf{k} \\ k < K_0}} \sum_{\substack{\mathbf{l} + \mathbf{m} + \mathbf{n} = 0 \\ l, m, n < K_0}} k^3 l m n \left[- \frac{(1/6) f^2(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n})}{k(l+m+n)(k+l+m+n)} \right] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{\mathbf{k} + \mathbf{l} + \mathbf{m} = 0 \\ k, l, m < K_0}} k^4 l m \left[- \frac{(1/2) f^2(\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m})}{k(k+l+m)(2k+l+m)} + \frac{(1/2) f(\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m}) f(-\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m})}{k(l+m)(k+l+m)} \right] \right\} N_0.$$

From the term $\sim (H_{\text{int}})_{\alpha\delta} (H'_{\text{ph}})_{\delta\gamma} (H'_{\text{ph}})_{\gamma\beta} (H_{\text{int}})_{\beta\alpha}$ we obtain the contribution

$$(E') \quad C \left\{ \sum_{\substack{\mathbf{k} \\ k < K_0}} \sum_{\substack{\mathbf{l} + \mathbf{m} + \mathbf{n} = 0 \\ l, m, n < K_0}} k^3 l m n \left[- \frac{(1/6) f^2(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n})}{k^2(k+l+m+n)} \right] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{\mathbf{k} + \mathbf{l} + \mathbf{m} = 0 \\ k, l, m < K_0}} k^4 l m \left[- \frac{(1/2) f^2(\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m})}{k^2(2k+l+m)} - \frac{(1/2) f^2(-\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m})}{k^2(l+m)} \right] \right\} N_0$$

and from the term $\sim (H'_{\text{ph}})_{\alpha\delta} (H_{\text{int}})_{\delta\gamma} (H_{\text{int}})_{\gamma\beta} (H'_{\text{ph}})_{\beta\alpha}$

$$(F') \quad C \left\{ \sum_{\substack{\mathbf{k} \\ k < K_0}} \sum_{\substack{\mathbf{l} + \mathbf{m} + \mathbf{n} = 0 \\ l, m, n < K_0}} k^3 l m \left[- \frac{(1/6) f^2(\mathbf{l}, \mathbf{m}, \mathbf{n})}{(l+m+n)^2(k+l+m+n)} \right] + \right. \\ \left. + \sum_{\substack{\mathbf{k} + \mathbf{l} + \mathbf{m} = 0 \\ k, l, m < K_0}} k^4 l m \left[- \frac{(1/2) f^2(\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m})}{(k+l+m)^2(2k+l+m)} - \frac{(1/2) f^2(\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m})}{(k+l+m)^2(l+m)} \right] \right\} N_0.$$

$(A') - (F')$ are all contributions to (62d) $\sim H_{\text{int}}^3 H'_{\text{ph}}$ and $\sim H_{\text{int}}^2 H_{\text{ph}}'^2$. Again terms of the relative order $1/3 N_{\text{at}}$ have been omitted. On the other hand, there are even terms of the relative order $3 N_{\text{at}}$ with respect to the ordinary ones (which are independent of N_{at}), viz. the first terms in (C') , (D') , (E') , and (F') , but they are easily seen to cancel. When $(A') - (F')$ are added up many terms compensate and we obtain the very simple result for $(A') - (B') - (C') + (D') - (E') + (F')$:

$$C \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ |\mathbf{k} + \mathbf{m}| < K_0}} \left[4 \frac{(\mathbf{k} \mathbf{m})^2}{k} + 4 m(\mathbf{k} \mathbf{m}) \right] N_0. \quad (68)$$

According to the expression (23) for $f(\mathbf{k}, \mathbf{l}, \mathbf{m})$, $(A') - (F')$ contain linear and quadratic terms in $(\varrho_0^2 c_0^2) (d/d\varrho c^2/\varrho)_0$. It is remarkable that all these terms have cancelled in (68). This means that also the anharmonic potential energy of the third degree in $\varrho - \varrho_0$ is without influence on the roton energies in the approximation considered here.

The contributions (62a)–(62d) to the roton rest energy $\sim c_0^{-1}$ are now given by (64), (65), (67), and (68). (64) and (65) compensate each other to order c_0^{-1} *, (67) and (68) give in view of (66)

$$E''_{\alpha} = \left(\frac{\hbar^2}{8\varrho_0 V} \right)^2 \frac{1}{\hbar c_0} \left\{ \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ k, m < K_0}} k m^2 - \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ k, m, |\mathbf{k} + \mathbf{m}| < K_0}} k m^2 \right\} N_0. \quad (69)$$

This can be calculated similarly to (56) in § 5 and yields

$$E''_{\alpha} = \frac{29}{63} \Delta_0 \varepsilon N_0. \quad (70)$$

(58) and (70) now show that the unperturbed energy spectrum (48) is transformed by H' (49) into

$$\begin{aligned} E_{\alpha} + E'_{\alpha} + E''_{\alpha} &= \sum_{\substack{\mathbf{k} \\ k < K_0}} \hbar c_0 k \left(n_{\mathbf{k}} + \frac{1}{2} \right) + \\ &+ \sum_{\substack{\mathbf{m} \\ m < K_0}} (\Delta + A m + B m^2 + \dots) N_{\mathbf{m}} + \dots, \end{aligned} \quad (71)$$

where to order c_0^{-1}

$$\Delta = \Delta_0 \left(\frac{5}{6} + \frac{29}{63} \right) \varepsilon \quad (72)$$

and to order c_0^0

$$A = \frac{3}{4} B_0 K_0, \quad B = \frac{7}{6} B_0. \quad (73)$$

The rest energy of the rotons is now proved to be positive for small ε . In contrast to the second energy spectrum proposed by LANDAU²⁾ Δ is positive here. For He II ($\varepsilon = 0.4$) the numerical value of (72) is according to (16)

$$\frac{\Delta}{\varepsilon} = 3.5^0. \quad (74)$$

If the contributions of (58) and (65) to Δ are calculated exactly (instead of taking only the first terms of the expansion in ε) one obtains

$$\frac{\Delta}{\varepsilon} = 4.8^0. \quad (75)$$

But this is not very consistent since for the rest of our calculation Δ is only computed to order ε .

*) This is probably not accidental, for in classical hydrodynamics (6a)–(6c) give an absolutely sufficient description of an only slightly excited liquid, so that one might be tempted to omit (6d)–(6g) in quantum theory too. It is therefore surprising that (6d)–(6g) give a noticeable contribution at all. Maybe a cut-off method that corresponds better to physical reality makes this difference vanish.

§ 7. Different cut-off procedures.

ARTMANN*) has suggested an alternative cut-off method. He observed that the roton fields Ψ and Ψ^* occur exclusively in the combination $\Psi^* \nabla \Psi - \nabla \Psi^* \Psi$, and it is only this expression (not Ψ and Ψ^* themselves) which has a direct physical meaning (being a momentum density apart from a constant factor). Therefore it seems more natural to cut off this whole expression, not Ψ and Ψ^* separately, by putting

$$\left. \begin{aligned} \Psi^* \nabla \Psi - \nabla \Psi^* \Psi &= \frac{1}{V} \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ |\mathbf{m} - \mathbf{k}| < K_0}} b_{\mathbf{k}}^* b_{\mathbf{m}} i(\mathbf{k} + \mathbf{m}) e^{i(\mathbf{m} - \mathbf{k})\mathbf{x}} = \\ &= \frac{1}{V} \sum_{\substack{\mathbf{k}', \mathbf{m}' \\ \mathbf{k}' < K_0}} b_{\mathbf{k}'}^* b_{\mathbf{m}'} i(\mathbf{k}' + 2\mathbf{m}') e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{x}}. \end{aligned} \right\} \quad (76)$$

For φ and $\varrho - \varrho_0$ the same cut-off as previously is used. As \mathbf{m}' in (76) is not restricted, an infinite number of degrees of freedom is left in the theory, but all the same this does not lead to any divergencies.

This cut-off method and the previous one do not give equal results. If we use the same K_0 in (76) as for φ and $\varrho - \varrho_0$ (this means that the "resolving power" of the liquid due to its "graininess" (ZIMAN⁵), p. 264) is supposed to be the same for the Fourier components of φ , $\varrho - \varrho_0$ and the expression (76)) we obtain for the roton Hamiltonian (6b)

$$H_{\text{rot}} = \sum_{\mathbf{m}} (\Delta_0 + 4 B_0 m^2) N_{\mathbf{m}} + \sim b^* b^* b b \quad (77)$$

instead of (14). Thus the rest energy of the unperturbed rotons is the same, but their mass is already different. Moreover, with the cut-off (76) the sums (55) and (56) are only subject to the condition $k < K_0$ (not $m < K_0$ nor $|\mathbf{k} + \mathbf{m}| < K_0$) and B_0 is to be replaced by $4 B_0$. Consequently one obtains instead of (58)

$$E'_\alpha \cong \sum_{\mathbf{m}} N_{\mathbf{m}} \left[-\Delta_0 \left(1 - \frac{5}{6} 4 \varepsilon + \dots \right) + B_0 m^2 \left(-\frac{4}{3} + \dots \right) + \dots \right]. \quad (78)$$

Furthermore, the condition $|\mathbf{k} + \mathbf{m}| < K_0$ in (A) and (B) of § 6 is dropped. The other expressions (C)–(E) and (A')–(F') remain unaltered. So, instead of (70), the contribution to (62d) becomes

$$E''_\alpha = \Delta_0 \left(-1 - \frac{39}{224} \right) \varepsilon N_0. \quad (79)$$

*) Private communication from Mr. F. ARTMANN, T. H. Delft.

Also H'_{int} now takes a form different from (25), and the contributions $\sim \varepsilon$ to (62a) and (62b) do not cancel. In this way ARTMANN's method yields an energy spectrum of the type (71), too, where now to the same order in ε as (72) and (73)

$$A = \frac{6725}{2016} A_0 \varepsilon, \quad A = 0, \quad B = \frac{8}{3} B_0. \quad (80)$$

In the case of an incompressible medium ($\varepsilon = 0$) this result is identical with the result of AK (3.6) obtained by using their "incompressible" Hamiltonian (3.4) from the very beginning. This is *not* the case when ZIMAN's cut-off method is employed (see (73)). Thus ARTMANN's cut-off seems to be preferable for an incompressible liquid. However, if one deals with a compressible fluid (ϱ not constant) it is doubtful which method is the better, because ARTMANN's method is also unable to cut off *all* physical quantities in the same way. If for example a momentum density is cut off according to (76), the corresponding velocity, which differs by a factor $1/\varrho$, is cut off in a different way. From the point of view of pure hydrodynamics it is probably impossible to see which cut-off procedure corresponds better to physical reality. An investigation of that problem would go far beyond the framework of the present article.

If one carries out the transition from second quantization to the representation of the roton in configuration space (AK equation (4.2)), ARTMANN's cut-off is simpler to take into account than ZIMAN's. In the case of He II, however, there are practical reasons for using ZIMAN's cut-off procedure. It is of course possible to calculate (56) as modified by ARTMANN's method without a development in powers of 4ε (which would be wrong because $4\varepsilon = 1.6$). But in none of the energy denominators in (A)–(E) and (A')–(F') of § 6 may the roton energies be neglected. The calculations would therefore become very cumbersome. Besides, the whole expansion (6) of the Hamiltonian in rising powers of $\varrho - \varrho_0$ looks rather questionable in quantum mechanics, if the maximum kinetic energy of the rotons is larger than the maximum energy of the phonons. The only thing one could do is simply to omit (6d)–(6g) by the argument used before that classically (6a)–(6c) give a sufficient description of a but slightly excited liquid.

A third cut-off procedure consists in combining ZIMAN's and ARTMANN's methods by putting

$$\Psi^* \nabla \Psi - \nabla \Psi^* \Psi = \frac{1}{V} \sum_{\substack{\mathbf{k}, \mathbf{m} \\ k, m, |\mathbf{m}-\mathbf{k}| < K_0}} b_{\mathbf{k}}^* b_{\mathbf{m}} i(\mathbf{k} + \mathbf{m}) e^{i(\mathbf{m}-\mathbf{k})\mathbf{x}}. \quad (81)$$

This yields still another H_{rot} , namely

$$H_{\text{rot}} = \sum_{\substack{m \\ m < K_0}} \left(\Delta_0 - \frac{3}{4} B_0 K_0 m + \frac{5}{2} B_0 m^2 \right) N_m + \sim b^* b^* b b \quad (82)$$

and leads again to a spectrum of the type (71), where now (Δ to order ε , A and B to order ε^0)

$$\Delta = \frac{499}{168} \Delta_0 \varepsilon, \quad A = 0, \quad B = \frac{8}{3} B_0. \quad (83)$$

Like (80), it gives the correct limit for an incompressible liquid.

For practical reasons, we have always cut off sharply. Instead, one might introduce smooth cut-off factors, but this cannot change the energy spectrum drastically.

§ 8. Discussion of the results.

With the energy spectrum (71), (72), (73) we can calculate the partition function and the thermodynamic properties of the fluid. For He II, (72) and (73) can only be expected to give the right order of magnitude because $\varepsilon = 0.4$ (instead of $\varepsilon \ll 1$), and because of the arbitrariness introduced by the cut-off procedure. If Δ/κ is chosen $\approx 7^0$ and A and B considerably smaller than in (73) (but still of the same order of magnitude) the theory gives the correct specific heat¹⁵⁾ from absolute zero up to temperatures even near the λ -point. Also the spectra of § 7, which are of the same form as LANDAU's first spectrum ($A = 0$)¹⁾, have the right order of magnitude to fit the specific heat data.

The theory of the two-fluid model¹⁾¹⁶⁾ can also be applied to the spectrum (71), and one can calculate e.g. the velocity of second sound. The result agrees qualitatively with experiment when values for Δ , A and B fitting the specific heat are used*).

Unlike in DEBYE's theory of solids, the numerical results here depend considerably on how one cuts off the momenta of the excitations. The reason is that the constants Δ , A and B in (71) are determined by sums over virtual quanta which also have high energies.

We have simply tried to find the energy spectrum of hydrodynamics. We have not discussed the question whether the hydrodynamical variables are suitable coordinates to describe an ensemble of atoms in a liquid. This problem is much more difficult here than

*) The author wishes to thank Dr. W. R. THEIS for some numerical calculations.

in the theory of solids. The investigations by FEYNMAN¹⁷⁾ seem to indicate that hydrodynamics provides a fair description of a Bose liquid at low temperatures. On the other hand, the hydrodynamical description of an ensemble of Fermi particles seems at least to be very incomplete. It is probably at this place that the difference between ^3He and ^4He comes into play. (In hydrodynamics one does not speak about the statistics of the particles composing the liquid. The phonons and rotons as defined here must obey Bose statistics, since a quantization with anticommutators would never yield the limit of classical hydrodynamics.)

One should therefore try to give the hydrodynamical approach to He II a secure foundation. If this is found, it will perhaps also yield a better cut-off method.

The author wishes to thank Professor W. PAULI for his continuous interest and for helpful advice. He is also indebted to Professors R. JOST, O. KLEIN, R. KRONIG, to Dr. W. A. BARKER, Dr. W. R. THEIS and Mr. F. ARTMANN for valuable discussions.

References.

- ¹⁾ L. D. LANDAU, J. Phys. U.S.S.R. **5**, 71 (1941).
- ²⁾ L. D. LANDAU, J. Phys. U.S.S.R. **11**, 91 (1947).
- ³⁾ R. KRONIG and A. THELLUNG, Physica **18**, 749 (1952).
- ⁴⁾ A. THELLUNG, Physica **19**, 217 (1953).
- ⁵⁾ J. M. ZIMAN, Proc. Roy. Soc. A, **219**, 257 (1953).
- ⁶⁾ F. BLOCH and A. NORDSIECK, Phys. Rev. **52**, 54 (1937); W. PAULI und M. FIERZ, Nuovo Cimento **15**, 167 (1938).
- ⁷⁾ G. R. ALLCOCK and C. G. KUPER, Proc. Roy. Soc. A, **231**, 226 (1955).
- ⁸⁾ T. D. LEE, F. E. LOW and D. PINES, Phys. Rev. **90**, 297 (1953).
- ⁹⁾ S. ZIENAU, E. R. A. Rep., L/T 299 (1953).
- ¹⁰⁾ G. C. WICK, Phys. Rev. **80**, 268 (1950).
- ¹¹⁾ W. H. KEESOM, Helium, Elsevier Publ. Co., Amsterdam (1942).
- ¹²⁾ K. R. ATKINS and C. E. CHASE, Proc. Phys. Soc. London A **64**, 826 (1951); C. E. CHASE, Proc. Roy. Soc. London A **220**, 116 (1953).
- ¹³⁾ K. R. ATKINS and R. A. STASIOR, Canad. Journ. of Physics **31**, 1156 (1953).
- ¹⁴⁾ See for instance G. WENTZEL, The Quantum Theory of Fields, Interscience Publ., New York (1949).
- ¹⁵⁾ H. C. KRAMERS, J. D. WASSCHER and C. J. GORTER, Physica **18**, 329 (1952); G. R. HERCUS and J. WILKS, Phil. Mag. **45**, 1163 (1954).
- ¹⁶⁾ R. KRONIG, Physica **19**, 535 (1953).
- ¹⁷⁾ R. P. FEYNMAN, Phys. Rev. **91**, 1291, 1301 (1953), Phys. Rev. **94**, 262 (1954); R. P. FEYNMAN, Progress in Low Temperature Physics (Editor: C. J. Gorter), Vol. I, North-Holland Publ. Co., Amsterdam, p. 17 (1955).

Über die physikalische Deutung der erweiterten Gravitationstheorie P. Jordans

von M. Fierz.

(24. II. 56.)

Zusammenfassung. Durch das Postulat, dass sich Massenpunkte auf geodätischen Linien bewegen, kann die Metrik der Jordanschen Theorie definiert werden. Dieses Postulat ist dem anderen gleichwertig: die Comptonwellenlänge der Elementarteilchen liefert einen natürlichen Längenmaßstab. Die Gravitationskonstante wird als das Verhältnis von schwerer zu träger Masse definiert. Ferner folgt aus der Theorie im allgemeinen eine Dielektrizitätskonstante des Vakuums $\varepsilon_0 = 1/\mu_0$, deren Veränderlichkeit mit κ von der Wahl des von JORDAN eingeführten Exponenten η abhängt: $\varepsilon_0 = \kappa^{1+1/\eta}$, ($\eta \neq 0$).

Einleitung.

Es ist bekanntlich möglich, die Gleichungen des Gravitationsfeldes und des elektromagnetischen Feldes dadurch formal zusammenzufassen, dass man sie als Beschreibung eines fünfdimensionalen projektiven Raumes deutet¹⁾. Damit sich jedoch die richtige Anzahl von Feldgleichungen ergibt, hat man die metrischen Komponenten durch die Nebenbedingung

$$J = g_{\mu\nu} X^\mu X^\nu = 1 \quad (1)$$

zu normieren, wobei X^ν die 5 homogenen Koordinaten bedeutet.

P. JORDAN²⁾ hat nun vorgeschlagen, die Theorie dadurch zu erweitern, dass man die Nebenbedingung (1) fallen lässt und J als variables Skalarfeld in die Theorie einführt. JORDAN nimmt an, dass die Feldgleichungen aus dem 5-dimensionalen Variationsprinzip

$$\delta \int J^\alpha (R - \lambda (J_{|\mu} J^{|\mu} / J^2)) \sqrt{-g^5} d^5 X \quad (2)$$

folgen. (P. J. § 26 (22)). Dabei ist J die Invariante (1), R der verjüngte 5-dimensionale Krümmungstensor. α und λ sind willkürliche

¹⁾ Siehe z. B. W. PAULI, Annalen d. Ph. **18**, 305 (1933).

²⁾ P. JORDAN, *Schwerkraft und Weltall*, 2. erw. Auflage (Braunschweig 1955), S. 128 ff. Wir zitieren im folgenden P. J. nebst § und Formelnummer.

Konstanten. Dies entspricht in 4 Dimensionen dem Variationsprinzip:

$$\delta \int J^\eta \left(G - (\lambda + 1/2) J_{|j} J^{j|} J^2 - \frac{J}{2c^2} F_{kl} F^{kl} \right) \sqrt{-g} d^4 x = 0 \quad (3)$$

(vgl. P. J. § 27 (22)). Dabei ist $\eta = \alpha + 1/2$. JORDAN wählt für η den Wert 1. Da wir das nicht machen wollen, so ist es zweckmässig, falls $\eta \neq 0$

$$J^\eta = \kappa$$

zu setzen. Dann nimmt (3) die folgende Gestalt an:

$$\delta \int \left\{ \kappa \left(G - \zeta \frac{\kappa_{|j} \kappa^{j|}}{\kappa^2} \right) - \frac{\varepsilon_0}{2c^2} F_{kl} F^{kl} \right\} \sqrt{-g} d^4 x = 0 \quad (3')$$

mit

$$\zeta = \frac{\lambda + 1/2}{\eta^2}, \quad \varepsilon_0 = \kappa^{1+1/\eta}.$$

JORDAN nimmt an, κ sei die „Gravitationskonstante“, die in dieser Theorie veränderlich wird. Ferner deutet er die in G vorkommenden g_{ik} als metrische Komponenten des Viererraumes.

W. PAULI (P. J. § 28) hat nun darauf hingewiesen, dass durch das Prinzip (3), bzw. durch die aus ihm folgenden Differentialgleichungen, die Metrik gar nicht eindeutig festgelegt ist. Man kann nämlich durch eine Konformtransformation

$$g_{kl}^* = w(\kappa) g_{kl}$$

eine neue Metrik einführen, die an Stelle der g_{ik} als die „richtige“ Metrik gelten könnte. Dabei ist $w(\kappa)$ weitgehend willkürlich. Dies hängt damit zusammen, dass im Variationsprinzip (3) das elektromagnetische Feld F_{ik} allein die Materie vertritt. Die Lichtstrahlen sind aber auch in dieser Theorie stets geodätische Nulllinien. Diese Eigenschaft bleibt bei konformen Transformationen erhalten. Darum definiert das Licht keine Längeneinheit.

Die Deutung JORDANS von g_{ik} als Metrik und von κ als Gravitationskonstante ist somit unbegründet. Das gesteht er auch selber zu (P. J., S. 170). Einzig die Deutung von F_{ik} als elektromagnetisches Feld ($\mathfrak{E}, \mathfrak{B}$) darf nicht bezweifelt werden, da diese Grössen Rotationen der Potentiale sind.

Eine Entscheidung darüber, was die Metrik und die Gravitationskonstante sei, wird erst möglich, wenn in die Theorie eigentliche Materie, z. B. Massenpunkte, eingeführt wird.

Die physikalische Deutung der in der Theorie vorkommenden Grössen hängt dabei von der Form der Zusatzterme ab, die im

Variationsprinzip die Materie beschreiben sollen. Wenn man sich über die Form dieser Terme entschieden hat, ist die Deutung unter sehr allgemeinen Voraussetzungen eindeutig. Dies zu zeigen ist der Zweck unserer Arbeit.

Ob die Jordansche Theorie die Wirklichkeit besser beschreibe als die gewöhnliche Relativitätstheorie Einsteins, ist eine ganz andere Frage, auf die wir hier nicht näher eingehen wollen. Freilich scheint uns, dass keine zwingenden physikalischen Gründe vorliegen, eine derartige Erweiterung vorzunehmen.

1. Klassische Beschreibung der Materie.

Wir wollen annehmen, dass ein Massenpunkt m vorhanden sei, dessen Weltlinie durch die Koordinaten $\xi^k(\lambda)$ beschrieben wird.

Darum fügen wir zum Variationsintegral den Term

$$m \int \varphi(\kappa) \sqrt{\xi^k \xi^l g_{kl}} d\lambda \quad (4)$$

hinzu. Dabei ist $\varphi(\kappa)$ eine willkürliche Funktion, die am Orte ξ^k zu nehmen ist.

Die Metrik definieren wir durch das Postulat:

I. Die Bahn $\xi^k(\lambda)$ des ungeladenen Massenpunktes ist eine geodätische Linie.

$$\bar{g}_{ik} = \varphi^2(\kappa) g_{ik} \quad (5)$$

ist nun eine neue Metrik, die gemäss unserem Postulat als „richtige“ Metrik zu gelten hat. Denn das Integral (4) kann wie folgt geschrieben werden:

$$m \int \sqrt{\xi^k \xi^l \bar{g}_{kl}} d\lambda \quad (4')$$

und liefert, bei Variation nach den ξ^k , die Gleichung einer geodätischen Linie in der Metrik \bar{g}_{ik} .

Wir wollen (3') in die Metrik \bar{g}_{ik} umrechnen. Dazu benützt man die folgende Formel: Sei $g_{kl}^* = w g_{kl}$, so gilt

$$G\sqrt{-g} = \frac{1}{w} \left(G^* - \frac{3}{2} \frac{w_{,k} w_{,l}}{w^2} g^{*kl} \right) \sqrt{-g^*} + \text{Divergenzglieder.} \quad (6)$$

(Vgl. P. J., § 28.) Indem man (6) zweimal anwendet, findet man, dass das Variationsintegral (3') die Form

$$\int \left\{ \frac{1}{f} \left[G + \left(\frac{3}{2} - \varepsilon \right) \frac{\kappa_{,k} \kappa_{,l}}{\kappa^2} \bar{g}^{kl} - \frac{3}{2} \frac{f_{,k} f_{,l}}{f^2} \bar{g}^{kl} \right] - \frac{\varepsilon_0}{2c^2} F_{kl} F^{kl} \right\} \sqrt{-g} d^4x + m \int \sqrt{\bar{g}_{kl} \xi^k \xi^l} d\lambda \quad (7)$$

annimmt. Dabei ist

$$\bar{g}_{ik} = \varphi^2(\kappa) g_{ik}, f(\kappa) = \varphi^2(\kappa)/\kappa$$

und \bar{G} bedeutet die mittelst der \bar{g}_{ik} gebildete Invariante.

Ist der Massenpunkt geladen, so hat man im Variationsprinzip noch den Term

$$e \int \xi^k \Phi_k d\lambda$$

zu addieren, wobei Φ_k das elektromagnetische Potential bedeutet. Dieser Zusatz ist nicht nur eichinvariant, sondern auch invariant bei der Transformation (5).

Durch Variation von (7) nach den g_{ik} erhält man die Gleichungen für das Gravitationsfeld.

Die Variation nach dem ξ^i liefert die Bewegungsgleichungen des Massenpunktes.

Die „Gravitationskonstante“ ist nun durch das Verhältnis von schwerer zu träger Masse definiert. Hieraus ergibt sich, dass diese proportional zu f sein muss.

Da nun $f(\kappa)$ eine willkürliche Funktion von κ ist, so macht die Jordansche Theorie, ohne eine bestimmte Annahme über f , keine Aussage über die Gravitationskonstante. Setzt man insbesondere

$$\varphi^2(\kappa) = \kappa$$

so wird f konstant. Wenn die ursprünglichen g_{ik} die Metrik bilden sollen, ist $\varphi = 1$ zu setzen. Die Gravitationskonstante ist dann aber $1/\kappa$. Wenn jedoch κ die Gravitationskonstante sein soll, so wird

$$\varphi(\kappa) = \kappa = f.$$

Dann vereinfacht sich (7) zu

$$\int \left\{ \frac{1}{\kappa} (\bar{G} - \zeta \kappa_k (\kappa^{1/2} / \kappa^2)) - \frac{\varepsilon_0}{2c^2} F_{kl} F_{kl} \right\} \sqrt{-g} d^4x + m \int \sqrt{\xi^k \xi_k} d\lambda. \quad (8)$$

Dies entspricht in gewisser Hinsicht der Wahl $\alpha = -3/2$, bzw. $\eta = -1$ (P. J., § 27 1). Es besteht aber doch ein wesentlicher Unterschied zwischen (8) und der zitierten Gleichung bei JORDAN. Denn die von JORDAN nicht angeschriebenen elektromagnetischen Terme werden, falls man $\eta = -1$ setzt, von κ unabhängig, während sie im allgemeinen mit $\varepsilon_0 = \kappa^{1+1/\eta}$ multipliziert sind.

2. Beschreibung der Materie durch ein Wellenfeld.

An Stelle des Zusatzes (4) zum Variationsintegral kann die Materie auch durch den Term

$$\frac{1}{2} \int \alpha(\kappa) [\hbar^2 \Psi_{|k} \Psi_{|l} g^{kl} - m^2 c^2 \varphi^2(\kappa) \Psi^2] \sqrt{-g} d^4x \quad (9)$$

beschrieben werden. Dabei sind $\alpha(\kappa)$ und $\varphi^2(\kappa)$ wiederum willkürliche Funktionen. Ψ ist das, der Einfachheit halber, als reell angenommene Wellenfeld der Materie.

Wir können nun hier die Metrik dadurch definieren, dass wir verlangen:

II. Die Comptonwellenlänge der durch das Feld Ψ beschriebenen Teilchen ist konstant.

Das bedeutet natürlich physikalisch, dass man die Längen in Einheiten der Comptonwellenlänge messen soll.

Man erkennt sogleich, dass auch in diesem Falle die Transformation

$$\bar{g}_{ik} = \varphi^2(\kappa) g_{ik} \quad (10)$$

die gewünschte Metrik liefert. Setzt man (10) in (9) ein, so folgt

$$\frac{1}{2} \int \frac{\alpha(\kappa)}{\varphi^2(\kappa)} [\hbar^2 \Psi_{|k} \Psi^{|k} - m^2 c^2 \Psi^2] \sqrt{-\bar{g}} d^4 x. \quad (11)$$

Die zu (11) gehörige Wellengleichung ist:

$$\hbar^2 \frac{\partial}{\partial x^k} \left(\frac{\alpha}{\varphi^2} \sqrt{-\bar{g}} \bar{g}^{kl} \Psi_{|k} \right) + \frac{\alpha}{\varphi^2} m^2 c^2 \sqrt{-\bar{g}} \Psi = 0. \quad (12)$$

Wenn man in (12) mit dem Ansatz $\Psi = e^{(i/\hbar)S}$ eingeht, und nur die von \hbar unabhängigen Terme berücksichtigt, so folgt die (12) korrespondierende Hamilton-Jakobische Gleichung

$$-\bar{g}^{ik} \frac{\partial S}{\partial x^i} \frac{\partial S}{\partial x^k} + m^2 c^2 = 0. \quad (13)$$

Diese besagt aber, dass sich die durch (11) beschriebenen Teilchen auf geodätischen Linien bewegen.

Somit sind die beiden Postulate I und II gleichwertig.

Für geladene Teilchen ist ψ komplex und in (9) und (11) ist $\hbar/i \partial/\partial x^k$ durch $\hbar/i \partial/\partial x^k - e \Phi_k$ zu ersetzen. Dabei sind die Φ_k die den F_{kl} entsprechenden Potentiale. Durch Variation von (11) nach den Φ_k erhält man die Stromdichte.

Es ist übrigens sinnvoll, an Stelle von Ψ das Feld

$$\chi = \sqrt{\alpha/\varphi} \cdot \Psi$$

einzuführen. Setzt man χ in (11) ein, so erhält man Zusatzterme, die proportional zu $\hbar(\partial\chi/\partial x^k)$ werden. Diese bedeuten eine Wechselwirkung der Teilchen mit dem κ -Feld, die jedoch im klassischen Grenzfall (13) verschwindet. In einer Theorie, in der mehrere Teilchenarten vorkommen, muss bei allen Teilchen dieselbe Funktion

$\varphi(\kappa)$ vorkommen. Wenn neben skalaren Feldern auch solche eingeführt werden, die der Diracschen Gleichung genügen, so ist in dieser der Massenterm mit $\varphi(\kappa)$ zu multiplizieren, was schon aus Dimensionsgründen verständlich ist. Nur dann existiert eine Metrik, in der die Comptonwellenlängen aller Teilchen konstant sind. Wenn nämlich für zwei Teilchenarten zwei verschiedene Funktionen φ_1 und φ_2 eingeführt werden, so bedeutet φ_1/φ_2 die relative Änderung ihrer Comptonwellenlängen.

Von einem ganz formalen Standpunkt aus ist freilich auch gegen eine solche Theorie nichts einzuwenden. Nur besteht in diesem Falle keine Möglichkeit mehr, die Metrik in eindeutiger Weise zu definieren. Ferner aber, und dies scheint mir ein entscheidender Einwand zu sein, widerspricht eine derartige Annahme der grundlegenden Tatsache, auf der die allgemeine Relativitätstheorie beruht, der Gleichheit von schwerer und träger Masse: am selben Orte ist die Gravitationskonstante für alle Massen die gleiche. Nun ist die Gravitationskonstante durch

$$f = \varphi^2/\kappa$$

gegeben; also muss $\varphi(\kappa)$ für alle Massen denselben Wert besitzen. Diese Überlegung zeigt aufs deutlichste, dass nur die Gleichheit von schwerer und träger Masse der Metrik einen eindeutigen physikalischen Sinn verleiht.

3. Die Dielektrizitätskonstante des Vakuums.

Die Elektromagnetischen Terme sind im Variationsprinzip (3') bzw. (8) mit ε_0 multipliziert. Daher lauten die aus (8) folgenden Maxwellschen Gleichungen

$$(\varepsilon_0 F^{kl})_{||l} = 0. \quad (14)$$

Ist geladene Materie vorhanden, so steht auf der rechten Seite von (14) die Stromdichte, welche der Kontinuitätsgleichung genügt. Man hat daher

$$\varepsilon_0 F^{kl}$$

mit den Feldintensitäten $\mathfrak{D}, \mathfrak{H}$ zu identifizieren. Das bedeutet, dass diese Theorie eine veränderliche Dielektrizitätskonstante des Vakuums

$$\varepsilon_0 = 1/\mu_0 = \kappa^{1+1/\gamma}$$

liefert. Diese gibt zwar zu keinem Brechungsindex Anlass, da $\varepsilon_0 \mu_0$ stets gleich 1 ist. Dagegen hat ε_0 zur Folge, dass für die Atomtheorie die Feinstrukturkonstante

$$e^2/\hbar c \varepsilon_0$$

massgebend wird, die somit veränderlich ist. Der Bohrsche Radius ist proportional zu ε_0 , die Wellenlängen der Spektrallinien zu ε_0^2 . Die Grösse von ε_0 ist, anders als die Gravitationskonstante, von der Definition der Längeneinheit unabhängig, wovon man sich leicht überzeugt.

Da nun die Länge eines materiellen Maßstabes, z. B. des Urmeters in Paris, durch den Bohrschen Radius bestimmt wird, so ist eine Längendefinition durch ein materielles Etalon in dieser Theorie wesentlich verschieden von derjenigen durch die Comptonwellenlänge. Eine wiederum andere Längendefinition liefern die Spektrallinien. Die relativen Längenänderungen der drei verschiedenen Längeneinheiten (Comptonwellenlänge, Urmeter, Spektrale Wellenlänge) sind im Prinzip beobachtbare Erscheinungen, die unabhängig von jeder Festlegung einer bestimmten Metrik sind.

Nimmt man an, dass κ in kosmischen Räumen variabel sei, so müsste sich diese Variabilität auf die Rotverschiebung des von fernen Sternen ausgestrahlten Lichtes auswirken. Dieser Effekt ist von JORDAN bei seiner Diskussion übersehen worden.

Es ist freilich naheliegend und wohl auch natürlich, in dieser Theorie $\eta = -1$, $\varphi = 1$ zu setzen. Dann wird $\varepsilon_0 = 1$, und $J = 1/\kappa$ wird proportional zur „Gravitationskonstanten“. Diese Auffassung widerspricht wohl kaum derjenigen Jordans, der selber Andeutungen in dieser Richtung gemacht hat (P. J., S. 172).

Andererseits führt das Variationsprinzip (2) mit $\alpha = -3/2$, $\lambda = 1$ (also $\eta = -1$, $\zeta = 3/2$), falls $\varphi^2 = \kappa$ gesetzt wird, zu einem Variationsprinzip (7), in welchem κ nicht mehr vorkommt: d. i. die Einstein'sche Theorie. Dabei erweist sich die Nebenbedingung (1) als überflüssig.

Basel, Seminar für theoretische Physik der Universität.

Rotationsanalyse der NO^+ -Banden*)

von E. Miescher (Basel).

(27. II. 56.)

Abstract: High dispersion spectra of NO^+ -bands (1350—1650 Å) have been obtained from a hollow cathode discharge as light source. Rotational analyses are given for seven bands of the $A^1\Pi-X^1\Sigma^+$ -system and the following constants for NO^+ are determined:

$$X^1\Sigma^+: B_e = 2,002 \text{ cm}^{-1}, r_e = 1,0619 \text{ Å}$$

$$A^1\Pi: B_e = 1,587 \text{ cm}^{-1}, r_e = 1,1926 \text{ Å}$$

From rotational perturbations observed in the $^1\Pi$ -state a value $B = 1,251 \text{ cm}^{-1}$ for the perturbing $^3\Sigma^-$ -state is derived.

I. Einleitung.

§ 1. Von BAER und MIESCHER¹⁾ ist die Schwingungsanalyse eines Bandensystems des Moleküls NO^+ gegeben worden, das auf Grund der Analogie mit den Lyman-Birge-Hopfield-Banden von N_2 und den 4. positiven Banden von CO als $^1\Pi - ^1\Sigma^+$ -System gedeutet wurde. Auch TANAKA²⁾ hat dieselben Banden beobachtet und hat das System nach kürzeren Wellen erweitert. Um die Feinstruktur dieser im Schumanngebiet liegenden Banden zu untersuchen, wird ein leistungsfähiger Vakuumspektrograph benötigt mit einem Auflösungsvermögen von mindestens 100 000. Eine solche Apparatur ist kürzlich von HERZBERG³⁾ im Laboratorium des National Research Council of Canada aufgestellt worden. Sie enthält ein 3 Meter Bausch- und Lomb-Gitter (30 000 lines/inch, blaze für 6000 Å in 1. Ordnung) und eine wirkungsvolle Vorzerlegungseinrichtung, so dass sie mit grosser Lichtstärke Schumann-Spektren in 4. Ordnung mit einer Dispersion von 0,62 Å/mm aufzunehmen gestattet. Dieser Vakuumspektrograph stand dem Verfasser während eines Gastaufenthaltes in Ottawa zur Neuaufnahme der NO^+ -Banden zur Verfügung⁴⁾.

*) Communication from the Division of Pure Physics of the National Research Council of Canada.

II. Experimentelles.

§ 2. Zur Anregung der NO^+ -Banden diente eine Hohlkathodenentladung, ähnlich der von DOUGLAS und ROUNTLY⁵⁾ benützten, in rasch strömendem Helium, dem wenig NO beigemischt wurde. Das Helium gelangte direkt aus der Stahlflasche durch ein Nadelventil in die Hohlkathode und wurde durch eine rasch wirkende Pumpe wieder entfernt. Im eigentlichen Entladungsraum (Fig. 1) war der Druck 3 mm Hg. Die Stromstärke betrug 200 mA. Das Beimischen von NO-Gas ergab eine scharfe Erniedrigung der Brennspannung. Es erwies sich für die Entwicklung der NO^+ -Banden als am günstigsten, die zuströmende NO-Menge derart zu wählen, dass dieser Spannungsabfall noch nicht den vollen Wert erreichte; die Entladung färbte sich dabei kaum merklich rot. Stickstoffbanden blieben unter diesen Umständen im Schumanngebiet aus, dagegen traten stark auf die β' -, γ - und ε -Banden von NO, die jedoch nur den langwelligen Teil des NO^+ -Systems überlagern.

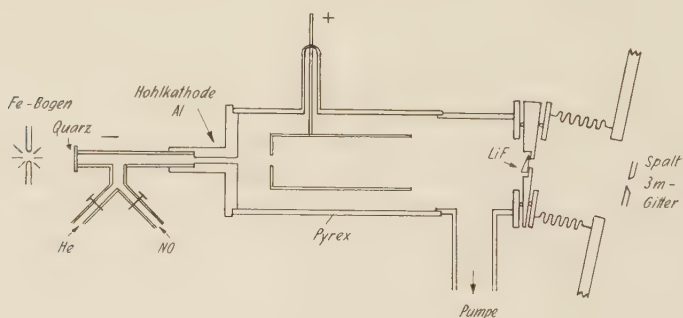


Fig. 1.

Gasentladungsrohr und Vorzerlegung.

Der Hohlkathode aus Aluminium wurde ein rechteckiger Querschnitt (2×5 mm) gegeben, dessen Längsseite vertikal, parallel dem Spektrographenspalt stand. Auf diese Weise bewirkte die Lithiumfluoridprismenlinse eine wirksame Vorzerlegung zur fast gänzlichen Unterdrückung des langwelligen Lichtes der niedrigeren Ordnungen. Eine schlitzförmige Blende auf der Anode schirmte unerwünschtes Licht aus dem Entladungsraum ab. Die ganze Lichtquelle konnte um eine durch das Lithiumfluoridprisma gehende Achse geschwenkt werden, so dass mit einigen Probeaufnahmen der gewünschte Bereich der Vorzerlegung leicht einzustellen war. Auf Ilford Q 2 Platten erhielt man bei 0,01 mm Spaltweite in zirka einer Stunde gut exponierte Spektren.

Auf jede Aufnahme wurde zum Zwecke der Vermessung ein Eisenbogen-Spektrum in der zweiten Ordnung des Gitters photographiert. Hierzu gelangte nach einer passenden Schwenkung des Entladungsröhres das Licht eines Eisenbogens durch ein Quarzfenster und durch die Hohlkathode hindurch auf den Spalt, zugleich deckte ein Schieber vor der photographischen Platte die Kassettenblende zu $\frac{2}{3}$ ab.

III. Resultate.

§ 3. Vermessung und Rotationsanalyse umfassen die folgenden sieben Banden: 1383,0 (1,1); 1413,5 (0,1); 1428,7 (0,1); 1461,2 (0,2); 1511,5 (0,3); 1564,5 (0,4); 1620,8 (0,5) Å (v' , v''). Kürzerwellige Banden erschienen nicht mit genügender Intensität, weitere Banden auf der langwelligeren Seite sind in störender Weise überlagert. Alle Banden des NO^+ -Systems sind nach langen Wellen abschattiert.

Die Vermessung erfolgte wenn möglich auf mehreren Aufnahmen unterschiedlicher Schwärzung. Die nach EDLÉNS Tabellen auf Vakuum reduzierten MIT-Wellenlängenwerte der Fe-Linien zweiter Ordnung lieferten nach Division durch 2 die Referenzwerte im Spektrum vierter Ordnung. Die kleinen Abweichungen von der Linearität der Dispersion wurden graphisch interpoliert.

Tabelle 1 enthält die Wellenzahlen der gemessenen Rotationslinien und Fig. 2 zwei Banden in starker Vergrößerung. Man erkennt leicht drei Zweige, einen starken Q -Zweig und die P - und R -Zweige, wovon der letztere eine Kante bildet. Die J -Numerierung ergibt sich unschwer in eindeutiger Weise. In der Tabelle 2 sind die B_v -Werte zusammengestellt, wie sie aus der graphischen Mittelung der Kombinationsdifferenzen folgen. Die ersten (A_1F) und die zweiten (A_2F)-Kombinationsdifferenzen liefern übereinstimmende Werte, woraus folgt, dass keine messbare A -Aufspaltung vorliegt.

Die Rotationsanalyse zeigt, dass das NO^+ -System, wie schon auf Grund der Aufnahmen kleiner Dispersion vermutet wurde, einen ${}^1\Pi - {}^1\Sigma^+$ -Übergang bildet. Intensität und Anzahl der Linien in den Bandenzweigen stehen mit dieser Deutung in Übereinstimmung, das charakteristische Fehlen der $Q(0)$ -, $P(0)$ - und $P(1)$ -Linien kann allerdings mangels hinreichender Auflösung nicht festgestellt werden. Die Termkonstanten (Tab. 2), wie sie aus der Analyse resultieren, ergeben Werte, wie man sie für den Grundzustand und den ersten angeregten Singulettzustand des NO^+ -Moleküls erwartet. Der Kernabstand im Grundzustand ist zufolge des Wegfallens des bindungslockernden π -Elektrons wesentlich kleiner (8%) als im neutralen NO -Molekül, er stimmt praktisch überein mit dem Abstand im

Fig. 2. NO⁺-Banden.

Tabelle 1.

Wellenzahlen der Rotationslinien der NO⁺-Banden.

J	1,1-Bande 1383,0 Å			0,1-Bande 1413,5 Å		
	$P(J)$	$Q(J)$	$R(J)$	$P(J)$	$Q(J)$	$R(J)$
0						70 742,36
1		72 299,16			70 738,85	744,73
2		297,70		70 730,44	736,93	746,37
3		295,14	72 307,04	724,86	734,87	747,05
4		291,62	307,04	718,55	731,25	747,05
5		287,73	305,82	711,07	727,39	746,37
6	72 263,86	282,42	304,16	703,68	722,74	744,73
7	254,03	276,64	301,38	694,85	717,23	742,36
8	244,83	269,98	297,70	685,42	711,07	738,85
9	234,63	262,34	293,27	674,91	703,68	734,87
10	223,69	254,03	287,73	664,25	695,82	730,44
11	210,63	244,83	282,42	652,63	687,16	724,86
12	197,60	234,63	275,09	640,00	677,56	718,55
13	183,60	223,69	267,38	626,62	667,43	711,07
14	168,69	212,09	259,01	612,43	656,30	703,68
15	153,08	199,39	248,95	597,45	644,42	694,85
16	136,47	186,10	238,71	581,71	631,84	685,42
17	119,19	171,79	227,48	564,87	618,43	674,91
18	101,09	156,76	215,66	547,54	604,15	664,25
19	082,03	140,78		529,45	589,07	651,83
20	062,20	123,98		510,39	573,24	638,87
21	041,41	106,37		490,60	556,38	625,49
22	72 020,03	087,78		470,00	539,05	610,51
23	71 997,66	068,48		448,44	520,78	597,45
24	974,39	048,53		425,74	501,81	580,54
25	950,53	027,50		404,28	481,72	563,65
26		72 005,46		380,40	460,79	546,04
27		71 982,91		355,82	{ 442,47 434,57	527,81
28		959,53		330,36	418,49	508,84
29		935,33		304,30	395,24	—
30				277,43	371,42	{ 472,27 464,65
31					346,53	
32					321,16	
33					295,19	
34					268,42	
35					241,26	
36					212,47	

Tabelle 1 (Fortsetzung 1).

J	1,2-Bande 1428,7 Å			0,2-Bande 1461,2 Å		
	$P(J)$	$Q(J)$	$R(J)$	$P(J)$	$Q(J)$	$R(J)$
0			69 991.19			68 430.98
1		69 987.76	993.71		68 427.06	433.42
2	69 978.74	986.31	995.43	68 419.38	425.59	435.24
3	974.54	983.80	996.09	413.85	423.33	435.96
4	968.12	980.68	996.09	407.63	420.40	435.96
5	961.00	976.67	995.43	400.79	416.51	435.24
6	952.85	971.83	993.71	393.21	411.99	434.06
7	944.62	966.36	991.19	384.64	406.72	431.98
8	935.96	959.58	987.76	375.53	400.79	429.06
9	924.73	952.85	983.80	365.58	393.92	425.59
10	913.71	944.62	978.74	354.93	386.34	420.94
11	901.73	935.96	972.96	343.50	378.12	415.94
12	889.02	926.27	966.36	331.32	369.04	409.94
13	875.48	915.75	959.58	318.41	359.21	403.26
14	861.26	904.58	951.10	304.65	348.70	395.84
15	846.10	892.57	942.18	290.30	337.37	387.63
16	830.16	879.75	932.48	275.04	325.32	378.75
17	813.59	866.15	921.91	259.03	312.47	369.04
18	796.32	851.64	910.57	242.41	298.94	358.68
19	777.81	836.45	898.34	225.02	284.56	347.42
20	758.71	820.43	885.38	206.88	269.50	335.32
21	738.91	803.66	871.78	187.89	253.54	322.52
22	718.22	786.01	857.09	168.17	237.13	308.21
23	696.76	767.69	841.85	147.58	219.63	295.58
24	674.54	748.32	825.70	125.59	201.59	280.26
25	651.54	728.37	808.51	105.14	182.57	264.45
26	627.75	707.52	790.72	082.20	162.56	247.98
27	602.74	685.97	772.14	058.56	{ 145.40 137.56	230.53
28		663.49	752.87	034.38	122.43	212.44
29		640.30	732.71	68 009.39	100.28	193.51
30		616.17		67 983.47	077.54	{ 176.54 171.08
31				956.84	054.03	154.17
32				{ 931.90 925.44	029.90	132.91
33				902.36	68 004.92	111.01
34					67 979.16	088.59
35					952.70	065.13
36					925.44	040.97
37					897.54	015.95

Tabelle 1 (Fortsetzung 2).

<i>J</i>	0,3-Bande 1511,5 Å			0,4-Bande 1564,5 Å		
	<i>P(J)</i>	<i>Q(J)</i>	<i>R(J)</i>	<i>P(J)</i>	<i>Q(J)</i>	<i>R(J)</i>
0						
1						
2		66 146,78				
3		144,85				
4		141,81	66 157,08			
5	66 122,43	138,16	157,39	63 876,87		
6	115,00	133,96	155,94	868,44		
7	106,79	128,78	154,13	861,77		
8	098,03	123,33	151,48	853,25		
9	088,37	116,82	148,18	843,98		
10	078,13	109,54	144,15	834,07	63 865,55	
11	067,13	101,72	139,45	823,52	858,06	
12	055,41	093,07	133,96	812,30	849,95	
13	042,94	083,81	127,84	800,35	841,20	
14	029,83	073,99	120,99	787,59	831,63	
15	015,93	063,05	113,43	ü	821,44	
16	66 001,39	051,57	105,04	760,24	810,73	63 863,93
17	65 986,11	039,29	096,02	745,83	799,15	855,70
18	970,02	026,54	086,21	730,52	786,92	846,65
19	953,36	66 012,92	075,71	714,54	ü	836,82
20	935,83	65 998,69	064,45	697,82	761,14	826,19
21	917,71	983,65	052,40	680,42	746,44	815,17
22	898,75	967,83	039,29	662,43	731,35	802,49
23	879,17	951,25	027,22	643,54	715,68	791,17
24	858,08	934,12	66 012,92	623,49	699,42	ü
25	838,55	916,02	65 998,02	605,00	682,30	764,23
26	816,41	896,97	982,49	583,87	664,26	749,70
27	794,00	{ 880,77 873,03	966,15	562,41	{ 649,15 641,43	734,42
28	771,00	858,89	949,03	540,23	628,37	718,37
29	747,15	837,88	931,16	517,41	608,48	701,63
30	722,37	816,41	909,87	493,82	587,99	{ 686,74 681,80
31	696,79	794,00	894,30		566,79	667,10
32	{ 673,10 667,88	771,00	874,20		544,74	648,44
33	644,88	747,15	853,57		522,72	628,90
34		722,99	832,13			608,48
35		697,82	810,36			
36		672,00	787,33			
37		645,36	763,86	ü = überlagert		

Tabelle 1 (Fortsetzung 3).

J	0,5-Bande 1620,8 Å			J	0,5-Bande 1620,8 Å		
	$P(J)$	$Q(J)$	$R(J)$		$P(J)$	$Q(J)$	$R(J)$
0			61 692,27	13	61 590,20	61 631,08	61 675,06
1		61 688,56	694,71	14	578,14	622,10	669,28
2		687,16	696,40	15	565,40	612,40	662,83
3	61 676,27	685,22	697,83	16	552,02	602,07	655,76
4	670,17	682,72	698,40	17	538,10	591,43	647,93
5	663,80	679,52	698,40	18	523,49	579,92	639,40
6	656,84	675,70	697,83	19	508,20	567,77	630,68
7	649,24	671,25	696,40	20	492,30	554,98	620,75
8	640,99	666,14	694,56	21		541,40	
9	632,05	660,40	691,84	22		527,44	
10	622,50	654,01	688,56	23		512,78	
11	612,40	647,04	684,80	24		497,36	
12	601,73	639,40	680,17				

angeregten $\Lambda^2\Sigma$ -Zustand von NO, für den auch die Kernfrequenz fast genau dieselbe ist. Der Abstand ist auch noch etwas kleiner (3%) als im isoelektronischen N_2 -Molekül. In Tabelle 3 ist diese durch die im Ion erhöhte Kernladung bedingte Verkleinerung gegenüber isoelektronischen neutralen Molekülen für die Molekülgruppen mit 12,

Tabelle 2.

Rotations- und Vibrationskonstanten.

$$NO^+ \quad \mu_A = 7,4687.$$

	$X \ ^1\Sigma^+$	$A \ ^1\Pi$
B_0	—	$1,575 \pm 0,001 \text{ cm}^{-1}$
B_1	$1,972 \pm 0,001 \text{ cm}^{-1}$	$1,555 \pm 0,001 \text{ cm}^{-1}$
B_2	$1,952 \pm 0,001 \text{ cm}^{-1}$	
B_3	$1,931 \pm 0,001 \text{ cm}^{-1}$	
B_4	$1,911 \pm 0,002 \text{ cm}^{-1}$	
B_5	$1,892 \pm 0,002 \text{ cm}^{-1}$	
B_e	$2,002 \text{ cm}^{-1}$	$1,587 \text{ cm}^{-1}$
r_e	$1,0619 \text{ Å}$	$1,1926 \text{ Å}$
α	$0,0202 \text{ cm}^{-1}$	$0,024 \text{ cm}^{-1}$
D	$6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-1}$	$8 \cdot 10^{-6} \text{ cm}^{-1}$
ω_e	$2377,1 \text{ cm}^{-1}$	$1608,9 \text{ cm}^{-1}$
$\omega_e x_e$	$16,35 \text{ cm}^{-1}$	$23,3 \text{ cm}^{-1}$
T_c	0 cm^{-1}	$73469,6 \text{ cm}^{-1}$

13, 14 und 15 Elektronen in einer Übersicht zusammengestellt. Die im ¹*II*-Zustand erneut auftretende Lockerung der Bindung hat das selbe Ausmass wie im N₂⁺- und CO-Molekül.

Tabelle 3.

Relative Verkleinerung des Kernabstandes $(r - r^+)/r$ für Gruppen isoelektronischer Moleküle und Ionen.

$M^+(r^+)$	$M(r)$	$M(r)$	Anzahl Elektronen
$a\ ^1\Sigma^+$ CN ⁺ (1,1727)	C ₂ (1,2422) 5,8%	BN(---) —	12
$^2\Sigma^+$ N ₂ ⁺ (1,1162) CO ⁺ (1,1151)	CN(1,1718) 4,9% 5,0%	BO(1,2049) 7,6% 7,7%	13
$^1\Sigma^+$ NO ⁺ (1,0619)	N ₂ (1,0976) 3,3%	CO (1,1282) 6,0%	14
$^2\Pi$ O ₂ ⁺ (1,1227)	NO(1,1508) 2,6%	CF (1,2708) 12,5%	15

r-Werte aus G. HERZBERG, Spectra of Diatomic Molecules, 1950 und A. E. DOUGLAS und P. M. RUTLY, Astrophys. Journ. **119**, 303, 1954 (CN⁺), B. P. STOICHEFF, Canad. Journ. of Phys. **32**, 630, 1954 (N₂), E. B. ANDREWS und R. F. BARROW, Proc. Phys. Soc. London A. **64**, 481, 1951 (CF).

In Tabelle 2 sind ferner auf Grund eines Nullinienschemas berechnete Vibrationskonstanten enthalten. Sie gründen sich ausser auf die sieben analysierten Banden auch noch auf einige Messungen auf Platten erster Ordnung, wobei mit Hilfe der *B_v*-Werte berechnete Kanten—Nulliniendifferenzen berücksichtigt wurden. Die neuen Werte unterscheiden sich nur wenig von den früher mitgeteilten, aus Kantenmessungen stammenden Zahlen.

§ 4. *Störungen.* Im Niveau $v' = 0$ des ¹*II*-Terms ist eine kleine Störung in den Rotationsfolgen beobachtbar, am deutlichsten in der (0,2)-Bande (vgl. Fig. 2). *P*- und *R*-Zweige zeigen die Störung bei $J = J_1$ und J_3 , der *Q*-Zweig bei $J = J_2$, wobei $J_1 < J_2 < J_3$. Dieses Störungsbild ist charakteristisch für eine ¹*II* – ³*Σ*[–]-Störung⁶⁾. Aus den Kurven

$$T_{P,R}(J) = \frac{R(J-2) - R(J-1) + P(J) - P(J+1)}{4J}, \quad T_Q(J) = \frac{Q(J-1) - Q(J)}{2J}$$

ergibt sich übereinstimmend aus den (0,2)-, (0,3)- und (0,4)-Banden Kulmination der Störung bei $J_1 = 23,8$, $J_2 = 27,4$ und $J_3 = 31,4$, welche Werte gut der Gleichung $J_2(J_2 + 1) = J_1(J_3 + 1)$, die man

aus der Störungstheorie erhält, genügen. Das Verhältnis der B -Werte von störendem ($^3\Sigma^-$) und gestörtem ($^1\Pi$) Term berechnet sich gemäss

$$\frac{B_{\Sigma}}{B_{\Pi}} = \frac{J_3(J_3+1) - J_1(J_1+1)}{(J_3+1)(J_3+2) - (J_1-1)J_1} = \frac{J_2(J_2+1) - J_1(J_1+1)}{J_2(J_2+1) - (J_1-1)J_1}$$

zu 0,794, somit $B(^3\Sigma^-) = 1,251 \text{ cm}^{-1}$.

Ferner folgt für die Lage des störenden $^3\Sigma^-(v)$ -Niveaus über dem $^1\Pi(v=0)$ -Niveau

$$C - (B_{\Pi} - B_{\Sigma}) J_2(J_2+1) - 250 \text{ cm}^{-1}.$$

Die Tatsache, dass im Niveau $v=1$ des $^1\Pi$ -Zustandes keine Störung für $J < 30$ beobachtet wird, liefert als Schranken für $\omega(^3\Sigma^-)$

$$800 < \omega(^3\Sigma^-) < 1300 \text{ cm}^{-1}.$$

Der die Störung verursachende $^3\Sigma^-$ -Term entspricht dem $e^3\Sigma^-$ -Term, der im CO-Molekül in der Höhe des $^1\Pi$ -Terms bekannt ist⁷⁾. Die Vibrationsquantenzahl kann nicht bestimmt werden. Nimmt man an, dass die Vibrationsfrequenz im selben Verhältnis geschwächt ist, wie im CO-Molekül $\omega_{\Sigma}/\omega_{\Pi} = 0,72$, so ergibt sich für NO^+ $\omega(^3\Sigma^-) \approx 1150 \text{ cm}^{-1}$, was gut zu den angegebenen Schranken passt.

Herrn Dr. G. HERZBERG sei aufs beste gedankt für die lebenswürdige Aufnahme in Ottawa und für zahlreiche Diskussionen, ebenso auch Herrn Dr. A. E. DOUGLAS und Herrn J. SHOOSMITH für tatkräftige Hilfe. Herrn Dr. A. LAGERQVIST danke ich für eine Diskussion der Störung und der Freiwilligen Akademischen Gesellschaft in Basel für Mittel zur Anschaffung einer Rechenmaschine.

Basel, Physikalisches Institut der Universität.

Literatur.

- 1) P. BAER und E. MIESCHER, *Helv. Phys. Acta* **26**, 91 (1953).
- 2) Y. TANAKA, *Journ. Chem. Phys.* **21**, 562 (1953).
- 3) P. BRIN und G. HERZBERG, *Canad. Journ. of Phys.* **32**, 110 (1954).
- 4) E. MIESCHER, *Canad. Journ. of Phys.* **33**, 355 (1955).
- 5) A. E. DOUGLAS und P. M. RUTLY, *Astrophys. Journ.* **119**, 303 (1954).
- 6) A. LAGERQVIST und U. UHLER, *Arkiv f. Fys.* **6**, 95 (1952).
- 7) G. HERZBERG und T. J. HUGO, *Canad. Journ. of Phys.* **33**, 757 (1955).

A Method for Measuring the Polarization of Nuclear Reaction Products

University of Wisconsin, Madison, Wisconsin.

by **H. H. Barschall.**

(1. III. 1956.)

Abstract. A method for measuring the polarization of nuclear reaction products is proposed in which the reverse reaction is used for analysis.

In recent years experiments in which polarized neutrons or protons of intermediate energy were used have given valuable information about nuclear structure. While polarized neutrons or protons are produced in many nuclear reactions, it is often difficult to measure the degree of polarization of such particles. The usual procedure has been to scatter the particles from a nucleus near an energy corresponding to an excited state of the compound nucleus.¹⁾ If the resonance parameters of the state are known, it is then possible to calculate the polarization of the incident particles from a measurement of the left-right asymmetry in the scattering.

There are, however, only very few resonances for which the parameters are sufficiently accurately known to carry out the calculations reliably. The higher the energy of the particles, the more phase shifts have to be considered, and small errors even in the non-resonant phase shifts may introduce appreciable errors in the calculated polarizations.

The most unambiguous way of analyzing the degree of polarization would be to perform a double scattering experiment²⁾. Enough polarization for such experiments is to be expected only in the neighborhood of a resonance, and as a consequence, the polarization will vary rapidly with energy. Because of the energy loss of the particles in elastic collisions the polarizations in the two scattering processes will not be the same so that even in a double scattering experiment the phase shifts have to be known. For neutrons double scattering experiments are impractical because of shielding and intensity difficulties.

The purpose of this note is to mention a method which avoids these difficulties and which is applicable to some sources of polarized particles. The method is most easily explained by considering a specific example, *i. e.*, the production of neutrons in the reaction

$C^{13} + \alpha \rightarrow O^{17} \rightarrow O^{16} + n + 2.2 \text{ MeV}$. It is proposed to analyze the polarization of the neutrons by observing the reverse reaction $O^{16} + n \rightarrow C^{13} + \alpha$. Over a wide range of energies of the bombarding α -particles it is possible to choose an angle of emission of the neutrons with respect to the incident α -particles such that the compound nucleus O^{17} is formed at the same energy of excitation in the first reaction as in the reverse reaction. If in both reactions the same center-of-mass angle between the neutron and the α -particle is chosen, a measurement of the left-right asymmetry of the α -particles emitted in the (n, α) reaction will determine the polarization of the neutrons, since this asymmetry depends only on the square of the polarization³). No knowledge of any resonance parameters is needed.

If the polarization of particles \mathbf{d} produced in a reaction $\mathbf{a} + \mathbf{b} \rightarrow \mathbf{c} \rightarrow \mathbf{d} + \mathbf{e}$ is to be studied, the proper angle Θ in the laboratory system between the incident particles of energy E_a and the direction of emission of \mathbf{d} is given by

$$\cos \Theta = \frac{E_a(m_b + m_e) + Q(m_c + m_e)}{2 \sqrt{\frac{m_a m_e}{m_d}} \sqrt{E_a} \sqrt{E_a m_b + Q m_c}},$$

where Q is the reaction energy. The experiment is possible if $0 < \cos \Theta < 1$.

For the $C^{13}(\alpha, n)$ reaction this condition is satisfied for α -particle energies greater than $1/3 Q$. At $E = 1/3 Q$, the reaction product O^{16} is formed at rest in the laboratory system and the neutrons which have the proper energy are emitted in the forward direction and are not polarized. As the energy of the α -particles is increased, the proper angle of observation will also increase.

This method could be applied to other types of reactions provided both the bombarded and the product nucleus are available in sufficient quantity. While the proposed experiment may be difficult to perform because counting rates will be low, it involves one less successive nuclear interaction than a double scattering experiment and the intensity difficulties should, therefore, be far smaller.

References.

- ¹) BISHOP, PRESTON, WESTHEAD, and HALBAN, *Nature* **170**, 113 (1952); R. RICAMO, *Nuovo Cimento* **10**, 1607 (1953); E. BAUMGARTNER and P. HUBER, *Helv. Phys. Acta* **26**, 545 (1953); MEIER, SCHERRER, and TRUMPY, *Helv. Phys. Acta* **27**, 577 (1954); ADAIR, DARDEN, and FIELDS, *Phys. Rev.* **96**, 503 (1954).
- ²) M. HEUSINKVELD and G. FREIER, *Phys. Rev.* **85**, 80 (1952).
- ³) A. SIMON, *Phys. Rev.* **92**, 1050 (1953).

Beiträge zur Konversionselektronenkorrelation

von F. Gimmi, E. Heer und P. Scherrer (ETH. Zürich).

(1. III. 1956.)

Summary. The conversion-electron correlation technique was investigated by measuring the γ - γ -, γ - $e_{\bar{K}}$ -, $e_{\bar{K}}$ - γ - and $e_{\bar{K}}$ - e_{K^-} -correlations of Cd^{111} . The results were found to be in good agreement with the theory of BIEDENHARN and ROSE. A study of the $e_{\bar{K}}$ - γ -correlation in Hg^{197} led to an unambiguous choice between two possible decay schemas and indicated the spin of the ground state of Hg^{197} to be $1/2$. Conversion-electron correlation experiments also provided an aid in determining the decay schema of Hf^{181} — Ta^{181} . In both these cases, the e^- - γ -correlation was found to be disturbed by a perturbation which was attributed to the interaction of the magnetic moment with the field of the excited electron shell. To correct the correlation function for the influence of the size of the source, new correction formulas have been calculated.

1. Einleitung.

In den letzten Jahren haben zwei Kernmodelle grosse Erfolge verzeichnet: das Einteilchenmodell und das Modell kollektiver Bewegungen (unified model). Beide Modelle machen Aussagen über die Spins der angeregten Niveaus und über die Übergangswahrscheinlichkeiten. Die *Kernspektroskopie* beschafft das experimentelle Material, welches durch Vergleich mit der Theorie erlaubt, diese Modellvorstellungen zu prüfen und zu verbessern.

Eine der Methoden der Kernspektroskopie, welche es gestattet, Spins und relative Übergangswahrscheinlichkeiten gewisser Niveaus zu messen, ist die *Richtungskorrelation* (R. K.). Sie ist überall dort anwendbar, wo ein angeregtes Kernniveau nicht direkt in den stabilen Grundzustand übergeht. Sobald ein solcher Zerfall durch Emission von mindestens zwei sukzessiven Strahlungen vor sich geht, lässt sich die Winkelverteilung der zweiten Strahlung relativ zur ersten messen. Diese Richtungskorrelation ergibt im allgemeinen Aussagen über die beim Zerfall beteiligten Strahlungen und über die Energieniveaus des zerfallenden Kerns.

Die wichtigste und am häufigsten gemessene R. K. ist die γ - γ -*Richtungskorrelation* (Fig. 1a). Koinzidenzmessungen zwischen den beiden sukzessiven γ -Strahlen in Funktion des Winkels, den die

Detektoren mit der Quelle bilden, ergeben die Winkelverteilungsfunktion $W(\theta)$ (Fig. 1b). Sie lässt sich darstellen als

$$W(\theta) = \sum_k A_k P_k(\cos \theta).$$

Die Koeffizienten A_k sind bei der $\gamma\gamma$ -R.K. abhängig von den Spins der drei Niveaus und von den Multipolordnungen der emittierten γ -Strahlen. Ein Vergleich der gemessenen Verteilungsfunktion mit der Theorie erlaubt daher die Bestimmung dieser für die Diskussion

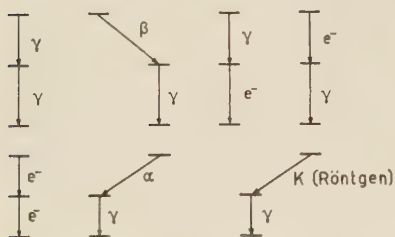


Fig. 1 a.

Einige Möglichkeiten sukzessiver Strahlungen, die mit Hilfe der Richtungskorrelation untersucht werden können.

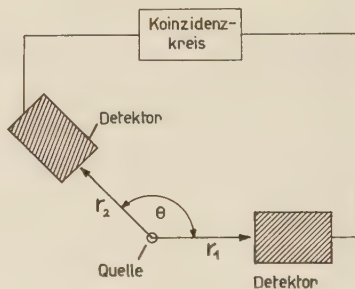


Fig. 1 b.

Prinzipielle Anordnung zur Messung der Richtungskorrelation sukzessiver Strahlungen r_1 und r_2 .

der Kernmodelle wichtigen Grössen. Sind die auftretenden Strahlungen Mischungen verschiedener Multipolordnungen, so legt eine R.K.-Messung auch das Mischungsverhältnis fest.

Die hier beschriebenen einfachen Verhältnisse setzen voraus, dass der zerfallende Kern freist. Eine Änderung der Orientierung des Kerns im Zwischenniveau beeinflusst sofort auch die Korrelation. HAMILTON¹⁾, der 1940 als erster die Theorie der R.K. ausgearbeitet hat, weist bereits auf die Möglichkeit einer solchen Beeinflussung hin. Störeffekte treten auf durch Wechselwirkung der Kernmomente mit elektrischen und magnetischen Feldern. Um eine falsche Interpretation von R.K.-Messungen zu vermeiden, ist die genaue Kenntnis dieser Störeinflüsse erforderlich. Umgekehrt lassen sich bei bekannter Beeinflussung Momente angeregter Kernniveaus bestimmen.

Neben der $\gamma\gamma$ -R.K. lassen sich noch andere Winkelkorrelationen bestimmen (Fig. 1 a). Die vorliegende Arbeit befasst sich zur Hauptsache mit der *Konversionselektronenkorrelation*. Darunter verstehen wir alle jene Korrelationen, bei denen wenigstens von einem Übergang die emittierten Konversionselektronen gezählt werden. Im

speziellen beschränken wir uns auf Fälle, wo der andere Übergang durch γ -Quanten oder auch wieder durch Konversionselektronen stattfindet. Wir sprechen dann abgekürzt von der γ - e^- -, e^- - γ - oder e^-e^- -R.K. Im weitem muss angegeben werden, aus welcher Schale die beobachteten Elektronen stammen, d. h. wir unterscheiden z. B. γ - $e_{K^-}^-$ -, γ - $e_{L_I^-}$ -, γ - $e_{L_{II}^-}$ - usw. Korrelationen.

Trotz der Tatsache, dass die γ - γ -R.K. die wichtigste Korrelation ist, hat daneben auch die Konversionselektronenkorrelation grosse Bedeutung erlangt. Folgende Gründe können dafür angeführt werden:

a) Die Konversionselektronenkorrelation gibt nicht nur Angaben über Spins und Multipolordnungen, sondern auch über die Parität eines Überganges. Sie vermag also — im Gegensatz zur γ - γ -R.K. — magnetische und elektrische Strahlungen zu unterscheiden.

b) In vielen Fällen ist es aus Intensitätsgründen angezeigt, statt der γ - γ - die e^- - γ - oder γ - e^- -R.K. heranzuziehen. Vor allem bei Übergängen hoher Multipolordnung und kleiner Energie wird der grossen Konversion wegen eine Messung der Konversionselektronenkorrelation vorteilhaft sein. Im Extremfall ist bei totaler Konversion ein γ - γ -Experiment überhaupt ausgeschlossen.

c) Eine unbekannte Störung verunmöglicht die Interpretation von R.K.-Messungen. Die Tatsache, dass die γ - γ - und die γ - e^- -Korrelation in gleicher Weise beeinflusst werden, erlaubt jedoch, bei gleichzeitiger Bestimmung dieser beiden Korrelationen die unbekannte Störung zu eliminieren. Damit erhält man — trotz der Störung — Auskunft über Multipolarität und Parität des konvertierten Überganges.

d) Bei komplizierten Zerfällen, z. B. wenn beide Übergänge gemischt sind, kann der Fall eintreten, dass die γ - γ -R.K. allein keine eindeutige Aussage ergibt. Als zusätzliche Messungen werden dann γ - e^- - oder e^- - γ -Experimente sehr wertvoll sein.

Gegenüber der γ - γ -R.K. bieten die Experimente zur Konversionselektronenkorrelation allerdings grosse zusätzliche Schwierigkeiten, vor allem infolge der Streuung der Elektronen. So steht die Bedingung, dass die Quelle dünn sein soll, oft im Widerspruch zur verlangten ungestörten R.K. Gerade flüssige Quellen, die sich am besten zur Messung der ungestörten Korrelation eignen, lassen sich nur sehr schwer in der erforderlichen geringen Dicke herstellen. Im allgemeinen werden die verwendeten Präparate zudem eine flächenhafte Ausdehnung aufweisen, was eine spezielle Korrektur der gemessenen Winkelverteilung notwendig macht. Um die Streuung der Elektronen in der Luft zwischen Quelle und Detektor zu

vermeiden, wird die ganze Apparatur im Vakuum aufgestellt. Dadurch wird die Messanlage, verglichen mit einer γ - γ -Apparatur, komplizierter.

Eine prinzipielle Schwierigkeit bietet die e^- - γ -Korrelation. Durch die Konversion im ersten Übergang ist die Elektronenhülle im mittleren Zustand angeregt. Wechselwirkung des Magnetfeldes der Hülle mit dem magnetischen Moment des Kerns kann deshalb bei der e^- - γ - und e^- - e^- -Korrelation — im Gegensatz zur γ - γ - und γ - e^- -R.K. — Anlass zu einer Störung geben.

Das Ziel dieser Arbeit ist,

1. die Methoden der Konversionselektronenkorrelation an einer wohlbekannten Kaskade (Cd^{111}) zu überprüfen und dabei erstmals alle vier möglichen Korrelationen (γ - γ , γ - e^- , e^- - γ , e^- - e^-) zu messen;

2. in einem Fall, wo die γ - γ -Messung aus Intensitätsgründen unmöglich ist, mit Hilfe der e^- - γ -Korrelation Aussagen über den Zerfall zu erhalten (Hg^{197}); und

3. γ - e^- - und e^- - γ -Messungen an einer Kaskade, an der γ - γ -Experimente kein eindeutiges Resultat ergeben, durchzuführen (Ta^{181}).

Im Zusammenhang damit werden die experimentellen Fragen und Probleme, die bei der Messung der Konversionselektronenkorrelation auftauchen, diskutiert. Wir haben insbesondere eine Korrekturformel berechnet, die den Einfluss flächenhaft ausgedehnter Quellen auf die R.K. erfasst.

Als allgemeine Einführung in die Probleme der R.K. eignet sich der Artikel von FRAUENFELDER²⁾ im Buch über Kernspektroskopie von SIEGBAHN. Eine Zusammenstellung der ganzen Theorie findet man bei BIEDENHARN und ROSE³⁾.

2. Ergebnisse der Theorie.

Die Winkelverteilung einer γ -Strahlung ist nur dann anisotrop, wenn die zerfallenden Kerne polarisiert sind. Das lässt sich bei tiefen Temperaturen mit hohen elektrischen oder magnetischen Feldern erreichen. Zum gleichen Ziel gelangt man, wenn es gelingt, aus einer Menge von räumlich statistisch verteilten Spins solche spezieller Orientierung auszulesen. Dies ist dann möglich, wenn man Koinzidenzen zwischen zwei sukzessiven γ -Strahlen beobachtet: Dadurch, dass man nur solche erste Quanten misst, die in der Richtung des ersten Zählers emittiert werden, liest man Kerne aus, die vor der Emission des zweiten Quanten zu einem bestimmten Grade polarisiert sind. Die zweite Strahlung wird daher relativ zur

ersten eine anisotrope Intensitätsverteilung aufweisen, die im zweiten, beweglichen Detektor gemessen wird.

Die ausführliche Theorie der R.K. ist bei BIEDENHARN und ROSE³⁾ und bei ROSE⁴⁾ beschrieben. Wir beschränken uns darauf, hier die Resultate anzuführen.

Der angeregte Kern zerfällt über eine Kaskade von zwei sukzessiven Strahlungen r_1 und r_2 : $I_1 \xrightarrow{r_1} I \xrightarrow{r_2} I_2$ (siehe Fig. 1). Die Strahlungen r_1 und r_2 sollen entweder γ -Strahlen oder Konversionselektronen (e^-) sein.

Die Auswahlregeln $|I_1 - I| \leq L_1 \leq |I_1 + I|$, analog für L_2 , beschränken die Multipolaritäten L_1 und L_2 der Strahlungen r_1 und r_2 . Werden dadurch mehrere Multipolordnungen zugelassen, so kommt nach der Theorie der elektromagnetischen Strahlung $L = L_{\min}$ im allgemeinen mit der grössten Intensität vor. Von den höhern L weist nur noch $L' = L_{\min} + 1$ vergleichbare Intensität auf, während alle weitem vernachlässigt werden können. Aus diesem Grund ist es sinnvoll, die Strahlungen r allgemein als eine Mischung der Multipolaritäten $L = L_{\min}$ und $L' = L_{\min} + 1$ anzusetzen.

Das Mischungsverhältnis δ^2 dieser zwei Multipolordnungen ist definiert als

$$\delta^2 = \frac{\text{Intensität}(r, L')}{\text{Intensität}(r, L)}. \quad (1)$$

δ selbst kann positive oder negative Werte zwischen Null und Unendlich annehmen.

Die R.K. zweier sukzessiver Strahlungen r_1 und r_2 lässt sich immer darstellen als

$$W(\Theta)_{r_1 r_2} = \sum_k A_k(r_1 r_2) P_k(\cos \Theta). \quad (2)$$

Die auftretenden Koeffizienten $A_k(r_1 r_2)$ sind Produkte zweier Faktoren f_k , die je nur von einem Übergang abhängen:

$$A_k(r_1 r_2) = f_k(r_1 I_1 I) f_k(r_2 I_2 I) \quad (3)$$

mit

$$f_k(r_1 I_1 I) = \{b_k(r_1 L_1 L_1) F_k(L_1 L_1 I_1 I) + \delta_1^2 b_k(r_1 L'_1 L'_1) F_k(L'_1 L'_1 I_1 I) + 2 \delta_1 b_k(r_1 L_1 L'_1) F_k(L_1 L'_1 I_1 I)\}. \quad (4)$$

Die analoge Formel gilt für $f_k(r_2 I_2 I)$.

Numerische Werte für $F_k(L_1 L_1 I_1 I)$ und $F_k(L'_1 L'_1 I_1 I)$ können den Tabellen von BIEDENHARN und ROSE³⁾ oder von FERENTZ und ROSENZWEIG⁵⁾ entnommen werden. Die Interferenzterme $F_k(L_1 L'_1 I_1 I)$ sind ebenfalls hier⁵⁾ tabelliert. Ihr Auftreten in der Gleichung (4)

bewirkt, dass die R.K. sehr empfindlich auf Mischungen verschiedener Multipolaritäten sein kann.

δ^2 ist das in (1) definierte Intensitätsverhältnis. Die Partikelparameter b_k charakterisieren die Art der betrachteten Strahlung r .

Für $k = 0$ gilt $F_0(L_1 L_1 I_1 I) = b_0(r_1 L_1 L_1) = 1$ und $F_0(L_1 L'_1 I_1 I) = b_0(r_1 L_1 L'_1) = 0$. Die Korrelationsfunktion (2) ist damit so normiert, dass $\overline{W(\Theta)_{r_1 r_2}} = (1 + \delta_1^2)(1 + \delta_2^2)$.

Für γ -Strahlen sind die Partikelparameter $b_k = 1$. Damit wird $A_k(\gamma\gamma) = A_k(I_1, I, I_2, \delta_1, \delta_2)$ eine Funktion der Spins I_1 , I und I_2 und der Mischungsverhältnisse δ_1 und δ_2 in beiden Übergängen. Die γ - γ -R.K. erlaubt daher die Bestimmung dieser Grössen.

Für Konversionselektronen sind die Partikelparameter $b_k(e^-LL)$ und $b_k(e^-LL')$ Funktionen der Multipolordnung, der Energie und der Parität des Überganges sowie der Kernladungszahl. Sie hängen ferner davon ab, aus welcher Schale das konvertierte Elektron stammt. Wie wir in der Einleitung bemerkten, erlaubt also die Konversionselektronenkorrelation zusätzlich die Bestimmung der Parität.

Numerische Werte der b_k für K -Konversionselektronen sind bei BIEDENHARN und ROSE³⁾ tabelliert. Der Interferenzterm $b_k(e^-LL')$ wird dort als $b(L)$ bezeichnet, wobei die Multipolordnung $L' = L + 1$ der elektrischen, L der magnetischen Strahlung zugehört. Das Intensitätsverhältnis $\delta(e^-)$ kann durch die Konversionskoeffizienten α auf $\delta(\gamma)$ zurückgeführt werden:

$$\delta(e^-) = \sqrt{\frac{\alpha(L')}{\alpha(L)}} \delta(\gamma). \quad (5)$$

Die Formeln (2), (3) und (4) erlauben es, in Verbindung mit den angegebenen Tabellenwerken³⁾⁵⁾ jede praktisch vorkommende γ - γ - oder Konversionselektronenkorrelation zu berechnen. Bei Mischungen in beiden Übergängen gestaltet sich die Ausrechnung allerdings sehr mühsam, da zwei freie Parameter δ_1 und δ_2 vorkommen. Die R.K. von Übergängen reiner Multipolarität erhält man als Spezialfall für $\delta = 0$ sofort aus den gegebenen Formeln.

3. Beeinflussung der Richtungskorrelation.

Die im letzten Kapitel zitierten Ergebnisse der Theorie gelten nur unter der Voraussetzung, dass die Korrelation nicht durch extranukleare Felder beeinflusst wird. Derartige Effekte resultieren aus der Wechselwirkung zwischen dem magnetischen Dipolmoment, resp. dem elektrischen Quadrupolmoment des Kerns mit magne-

fischen, resp. elektrischen Feldern der Umgebung. Diese Felder bewirken, im Bilde des Vektormodells beschrieben, eine Präzessionsbewegung der Kernmomente um die Feldachse und damit eine Rotation der Korrelationsfunktion. Massgebend für die dadurch bewirkte Veränderung oder „Störung“ der R.K. ist das Produkt aus der Präzessionsfrequenz und der Zeit, während der die Präzessionsbewegung stattfindet. Die Frequenz ist $\omega_H \sim \mu H$ im magnetischen und $\omega_Q \sim eQ \cdot \delta^2 V / \delta z^2$ im elektrischen Fall. Die Zeit, während der die Störung wirkt, ist für die integrale Korrelation (d. h. $\tau_A \gg \tau_K$) von der Grössenordnung τ_K . (τ_A ist das zeitliche Auflösungsvermögen des Koinzidenzverstärkers, τ_K die Lebensdauer des mittleren Niveaus der Kaskade.)

Die Störung der R. K. durch äussere Felder bietet zwei Aspekte: Einerseits gestattet sie, die Kernmomente μ und Q der sehr kurzlebigen mittleren Zustände von γ - γ -Kaskaden zu messen^{6) 7)}. Andererseits aber erschwert sie die Messung der wahren, ungestörten R. K. und damit die Bestimmung von Spins und Mischungsverhältnissen von Multipolordnungen. Mit dieser unerwünschten Störung der R.K. ist zu rechnen, sobald die Lebensdauer des mittleren Zustandes der Kaskade $\tau_K \geq 10^{-9}$ sec beträgt.

Zur Bestimmung von Kernmomenten kurzlebiger Zustände eignet sich die Konversionselektronenkorrelation nicht. Wir brauchen uns daher nicht mit diesem Gesichtspunkt von Störungen zu beschäftigen. Hingegen stellen sich im Zusammenhang mit unserer Arbeit die folgenden Probleme: a) wie stellt man fest, ob eine R. K. gestört ist oder nicht? b) welche Art von Quellen ergibt die möglichst unbeeinflusste R.K.? und c) wie lassen sich trotz unbekannter Störung auf Grund eines R.K.-Experimentes Aussagen über Spins und Mischungsverhältnisse gewinnen?

Eine eingehende Diskussion dieser Fragen findet man in der Arbeit von ALBERS, HEER und SCHERRER⁸⁾. Wir beschränken uns hier darauf, drei verschiedene Typen von Störungen zu besprechen, die für unsere Experimente von Bedeutung sind. In allen diesen Fällen lässt sich die gestörte R.K. beschreiben durch

$$W(\Theta) = \sum_k A_k G_k P_k(\cos \Theta) \quad (6)$$

mit den Schwächungsfaktoren G_k ^{9) 10) 11)}. Eine Beeinflussung der R.K. kann immer dann in dieser Weise beschrieben werden, wenn die störenden Felder keine Vorzugsrichtung aufweisen.

In *polykristallinen Quellen* muss man im allgemeinen immer mit einer *stationären Quadrupolwechselwirkung* rechnen. Theoretisch

sollte diese Beeinflussung in kubischen Quellen wegfallen, sofern die aktiven Atome in Gitterplätzen sitzen und die Kristallite genügend gross sind. Es zeigt sich, dass diese Bedingungen experimentell nur sehr schwer zu erfüllen sind und dass in der Regel selbst kubische Quellen nicht die ungestörte R.K. zeigen⁸⁾¹²⁾. Will man trotzdem aus Messungen an polykristallinen Quellen Aufschluss über die ungestörte R.K. erhalten, so führen Delay-Experimente⁸⁾ oder die gleichzeitige Messung der $\gamma\gamma$ - und der γe^- -Korrelation (siehe Seite 149) zum Ziel.

In *flüssigen Quellen* (wässrige Lösungen, metallische Schmelzen) ist eine *instationäre Quadrupolwechselwirkung* vorhanden⁸⁾⁹⁾. Infolge der Brownschen Bewegung der Flüssigkeitsmoleküle ändern die störenden Felder dauernd Betrag und Richtung. In günstigen Fällen geht die Bewegung so schnell vor sich, dass die Felder im Zeitmittel verschwinden und praktisch die ungestörte R.K. gemessen werden kann. Flüssige Quellen und ganz besonders metallische Schmelzen eignen sich daher am besten zur Messung der unbeeinflussten, „maximalen“ R.K.

Eine besondere Art *instationärer Wechselwirkung mit Feldern der Elektronenhülle* kann auftreten bei der $e^- \gamma$ -R.K. und bei Korrelationen, denen ein K -Einfang vorangeht. In beiden Fällen ist die Hülle angeregt oder jonisiert und erzeugt beim Auffüllen der Schalen am Ort des Kerns zeitlich variable Felder. Die daraus resultierende Beeinflussung der R. K. ist theoretisch noch nicht behandelt worden. Ihre Messung würde interessante Aufschlüsse über die Lebensdauern angeregter Elektronenzustände geben.

4. Apparatur.

Die experimentelle Anordnung, die üblicherweise zur Messung der R. K. sukzessiver Strahlungen ν_1 und ν_2 dient, ist in Fig. 1b dargestellt: Mit einem festen und einem beweglichen Detektor und einem Koinzidenzverstärker messen wir die Koinzidenzen $K(\theta)$ in Funktion des Winkels θ , den die Detektoren mit der Quelle bilden. Daraus lässt sich die gesuchte Winkelverteilungsfunktion $W(\theta)$ bestimmen.

Die Art der verwendeten Detektoren ist durch die Korrelation, die man messen will, gegeben. Zur Messung der $\gamma\gamma$ -R.K. dienen zwei γ -Zähler, während für die Konversionselektronenkorrelation je ein Detektor für die γ -Strahlen und die Elektronen (γe^- und $e^- \gamma$), resp. zwei Elektronendetektoren ($e^- e^-$) benötigt werden.

WARD und WALKER¹³⁾ und WALTER, HUBER und ZÜNTI¹⁴⁾ haben als erste e^-e^- -Experimente unternommen. Sie verwendeten Geiger-Müller-Zählrohre und konnten durch Absorber Elektronen verschiedener Energien grob trennen. Die reine e_K-e_K -Korrelation, die bis heute allein berechnet werden kann, wurde von diesen Autoren jedoch nicht gemessen.

Wesentliche Beiträge zur γ - e^- - und e^- - γ -Korrelation stammen von STEVENSON und DEUTSCH¹⁵⁾, MCGOWAN¹⁶⁾, GOLDBERG und FRANKEL¹⁷⁾, GOLDEN und FRANKEL¹⁸⁾, GIMMI, HEER und SCHERRER¹⁹⁾ und COBURN und FRANKEL²⁰⁾.

Alle diese Experimentatoren benützten zur Registrierung der γ -Strahlen Szintillationszähler, z. T. in Verbindung mit Impulsanalysatoren. Im Zählkanal für die Elektronen unterscheiden sich die verschiedenen Apparaturen jedoch prinzipiell, indem einerseits magnetische Spektrometer mit Zählrohren oder Kristallen, andererseits Szintillations-Impulsspektrometer mit Anthracenkristallen

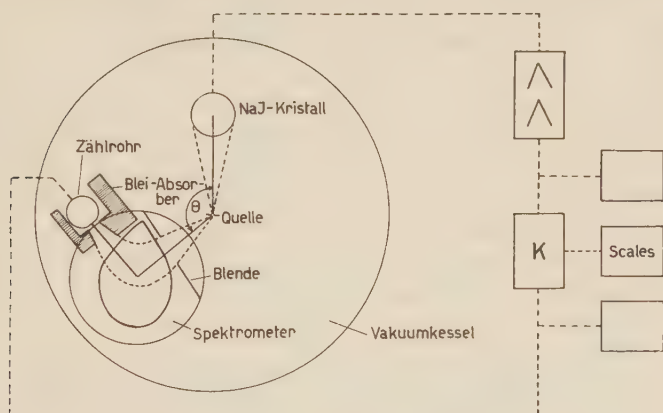


Fig. 2.

Blockschema der Apparatur mit dem magnetischen Spektrometer.

angewendet wurden. Beide Methoden weisen gewisse Vor- und Nachteile auf.

Magnetische Spektrometer ergeben eine sehr gute Energieauflösung und gestatten es überdies, den Elektronenzähler mit Absorbern gegen direkte γ -Strahlen abzuschirmen. Dadurch wird vermieden, dass Spuren einer γ - γ -Korrelation die Messung der Konversionselektronenkorrelation stören.

Die Verwendung eines Szintillationsspektrometers erfordert weniger apparativen Aufwand und ist billiger als ein magnetisches Spektrometer. Dagegen sind dem Energieauflösungsvermögen durch

die Lichtausbeute des Anthracenkristalls Grenzen gesetzt. Für sehr hohe Elektronenenergien kann sodann der Untergrund niederenergetischer γ -Strahlung störend in Erscheinung treten.

Wir haben unsere Experimente mit zwei verschiedenen Apparaturen ausgeführt. Fig. 2 zeigt die Anordnung der ersten Messanlage, mit der sowohl γ - e^- - und e^- - γ - wie auch e^- - e^- -Korrelationen gemessen werden können.

Ein kleiner, im Vakuum drehbarer Magnet lenkt die Elektronen durch die speziell geformten Polschuhe um 90° ab und fokussiert sie auf das Glimmerfenster eines Geiger-Müller-Zählrohrs. Bei einem Raumwinkel von 1% (in Einheiten 4π) beträgt die Energieauflösung für 200 keV Elektronen ungefähr 10%. Damit ist es in vielen Fällen möglich, K - und L -Konversionselektronen zu trennen. Ein Spektrum von Cd^{111} ist in Fig. 8 auf Seite 173 aufgezeichnet.

Ein NaJ-Kristall in Verbindung mit einem 1P21-Multiplier registriert die γ -Strahlen. Wenn wir den Kristall durch ein β -Zählrohr ersetzen, können wir mit der gleichen Anlage auch die e^- - e^- -Korrelation messen. Die Trennung der Elektronenenergien ist dann allerdings nur im Kanal mit dem magnetischen Spektrometer möglich. Bleiabsorber verhindern, dass γ -Strahlen in das Zählrohr des Spektrometers gelangen und einen störenden Anteil der γ - γ -R.K. ergeben. Um die Streuung der Elektronen herabzusetzen, haben wir die ganze Apparatur mit Plexiglas ausgekleidet.

Eine Automatik ändert die Position des Magneten nach wählbaren Intervallen von 15', 30' oder einer Stunde. In den Messpausen registriert eine Filmkamera den Stand der drei Zähler für Einzelstösse und Koinzidenzen sowie den Winkel.

Die beschriebene Apparatur hat sich für Messungen der Konversionselektronenkorrelation einfacher Zerfälle gut bewährt. Bei komplizierteren Zerfallsschemen ergibt sich jedoch die Notwendigkeit, auch die γ -Energien trennen zu können. Zu diesem Zweck haben wir bei der bereits bestehenden γ - γ -R.K.-Apparatur, die in beiden Kanälen Impulsanalysatoren besitzt, den festen Detektor durch einen neu konstruierten e^- -Zähler ersetzt. In Fig. 3 ist der Aufbau dieser zweiten Apparatur dargestellt. Damit lassen sich die γ - e^- - und e^- - γ -Korrelation messen, während e^- - e^- -Experimente in der gezeigten Anordnung nicht möglich sind. Hingegen kann ohne Verschiebung der Quelle auch die γ - γ -R.K. gemessen werden, wenn man einen zweiten, festen γ -Detektor senkrecht zum Elektronenzähler aufstellt.

Der bewegliche Detektor gehört zur üblicherweise verwendeten γ - γ -R.K.-Apparatur. Er besteht aus einem NaJ-Kristall der Grösse

1" \times 1" und einer Dumont-Photomultiplerröhre 6292. Die Impulse werden linear verstärkt und in einen Differentialimpulsanalysator geführt. Ein γ -Impulsspektrum von Ta¹⁸¹ ist in Fig. 13 auf Seite 181 gezeigt.

Als e^- -Detektor dient ein Anthracenkristall. Er ist mit Kalt-Araldit auf eine Glasplatte aufgeklebt, die den luftdichten Abschluss der evakuierten Aluminiumhaube (Wandstärke 0,3 mm) bildet. Durch diese Konstruktion wird vermieden, dass die Vakuumdichtungen die Multiplerröhre mechanisch beanspruchen. Kanadabalsam oder Siliconfett vermitteln den optischen Kontakt zwischen Glasplatte und Photoröhre. Zur Vermeidung der Streuung der Elektronen ist die Aluminiumhaube innen mit einer dünnen Paraffinschicht ausgestrichen. Messungen mit einem Aluminiumabsorber

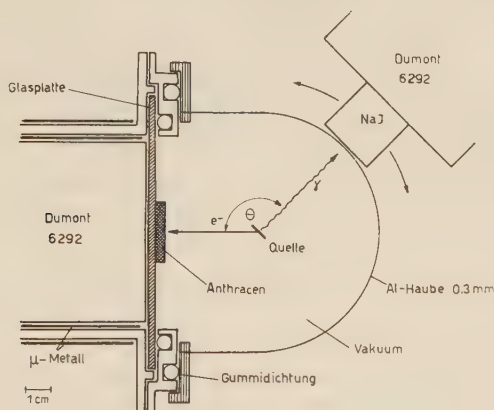


Fig. 3.

Apparatur zur Messung der Konversionselektronenkorrelation mit Impulsspektroskopie in beiden Kanälen.

zwischen Quelle und Anthracenkristall haben gezeigt, dass nur eine vernachlässigbar kleine Zahl gestreuter Elektronen in den Anthracenkristall gelangt. Die Kristalloberfläche ist zur Vermeidung von Lichtverlusten mit einer dünnen Aluminiumfolie (3μ) bedeckt. Damit lässt sich gleichzeitig das Wegdampfen des Anthracens im Vakuum, das ohne diese Vorsichtsmassnahme im Laufe von Wochen beobachtet wird, verhindern.

Die Kristalldicke wählen wir so, dass die Elektronen der höchsten Energie, die beim betrachteten Zerfall vorkommen, im Kristall gerade noch ganz gestoppt werden. Auf diese Weise halten wir die Empfindlichkeit des Anthracens für γ -Strahlen tief. Das Verhältnis der Reichweiten R (in cm) von Elektronen in Anthracen und in

Aluminium berechnet sich aus den Elektronendichten zu $R_{\text{Anthr}}: R_{\text{Al}} \approx 2$. Mit Hilfe der bekannten Reichweitekurven für Elektronen in Aluminium lässt sich dann die minimale Kristalldicke sofort ermitteln.

Bei Benützung solcher Kristalle gelingt es in allen praktischen Fällen, den Anteil mitgemessener γ -Strahlen im Elektronendetektor vernachlässigbar klein zu halten. Dies rührt z. T. auch davon her, dass im Anthracen fast ausschliesslich Comptoneffekt stattfindet.

Dünne Anthracenkristalle stellten wir nach folgendem Verfahren her: Von den in unserm Institut gezüchteten grossen Kristallen schneidet man mit einer feinen Kristallsäge Scheiben von ca. 3 mm Dicke weg. Sie werden auf einer Seite mit feinem Schmirgelpapier plangeschliffen und nachher poliert. Die so behandelte Seite des Kristalls kleben wir mit Kalt-Araldit auf die Glasplatte der Messkammer. Mit einem speziell geschliffenen Stahl lässt sich dann das Anthracen auf der Drehbank auf die gewünschte Dicke bearbeiten und an der Oberfläche polieren. Wir haben auf diese Weise Kristalle bis zu Dicken von 0,4 mm hergestellt.

Für Anthracen ist das beste zu erwartende Energieauflösungsvermögen (bei idealer Optik)²¹⁾

$$\Gamma = \sqrt{\frac{0,36 \eta_s}{\eta E (\eta_s - 1)}}. \quad (7)$$

E = Elektronenenergie in keV.

η = Primärelektronenausbeute der Multiplikathode.

η_s = Sekundärelektronenausbeute der Dynoden.

Mit mittleren Werten $\eta = 0,09$ und $\eta_s = 3,5$ erhalten wir z. B. bei 400 keV Energie $\Gamma = 12\%$.

Nicht ideale Optik und Multipliereinflüsse verschlechtern in unserer Apparatur das Auflösungsvermögen bei der gleichen Energie auf eine Grösse von $\Gamma \approx 15\%$. Ein e^- -Spektrum von Hf^{181} — Ta^{181} ist in Fig. 13 auf Seite 181 aufgezeichnet.

Die Änderung des Messwinkels erfolgt auch bei dieser Apparatur automatisch nach wählbaren Intervallen von 5', 15', 30' und 60'. Besonders bei Messungen kleiner Anisotropien wird der Winkel alle 5' gewechselt, um Beeinflussungen des Resultats durch apparative Schwankungen möglichst zu eliminieren. Zur Registrierung stehen für Einzelstösse und Koinzidenzen je 40 mechanische Zähler zur Verfügung.

5. Messmethode.

Das Ziel einer R.-K.-Messung ist, die Koeffizienten A_k der Winkelverteilungsfunktion $W(\theta)$ zu bestimmen. Ein Mass für $W(\theta)$ sind die in Funktion des Winkels θ gemessenen Koinzidenzen $K(\theta)$. Bei der γ - e_K^- -Korrelation gilt z. B.

$$K(\theta) = N \frac{\alpha_{2K}}{(1+\alpha_1)(1+\alpha_2)} \varepsilon_\gamma \varepsilon_{e^-} \Omega_\gamma \Omega_{e^-} W(\theta) + K_{\text{zuf}} \quad (8)$$

ε : Empfindlichkeiten der Detektoren.

Ω : Raumwinkel.

α_1, α_2 : Totale Konversionskoeffizienten beider Übergänge.

α_{2K} : K-Konversionskoeffizient des zweiten Überganges.

N : Zerfälle pro sec.

Quellenstärke und zeitliches Auflösungsvermögen des Koinzidenzverstärkers bestimmen die Zahl der zufälligen Koinzidenzen:

$$K_{\text{zuf}} = 2 \tau_A Z_\gamma Z_{e^-} \sim \tau_A N^2. \quad (9)$$

Sie lassen sich auf zwei Arten messen: 1. Nach Gleichung (9) kann durch getrennte Aufstellung der Detektoren mit zwei verschiedenen Quellen direkt das Auflösungsvermögen τ_A bestimmt werden. 2. Man verzögert während eines normalen Koinzidenzexperiments die Impulse in einem Kanal um eine Zeit $\tau_V > \tau_A$ und $\tau_V \gg \tau_K$. Dadurch verschwinden alle wahren Koinzidenzen. Diese Methode erlaubt es, die zufälligen Koinzidenzen im Laufe einer R.-K.-Messung automatisch zu registrieren, indem jeweils nach einer bestimmten Anzahl Messintervalle ein Verzögerungskabel in einen Kanal eingeschaltet wird.

Die Grösse $K(\theta) - K_{\text{zuf}}$ ist nun proportional zu $W(\theta)$. Den Nachteil, dass sich dieser Ausdruck mit der Quellenstärke N zeitlich ändert, kann man durch die Bildung einer Koinzidenzrate (KR) beheben:

$$KR = \frac{K(\theta) - K_{\text{zuf}}}{Z_{\text{bew}}} = \text{const. } W(\theta). \quad (10)$$

Wir wählen als Bezugsgrösse die Einzelstosszahl im beweglichen Detektor, weil damit der Einfluss mangelhafter Zentrierung der Quelle eliminiert wird. Wenn der bewegliche Kanal nur gerade die koinzidenzfähige Strahlung registriert, ist die nach (10) gebildete Koinzidenzrate auch unempfindlich gegen Schwankungen der Ansprechwahrscheinlichkeit und des Spektrums im beweglichen Zähler. Für Quellen sehr langer Halbwertszeit bleibt N über die Dauer eines Messintervalles praktisch konstant. Es erweist sich dann als vorteilhaft, die Koinzidenzrate

$$KR = \frac{K(\theta) - K_{\text{zuf}}}{Z_{\text{bew}} Z_{\text{fest}}} = \frac{\text{const.}}{N} W(\theta) \quad (11)$$

zu bilden, da dann unter Umständen Schwankungen in beiden Kanälen wegfallen. Zudem gestaltet sich die Berücksichtigung der zufälligen Koinzidenzen bei der Auswertung einfacher.

Das weitere Vorgehen bei der Auswertung sei an einem Beispiel gezeigt. Wir wollen die Koeffizienten A_2 und A_4 der Korrelation $W(\Theta) = 1 + A_2 P_2(\cos \Theta) + A_4 P_4(\cos \Theta)$ bestimmen. Zu diesem Zweck messen wir die Koinzidenzraten für drei Winkel, z. B. $KR(90^\circ)$, $KR(135^\circ)$ und $KR(180^\circ)$. Mit den Hilfsgrößen

$$A = \frac{KR(180^\circ) - KR(90^\circ)}{KR(90^\circ)}, \quad U = \frac{KR(135^\circ) - KR(90^\circ)}{KR(90^\circ)} \quad (12)$$

findet man

$$\bar{A}_2 = \frac{10(5A + 4U)}{7A + 56U + 105}, \quad \bar{A}_4 = \frac{48(A - 2U)}{7A + 56U + 105}. \quad (13)$$

Um aus A_2 und A_4 die gesuchten Koeffizienten A_2 und A_4 zu erhalten, müssen wir noch verschiedene Korrekturen anwenden. Wir werden diese Korrekturen im nächsten Kapitel besprechen und betrachten vorher noch die Fehler, mit denen A_2 und \bar{A}_4 behaftet sind.

Der statistische Fehler setzt sich folgendermassen zusammen:

$$\frac{\Delta KR}{KR} \approx \frac{\Delta K_{\text{wahr}}}{K_{\text{wahr}}} = \frac{\Delta(K_{\text{tot}} - K_{\text{zuf}})}{K_{\text{wahr}}} \approx \frac{\sqrt{K_{\text{tot}}}}{K_{\text{wahr}}}. \quad (14)$$

Für die Hilfsgrößen A und U vernachlässigen wir den relativen Fehler des Nenners gegenüber dem viel grösseren des Zählers und finden

$$\Delta A \approx \Delta U \approx \frac{\sqrt{2K_{\text{tot}}}}{K_{\text{wahr}}}, \quad (15)$$

wo K_{tot} resp. K_{wahr} einen Mittelwert der bei *einem* Winkel gemessenen Koinzidenzen bedeuten. Damit erhalten \bar{A}_2 und \bar{A}_4 die folgenden relativen Fehler:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \bar{A}_2}{\bar{A}_2} & \left(\frac{\sqrt{82}}{5A + 4U} + \frac{7\sqrt{130}}{7A + 56U + 105} \right) \frac{\sqrt{K_{\text{tot}}}}{K_{\text{wahr}}} \\ \frac{\Delta \bar{A}_4}{\bar{A}_4} & \left(\frac{\sqrt{10}}{A - 2U} + \frac{7\sqrt{130}}{7A + 56U + 105} \right) \frac{\sqrt{K_{\text{tot}}}}{K_{\text{wahr}}}. \end{aligned} \quad (16)$$

Neben den statistischen Fehlern treten bei einer R.-K.-Messung noch verschiedene systematische Fehler auf. Die nie ideale Zentrierung der Quelle, kleine, unvermeidbare Schwankungen der Messwinkel, Ungenauigkeiten der anzuwendenden Korrekturen und Schwankungen der elektronischen Apparatur sind Einflüsse, die sich

nicht genau erfassen lassen. Eine Abschätzung all dieser Effekte zeigt, dass auch bei der sorgfältigsten Durchführung eines Experimentes der von den apparativen Unsicherheiten herrührende Fehler nicht vernachlässigt werden kann. Wir haben daher bei unseren Messungen immer beide Fehleranteile berücksichtigt.

6. Korrekturen.

Bei einem idealen R.-K.-Experiment sendet eine punktförmige Quelle Strahlen oder Partikeln aus, die ohne irgendwelche Richtungsablenkung (durch Streuung) in die ebenfalls punktförmigen Detektoren gelangen. Es sind vor allem Intensitätsgründe, die ein solches Idealexperiment nicht erlauben. Die dadurch bewirkte „Verschmierung“ der Korrelationsfunktion kompensieren wir im Falle der Konversionselektronenkorrelation durch Korrekturen für

- a) endliche Grösse der Detektoren,
- b) flächenhafte Ausdehnung der Quelle und
- c) Streuung der Elektronen in der Quelle.

Wir beschreiben im folgenden die Methoden, nach welchen wir die durch diese Abweichungen vom Idealfall bedingten Korrekturen berechnet und angewandt haben. Die drei zu korrigierenden Effekte sind in der benützten Näherung voneinander unabhängig. Das bedeutet, dass man die drei entsprechenden Korrekturen einzeln nacheinander anwendet, um aus den Resultaten der Auswertung \bar{A}_k (siehe Seite 160) schliesslich die gesuchten A_k zu erhalten. Die numerischen Angaben mögen erstens einen Einblick in die Grössenordnung der zu erwartenden Korrekturen geben und sollen ferner in konkreten Fällen die explizite Berechnung erleichtern.

a) Endliche Ausdehnung der Detektoren.

Wir benützen im wesentlichen die bei LAWSON und FRAUENFELDER²²⁾ beschriebene Korrekturmethode. Sowohl γ - wie e^- -Detektor sollen kreisförmig sein; die punktförmige Quelle befinde sich im Drehzentrum des beweglichen Zählers. Die endliche Grösse der Detektoren hat zur Folge, dass eine theoretische Korrelationsfunktion $W(\Theta) = \Sigma A_k P_k(\cos \Theta)$ übergeht in die „verschmierte“ Winkelverteilung $\bar{W}(\Theta) = \Sigma A_k S_k^I S_k^{II} P_k(\cos \Theta)$. Die Korrektur für endliche Detektorausdehnung wird also:

$$A_k^{\text{korr}} = \frac{A_k^{\text{unkorr}}}{S_k^I \cdot S_k^{II}} \quad (17)$$

mit

$$S_k^I = \frac{\int_{\varepsilon^I(\alpha)} P_k(\cos \alpha) \sin \alpha \cdot d\alpha}{\int_{\varepsilon^I(\alpha)} \sin \alpha \cdot d\alpha}. \quad (18)$$

S_k^{II} für den Detektor II berechnet sich analog. $\varepsilon(\alpha)$ ist die Empfindlichkeit des Detektors für die unter dem Winkel α einfallende Strahlung. Für den γ -Detektor I misst man $\varepsilon(\alpha)$ mit einem wohldefinierten γ -Strahlenbündel (siehe z. B. LAWSON und FRAUENFELDER²²) und wertet damit die Integrale in (18) graphisch aus. Für Elektronen lassen sich die Korrekturfaktoren S_k^{II} numerisch ausrechnen, indem die Empfindlichkeit $\varepsilon^{\text{II}}(\alpha) = 1$ eingesetzt wird. Aus Fig. 4 können die Werte S_2^{II} und S_4^{II} für den über die Oberfläche gleichmässig empfindlichen Elektronendetektor II entnommen werden.

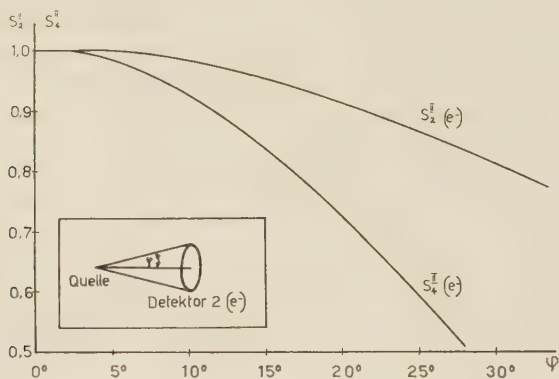


Fig. 4.

Raumwinkelkorrekturfaktoren S_2^{II} und S_4^{II} für den Zähler II konstanter Empfindlichkeit (e^- -Zähler).

Beispiel: Die Quelle befindet sich im Abstand 35 mm vom $1'' \times 1''$ NaJ-Kristall. Für eine γ -Energie von 135 keV ergibt die Ausmessung $S_2^{\text{I}} = 0,931$, $S_4^{\text{I}} = 0,792$. Der e^- -Detektor im Abstand von 35 mm von der Quelle hat einen Durchmesser von 22 mm. Nach Fig. 4 folgt dann $S_2^{\text{II}} = 0,93$, $S_4^{\text{II}} = 0,78$. Damit erhalten wir $A_2^{\text{kor}} = 1,15 A_2^{\text{unkorr}}$ und $A_4^{\text{kor}} = 1,61 A_4^{\text{unkorr}}$. Der Einfluss des endlichen Raumwinkels auf die Korrelation ist also ziemlich gross. Da er sich jedoch mit guter Genauigkeit berechnen lässt, ist es aus Intensitätsgründen nicht angezeigt, kleinere Raumwinkel zu wählen.

Bei der Apparatur mit dem magnetischen Spektrometer haben weder der γ - noch der e^- -Detektor kreisförmige Eintrittsblenden. Die notwendigen Korrekturen wurden in diesem Fall nach einer verallgemeinerten Korrekturformel von WALTER, Huber und ZÜNTI¹⁴) für rechteckige Detektoren berechnet.

b) *Flächenhafte Ausdehnung der Quelle.*

Bis heute existiert keine Arbeit, die den Einfluss einer beliebig räumlich ausgedehnten Quelle auf die R.K. explizit berechnet. Da eine solche Rechnung nicht nur von Form und Lage der Quelle, sondern auch von den benützten Meßstellungen abhängt, wird sie im allgemeinen sehr kompliziert. Andererseits kann bei den weitaus am häufigsten ausgeführten γ - γ -Experimenten fast immer der Idealfall der punktförmigen Quelle realisiert werden. Einige prinzipielle Betrachtungen zu diesem Korrekturproblem finden sich bei FEINGOLD und FRANKEL²³⁾, LAWSON und FRAUENFELDER²²⁾ und BREITENBERGER^{24) 25)}.

Quellen für die Konversionselektronenkorrelation haben flächenhafte Ausdehnung. Eine allgemeine Korrekturformel wird wie bei räumlicher Ausdehnung sehr kompliziert und lässt sich nicht unabhängig von der Raumwinkelkorrektur für die Detektoren behandeln. Bei WALTER, HUBER und ZÜNTI¹⁴⁾ ist für eine spezielle Messanordnung gerechnet, wie die Koinzidenzrate $K/Z_{\text{bewegl.}}$ durch eine rechteckige Quelle in bestimmter Stellung beeinflusst wird.

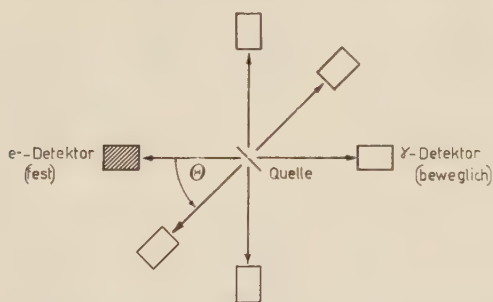


Fig. 5.

Quellenanordnung und Detektorenstellungen für die Korrektur flächenhafter Quellenausdehnung.

Die Rechnungen sind für eine Verteilung der Form $W(\Theta) = 1 + A \cos^2 \Theta$ durchgeführt und erlauben in einfachen Fällen, explizite Korrekturen auszurechnen*).

In Verallgemeinerung der Formeln von WALTER haben wir die durch flächenhafte Quellen bedingten Korrekturen berechnet für $W(\Theta) = 1 + A_2 P_2(\cos \Theta) + A_4 P_4(\cos \Theta)$. Die gewählte Stellung der Quelle und die Winkel, bei denen Koinzidenzen gemessen werden, berücksichtigen die bei praktischen Anwendungen gebräuchlichsten

*) In den Korrekturformeln von WALTER, HUBER und ZÜNTI sind zwei Druckfehler enthalten, die unter Umständen falsche Ergebnisse liefern können.

Tabelle I.

Korrekturen für flächenhafte Quellenausdehnung.

Die Messwinkel sind für die vier Fälle:

(a) 180° , 225° , 270° ; (b) 180° , 225° , 90° ; (c) 180° , 45° , 270° ; (d) 180° , 45° , 90°
 $u = h/R$, $v = b/R$, h = Höhe, b = Breite der Quelle, R = Abstand Quelle-Detektor.

$$A_2^{\text{kor}} = \frac{0,22 u^2 + A_2^{\text{unkorr}} (1 - 0,90 u^2 - 1,64 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,84 u^2 - 0,47 v^2)}{1 - 1,25 u^2 - 1,90 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (0,19 u^2 - 0,23 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,18 u^2 - 0,36 v^2)} \quad (a)$$

$$A_4^{\text{kor}} = \frac{A_2^{\text{unkorr}} (-0,05 u^2 + 0,45 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (1 - 0,60 u^2 - 0,02 v^2)}{1 - 1,25 u^2 - 1,90 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (0,19 u^2 - 0,23 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,18 u^2 - 0,36 v^2)}$$

$$A_2^{\text{kor}} = \frac{-0,06 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (1 - 0,90 u^2 - 1,55 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,84 u^2 - 0,04 v^2)}{1 - 1,25 u^2 - 1,60 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (0,19 u^2 - 0,20 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,18 u^2 - 0,56 v^2)} \quad (b)$$

$$A_4^{\text{kor}} = \frac{0,15 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (-0,05 u^2 + 0,49 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (1 - 0,60 u^2 - 0,08 v^2)}{1 - 1,25 u^2 - 1,60 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (0,19 u^2 - 0,20 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,18 u^2 - 0,56 v^2)}$$

$$A_2^{\text{kor}} = \frac{0,22 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (1 - 1,03 u^2 - 0,57 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,79 u^2 - 0,02 v^2)}{1 - 1,25 u^2 - 0,96 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (0,01 u^2 - 0,04 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,10 u^2 + 0,27 v^2)} \quad (c)$$

$$A_4^{\text{kor}} = \frac{A_2^{\text{unkorr}} (0,28 u^2 + 0,12 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (1 - 0,47 u^2 - 0,16 v^2)}{1 - 1,25 u^2 - 0,96 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (0,01 u^2 - 0,04 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,10 u^2 + 0,27 v^2)}$$

$$A_2^{\text{kor}} = \frac{-0,06 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (1 - 1,03 u^2 - 0,47 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,79 u^2 + 0,41 v^2)}{1 - 1,25 u^2 - 0,66 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (0,01 u^2 - 0,01 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,10 u^2 + 0,07 v^2)} \quad (d)$$

$$A_4^{\text{kor}} = \frac{0,15 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (0,28 u^2 + 0,16 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (1 - 0,47 u^2 - 0,22 v^2)}{1 - 1,25 u^2 - 0,66 v^2 + A_2^{\text{unkorr}} (0,01 u^2 - 0,01 v^2) + A_4^{\text{unkorr}} (0,10 u^2 + 0,07 v^2)}$$

Fälle. Die Korrekturen vernachlässigen alle Glieder höherer Ordnung als $u^2 = h^2/R^2$ und $v^2 = b^2/R^2$ (h , b , Höhe und Breite der rechteckigen Quelle, R = Abstand Quelle Detektor). Bis zu dieser Ordnung sind die Raumwinkel- und die Quellenausdehnungskorrekturen voneinander unabhängig, so dass die getrennte Anwendung der beiden gerechtfertigt ist. Fig. 5 zeigt die unsern Rechnungen zugrunde gelegte experimentelle Anordnung. Die Quelle sei unter 45° gegen den festen Elektronendetektor befestigt. Für den γ -Detektor sind die Stellungen $\Theta = 90^\circ$ (resp. 270°), $\Theta = 180^\circ$ und $\Theta = 45^\circ$ (resp. 225°) gewählt, während die Positionen 135° und 315° ungünstig sind, da dort die Quellenebene direkt auf den Zähler zeigt. Es bestehen nun folgende Messmöglichkeiten: (a) $\Theta = (180^\circ, 225^\circ, 270^\circ)$, (b) $\Theta = (180^\circ, 225^\circ, 90^\circ)$, (c) $\Theta = (180^\circ, 45^\circ, 270^\circ)$ und (d) $\Theta = (180^\circ, 45^\circ, 90^\circ)$. Tabelle I gibt die Korrekturen für die Fälle (a) bis (d).

Diskussion der Korrekturformeln.

1. Anwendung: Man befestigt die Quelle nach Fig. 5 und wählt die drei Messwinkel entsprechend einer der vier Möglichkeiten (a) bis (d). Zur Auswertung muss die Koinzidenzrate K/Z_{bew} oder $K/Z_{\text{bew}} Z_{\text{fest}}$ benützt werden, da in den Formeln die Änderung der Stosszahlen Z_{bew} mit dem Winkel berücksichtigt ist. Die Zentrierung der Quelle soll durch Vergleichen der Stosszahlen Z_{bew} bei 90° , 180° und 270° erfolgen, da die Breite der Quelle die Einzelstösse nur bei diesen drei Winkeln gleich beeinflusst.

2. Aus den Gleichungen (a) bis (d) folgt, dass flächenhafte Quellen auch bei isotropen Winkelverteilungen eine Anisotropie zeigen. In den Fällen (a) und (c) verschwindet dieser Effekt für den Term A_4^{kor} . Zur Bestimmung eines relativ kleinen Koeffizienten A_4 ist es daher angezeigt, eine der Varianten (a) oder (c) zu benützen. Da dieser anisotrope Geometrieffekt nur von der Breite der Quelle herrührt, wird man die Quelle mit Vorteil in der Höhe ausgedehnter als in der Breite wählen.

3. Die Grössenordnung dieser Korrekturen soll an einem Beispiel erläutert werden. Wir wählen eine rechteckige Quelle mit $b = 5$ mm und $h = 8$ mm. Sie sei in einem Abstand $R = 35$ mm von den Detektoren befestigt. Aus den gemessenen Koinzidenzraten bei 180° , 225° und 270° (Fall (a)) ergebe sich $A_2^{\text{unkorr}} = 0,200$, $A_4^{\text{unkorr}} = -0,050$. Mit den Korrekturen von Tabelle I wird dann $A_2^{\text{kor}} = 0,208$, $A_4^{\text{kor}} = -0,0525$. Die relativen Korrekturen halten sich bei Koeffizienten A_k von der Grössenordnung 10% in tragbarem Rahmen, werden jedoch für kleine Messgrössen rasch bedeutender. Tabelle I gibt im umgekehrten Sinn auch Auskunft darüber, welche Quellengrösse in einem speziellen Fall gewählt werden soll. Zum Schluss sei noch bemerkt, dass man für runde Quellen vom Radius r genügend genaue Korrekturen erhält, wenn man die Formeln (a) bis (d) für eine quadratische Quelle mit $h = b = r \cdot \sqrt[4]{8}$ benützt.

c) Streuung der Elektronen in der Quelle.

Die von einer radioaktiven Quelle emittierten Konversionselektronen erfahren durch Streuung in der Quelle und im Medium zwischen Quelle und Detektor Ablenkungen von ihrer ursprünglichen Bahn, die um so beträchtlicher werden, je kleiner die Elektronenenergie und je schwerer das durchlaufene Material ist. Die Streuung in der Luft lässt sich durch Evakuierung des Raumes zwischen Präparat und Zähler eliminieren. Hingegen kann die Streuung in der Quelle selbst in vielen Fällen nicht vermieden werden, so dass auch dafür Korrekturen nötig sind.

WALTER, HUBER und ZÜNTI¹⁴⁾ berücksichtigen die Streuung der Elektronen so, dass sie die mittlere Winkelablenkung des gestreuten Teilchens bestimmen und die Raumwinkelkorrektur für entsprechend vergrösserte Detektoren anwenden. Für die mittlere Winkelablenkung geben sie ein Nomogramm, dessen Werte für Vielfachstreuung gelten, unter der Annahme, dass alle Elektronen die gleiche Schichtdicke durchlaufen. In bestimmten Fällen lässt sich an Hand des Nomogramms grössenordnungsmässig beurteilen, welche Störung der R.K. durch die Streuung in der Quelle zu erwarten ist.

FRANKEL²⁶⁾²⁷⁾ hat gezeigt, dass sich die Streukorrektur durch einen Faktor c_k beschreiben lässt. Eine Winkelverteilung $W(\Theta) = \Sigma A_k P_k(\cos \Theta)$ geht unter Berücksichtigung der Streuung in der Quelle über in $W(\Theta) = \Sigma c_k A_k P_k(\cos \Theta)$. Die Streukorrektur wird also

$$A_k^{\text{kor}} = \frac{A_k^{\text{unkorr}}}{c_k}. \quad (19)$$

Die Streufaktoren c_k lassen sich explizit berechnen. FRANKEL benutzt dazu die Arbeiten von GOLDSMIT und SOUNDERSON²⁸⁾²⁹⁾ über Vielfachstreuung und erhält

$$\bar{c}_k = e^{-a_k t}. \quad (20)$$

\bar{c}_k ist der Streufaktor, wenn alle Elektronen eine Schicht gleicher Dicke t durchlaufen. Für eine homogen aktive Quelle wird

$$c_k = \frac{1 - e^{-a_k t}}{a_k t}. \quad (21)$$

t ist die Quellendicke in mg/cm^2 . Für a_k gilt nach FRANKEL

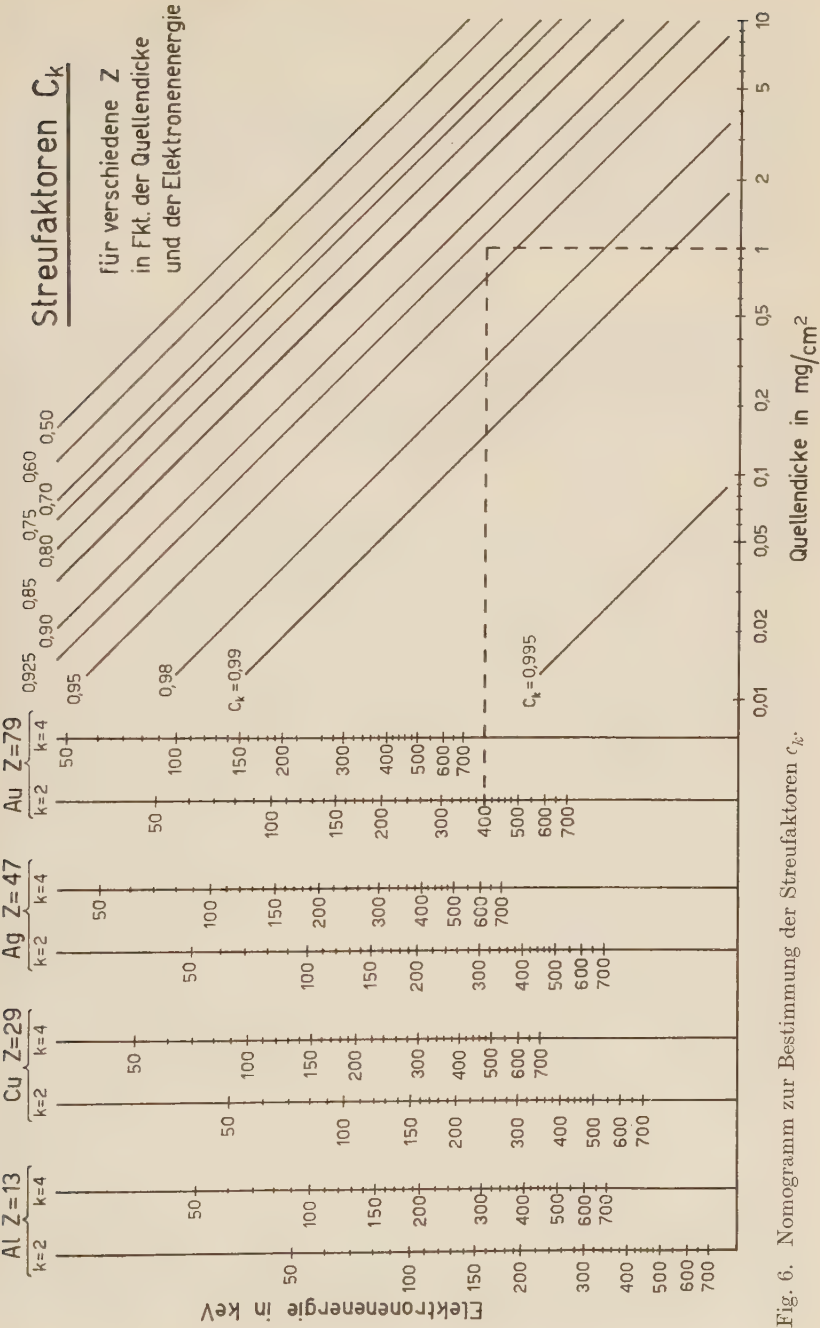
$$a_k = 0,302 \cdot 10^{-3} \frac{Z^2(1+\kappa)^2}{M(2\kappa+\kappa^2)^2} l(l+1) \left(\ln \frac{150(2\kappa+\kappa^2)^{1/2}}{Z^{1/3}} - \sum_2^k \frac{1}{l} \right) \quad (22)$$

Z = Kernladungszahl.

M = Molekulargewicht des streuenden Materials.

κ = Elektronenenergie in Einheiten $m_0 c^2$.

In den Korrekturen, die sich nach (19), (21) und (22) berechnen lassen, stecken Annahmen über die Streuung, die nur den Charakter einer Näherung haben. GOLDEN und FRANKEL¹⁸⁾ haben jedoch gezeigt, dass die damit erhaltenen Resultate trotzdem gut stimmen. Sie haben zu diesem Zweck die Korrelationsverschmierung unter Veränderung der Quellendicke gemessen und bis zu sehr grossen Dicken überraschend gute Übereinstimmung mit den errechneten Korrekturen gefunden.



* Fig. 6. Nomogramm zur Bestimmung der Streufaktoren C_k .

Wir haben aus diesem Grunde unsere Streukorrekturen nach FRANKELS Methode berechnet. Um für bestimmte Fälle rasch einen Überblick über die zu erwartenden Streufaktoren zu erhalten, geben wir in Fig. 6 für verschiedene Quellenmaterialien die Streufaktoren c_k für $k = 2$ und $k = 4$, in Funktion der Quellendicke und der Elektronenenergie. Als Beispiel ergibt sich für Elektronen von 400 keV-Energie bei einer Quellendicke von 1 mg/cm^2 Gold ein $c_2 = 0,93$, d. h. $A_2^{\text{kor}} = 1,07 \cdot A_2^{\text{unkor}}$.

7. Quellenherstellung.

Die Quellenherstellung ist für die Konversionselektronenkorrelation eines der wichtigsten experimentellen Probleme. Wir werden bei der Beschreibung unserer Experimente im Detail darauf eingehen. Hier seien lediglich einige allgemeine Betrachtungen angeführt.

Elektronenquellen müssen auf einer geeigneten *dünnen Trägerfolie* deponiert sein. Wir verwendeten dazu in den meisten Fällen *Formvarfolien*. In eine Lösung von Formvar in Transdichloräthylen (z. B. 1 g in 200 cm^3 Lösungsmittel) taucht man eine geschliffene Glasplatte. Auf der Oberfläche bildet sich nach dem Verdunsten des Lösungsmittels eine dünne Formvarhaut, deren Dicke von der Konzentration der Lösung und von der Geschwindigkeit, mit der man die Glasplatte aus der Lösung zieht, abhängt. An den Rändern der Platte löst man mit einem Tuch die Schicht sorgfältig ab und kann dann in Wasser leicht die ganze Haut ablösen. Die auf dem Wasser schwimmende Folie wird schliesslich mit einem Racket aus dünnem Draht, das später die Quellenhalterung darstellt, aufgefangen. Auf solche Weise lassen sich Folien mit Dicken von einigen bis zu einigen hundert Mikrogramm pro cm^2 und Flächen bis zu 100 cm^2 ohne weiteres herstellen. Der grosse Vorteil der Formvarhäute ist ihre grosse mechanische Festigkeit und die sehr einfache Herstellungsart. Damit sich die Quelle nicht elektrisch auflädt, machen wir die Trägerschicht leitend durch Bedampfen mit Aluminium. Das Aufdampfen erfolgt am besten, solange die Formvarhaut noch auf der Glasplatte klebt. Das dicke Glas nimmt dann den grössten Teil der auftreffenden Wärme auf und verhindert die Zerstörung der Formvarhaut durch die Hitze. Die kleine thermische Widerstandsfähigkeit wie auch die Unbeständigkeit gegen Säuren sind die Nachteile von Formvarfolien.

Wenn diese Gründe die Verwendung von Formvar nicht zulassen, werden mit Erfolg *Aluminiumoxydfolien* benützt, welche sich durch grosse thermische und chemische Widerstandsfähigkeit auszeichnen.

Sie lassen sich aus Reinst-Aluminium durch anodische Oxydation gewinnen. Die genaue Herstellungsmethode ist bei STROHMAIER³⁰⁾ beschrieben.

Um die radioaktive Quelle auf dünne Träger zu deponieren, haben wir prinzipiell drei Möglichkeiten: a) Aufdampfen der Aktivität, b) Elektrolyse, c) Eintrocknenlassen eines Tropfens mit gelöster Aktivität. Die letztgenannte Methode hat den Nachteil, dass die Aktivität sehr unregelmässig über die nicht genau definierte Fläche der Quelle verteilt ist. Wir haben daher solche Präparate nur in wenigen speziellen Fällen hergestellt.

Die Elektrolyse eignet sich prinzipiell sehr gut zur Herstellung dünner Quellen. Die technische Ausführung bietet allerdings grosse Schwierigkeiten, da die als Träger verwendeten Blattmetallfolien (ca. 200 $\mu\text{g}/\text{cm}^2$) von der Grösse einiger mm^2 sehr schwer zu handhaben sind. Wir haben deshalb auch nur wenige Quellen durch Elektrolyse gewonnen.

Bei der Aufdampfmethod wird die Aktivität allein oder auch zusammen mit einem stabilen Material (Doppelstrahlmethode) aus Schiffchen von Kohle, Aluminiumoxyd (Degussit), Molybdän, Tantal usw. verdampft. Als Auffänger dient entweder eine der beschriebenen Trägerfolien direkt oder ein Metallspiegel, der vorher auf die Trägerfolie aufgedampft wurde. Die Form der Quelle wird durch eine Blende bestimmt, die unmittelbar vor der Folie in den Strahl eingeführt wird. Oft ist es wichtig, den Auffänger beim Verdampfen auf einer bestimmten Temperatur zu halten. Silber z. B. wird auf eine heisse Unterlage aufgedampft, wenn man grosse Kristallite erhalten will. Umgekehrt muss der Auffänger beim Verdampfen eines schlecht haftenden Materials sehr kalt sein, da der Haftkoeffizient (= haftendes Material/verdampftes Material) mit kleineren Temperaturen ansteigt. In solchen Fällen benützen wir als Auffänger nicht mehr die dünne Trägerfolie, sondern die polierte Oberfläche eines Kochsalzkristalls. Dieser lässt sich entweder auf einen Ofen montieren und heizen oder mit flüssiger Luft kühlen. In Wasser kann man nachher die Quelle leicht vom Kristall ablösen und mit einer Trägerfolie auffischen.

8. Experimente an Cd^{111} .

A. Einleitung.

Es war unser Ziel, an der Kaskade des Cd^{111} (Fig. 7) erstmals alle vier möglichen Korrelationen ($\gamma\text{-}\gamma$, $\gamma\text{-}e_K^-$, $e_K^-\text{-}\gamma$, $e_K^-\text{-}e_K^-$) zu messen und mit der Theorie von BIEDENHARN und ROSE³⁾ zu vergleichen, die bei Beginn dieser Experimente noch durch keine Messung be-

stätigt worden war. Gleichzeitig wollten wir die experimentellen Methoden der Konversionselektronenkorrelation entwickeln und prüfen.

Die Kaskade des Cd^{111} eignet sich zu diesem Zweck besonders gut, weil erstens das Zerfallsschema auf Grund eingehender Experimente verschiedener Autoren^{6) 7) 8) 12) 31)} als absolut gesichert angesehen werden kann, und weil zweitens die Grösse der K -Konversionskoeffizienten die Messung aller Korrelationen mit befriedigender Intensität gestattet. Die Lebensdauer des Zwischenniveaus ($1,23 \cdot 10^{-7}$ sec) lässt eine Beeinflussung der Korrelation erwarten. Man

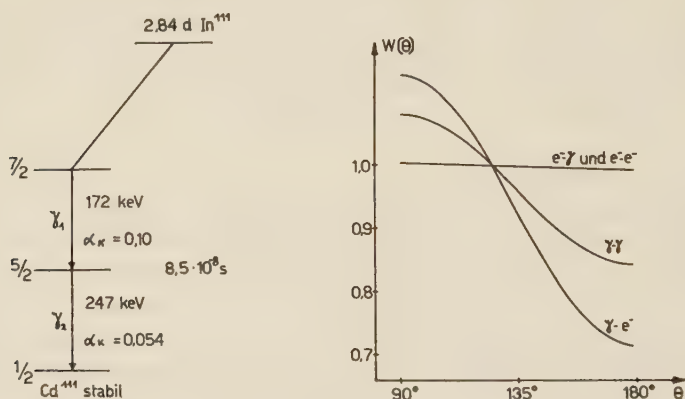


Fig. 7.

Zerfallsschema des In^{111} und theoretisch zu erwartende Korrelationsfunktionen $W(\Phi)$.

beobachtet denn auch bei den meisten Quellen eine Schwächung der γ - γ -Korrelation. Wir haben uns daher weiter zum Ziele gesetzt, Schwächungsverhältnisse bei γ - γ - und γ - e^- -R.K. zu vergleichen und insbesondere eine Quelle zu finden, die die Messung der ungestörten Konversionselektronenkorrelation gestattet.

Die Resultate bisheriger Untersuchungen der γ - γ -R.K. können folgendermassen zusammengefasst werden: Die ungestörte, maximale Korrelation ist von der Form $W(\Theta) = 1 + A_2 P_2(\cos \Theta)$ mit $A_2 = -0,17$. Aus diesem Wert folgt, dass der erste Übergang der Kaskade eine Mischung ist von $E 2$ und $M 1$ mit einem Intensitätsverhältnis $\delta^2 = 0,017$. Nur sehr wenige Typen von Quellen ergeben diese ungestörte R.K. In den meisten Fällen tritt eine Schwächung auf durch Wechselwirkung des elektrischen Kernquadrupolmoments mit den inhomogenen elektrischen Feldern der Umgebung³²⁾. Diese Wechselwirkung verschwindet, wenn das elektrische Feld kubisch

symmetrisch ist. Quellen, bei denen die aktiven Atome in kubische Kristalle, z. B. Silber, eingebaut sind, ergeben deshalb die ungestörte R.K., sofern die Kristallite genügend gross und sauber sind und das aktive Atom an einem Gitterplatz sitzt. Solche Quellen können jedoch nur sehr schwer reproduzierbar hergestellt werden. Die Messung der ungestörten Korrelation erfolgt daher mit Vorteil an flüssigen Quellen, d. h. an metallischen Schmelzen (In, Ga, metallisch) oder an wässrigen Lösungen (z. B. InCl_3 in H_2O)⁸.

B. Quellenherstellung.

Unser erstes Ziel war, eine für die Konversionselektronenkorrelation geeignete Quelle herzustellen, welche die ungestörte Korrelationsfunktion ergibt. Insbesondere muss die Quelle dünn sein ($\approx 400 \mu\text{g}/\text{cm}^2$), eine kleine Fläche belegen ($\approx 40 \text{ mm}^2$) und vakuumfest sein. Die Untersuchungen der γ - γ -R.K. haben ergeben, dass zur Messung der ungestörten R.K. zwei Gruppen von Präparaten in Frage kommen: kubische kristalline Quellen und Flüssigkeiten.

Zur ersten Gruppe gehören die Silber-„Doppelstrahlpräparate“. Diese werden wie folgt hergestellt: Das im Zyklotron mit 6 MeV-Protonen bestrahlte Cd wird in feinen Spänen von der Target abgekratzt und in ein Kohleschiffchen eingefüllt. Durch fraktionierte Destillation lässt sich das stabile Cd verdampfen, während die Aktivität In im Schiffchen zurückbleibt. Nachher wird im Hochvakuum das In verdampft und gleichzeitig damit auch das stabile Quellenmaterial Ag aus einem Molybdänschiffchen. Als Auffänger dient ein NaCl-Kristall, der durch einen Ofen beim Aufdampfen auf eine Temperatur von ca. 200°C geheizt wird. Im Wasser löst man die dünne Quelle vom Kristall ab und befestigt sie für die Messung auf einem formvarbespannten Drahträhmchen. Leider ergaben solche, in der erforderlichen geringen Dicke hergestellte Silber-Doppelstrahlpräparate nie die ungestörte R.K., wie diese bei dicken Präparaten erreicht wird. Bei diesen dünnen Schichten scheinen die Kristallite so klein zu sein, dass infolge von Oberflächeneffekten die elektrischen Felder nicht mehr kubisch symmetrisch sind.

Die Zahl der Lösungsmittel, welche zur Herstellung von Flüssigkeitspräparaten in Frage kommen, wird dadurch stark eingeschränkt, dass die Quellen vakuumfest sein müssen. Schwefelsäure, Glycerin, Butyläther und Pelargonsäure, in denen sich In-Salze lösen lassen, erfüllen diese Bedingung und wurden zu Versuchen herangezogen. Alle diese Flüssigkeiten sind jedoch so zähe, dass die Brownsche Bewegung die elektrischen Felder nicht genügend rasch

ausmitteln kann. Diese Quellen zeigten daher alle eine starke Beeinflussung der R.K.

Die Lösung des Problems wurde schliesslich in der Form einer flüssigen, metallischen Galliumquelle gefunden. Gallium schmilzt bei 30°C und lässt sich ohne Schwierigkeiten auf Zimmertemperatur unterkühlen. Die Galliumquelle wird wie folgt hergestellt: Das aktive In^{111} trennt man chemisch vom Targetmaterial Cd. Zu diesem Zweck lösen wir die von der Target abgekratzten Späne in HNO_3 und geben etwa $10\text{ }\mu\text{g}$ Gallium zu. Mit NH_3 werden dann $\text{In}(\text{OH})_3$ und $\text{Ga}(\text{OH})_3$ ausgefällt, während das Cd in Lösung bleibt. Der Niederschlag wird wegcentrifugiert und wieder in HNO_3 gelöst. Wir wiederholen das Verfahren drei- bis viermal und lösen am Schluss $\text{In}(\text{OH})_3$ und $\text{Ga}(\text{OH})_3$ in Ameisensäure. Aus dieser Lösung elektrolysiert man das Indium auf ein dünnes Kohlestäbchen. Der aktive Teil des Stäbchens wird zusammen mit einer abgewogenen Menge stabilen Galliums in ein Schiffchen aus Degussit gebracht, das sich mittels einer Wolframspirale heizen lässt. Durch Verdampfen im Hochvakuum erhält man auf einer Trägerfolie eine dünne, flüssige Galliumschicht, in der die aktiven In^{111} -Atome eingebettet sind. Die Dicke der Präparate variiert je nach der verdampften Menge Gallium zwischen 50 und $300\text{ }\mu\text{g}/\text{cm}^2$. Als Träger wurden Formvarfilme, Glimmerfolien und Aluminiumoxydschichten benutzt.

Die Formvarfilme waren während der Bedampfung zum Schutz gegen Verbrennung auf einer Glasplatte aufgespannt und wurden nachher abgelöst. Leider zeigten solche Gallium-Formvar-Präparate nicht die ungestörte R.K. Es scheint, dass beim Aufdampfen die Formvarhaut durch die Hitze beschädigt wird. Das aufgedampfte Metall mischt sich dabei mit dem Formvar und bildet keine eigentliche Flüssigkeitsschicht mehr.

Die Aluminiumoxydschichten eignen sich ihrer grossen thermischen Widerstandsfähigkeit wegen viel besser. Es ist möglich, das Gallium direkt auf den freien, dünnen Träger aufzudampfen. Diese Präparate zeigten meistens die ungestörte R.K.; in wenigen Fällen wiesen sie eine kleine, eventuell von Verunreinigungen herrührende Schwächung auf.

Präparate mit Glimmerfolien als Träger ergaben alle die ungestörte R.K. Glimmer hat nur den Nachteil, dass es einige Mühe kostet, genügend dünne Folien herzustellen. Nicht nur die Dicke der aktiven Schicht, sondern auch die Dicke der Trägerfolie ist wegen der Rückstreuung einer Begrenzung unterworfen. Immerhin lassen sich mit einiger Übung kleine, farbige Glimmerstücke von etwa $400\text{ }\mu\text{g}/\text{cm}^2$ herstellen.

Die Struktur der Galliumschichten wurde mit dem Elektronenmikroskop und mit Elektronenbeugung untersucht. Es zeigt sich, dass sich die Schichten aus vielen, fein verteilten Flüssigkeitströpfchen zusammensetzen.

C. Resultate.

Wir haben die auf die beschriebene Art hergestellten dünnen, flüssigen Quellen immer zuerst in der γ - γ -R.K.-Apparatur ausgemessen, um festzustellen, ob die Korrelation wirklich ungestört sei. Der Mittelwert aller dieser Messungen ist $A_2(\gamma\gamma) = -0,165 \pm 0,004$. Er liegt etwas unter dem vorher angegebenen, von andern Autoren stammenden Wert $-0,170$. Ob dies eine kleine Schwächung bei unsern Quellen oder eine systematische Abweichung der beiden

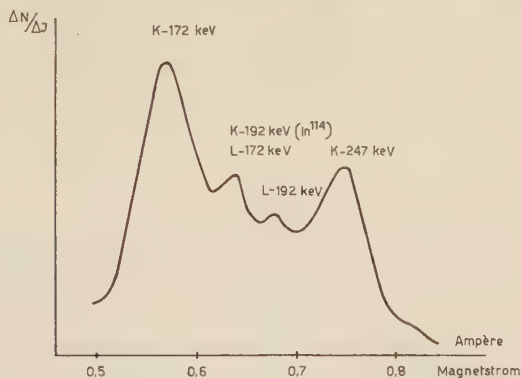


Fig. 8.

Konversionselektronenspektrum des Cd^{111} , aufgenommen mit dem magnetischen Spektrometer.

Messungen bedeutet, bleibe dahingestellt. Wir schreiben im folgenden unsern Mittelwert $-0,165$ der ungestörten γ - γ -Korrelation zu und erhalten dazu ein Mischungsverhältnis $\delta_1^2 = 0,016$. Die Theorie von BIEDENHARN und ROSE³⁾ liefert zu diesem Mischungsverhältnis für die Konversionselektronenkorrelationen:

$$A_2(\gamma e_{\bar{K}}^-) = -0,296, \quad A_2(e_{\bar{K}}^- \gamma) = -0,006, \quad A_2(e_{\bar{K}}^- e_{\bar{K}}^-) = -0,011.$$

$e_{\bar{K}}^-$ - γ - und $e_{\bar{K}}^-$ - $e_{\bar{K}}^-$ -Korrelation sind praktisch isotrop, was durch unsere Messungen in der Apparatur mit dem magnetischen Spektrometer sehr gut bestätigt wurde. (Ein Spektrum ist in Fig. 8 aufgezeichnet.) Die Messresultate für die γ - $e_{\bar{K}}^-$ -Korrelation sind aus Fig. 9 ersichtlich. Die angegebenen Fehler enthalten nicht nur die statistischen Feh-

ler, sondern auch die durch nicht ideale Messbedingungen verursachten Schwankungen.

Wir sehen aus Fig. 9, dass die gemessene Korrelation wesentlich vom verwendeten Quellenträger abhängt. Dieser Effekt lässt sich durch die Rückstreuung der Elektronen erklären. Diese kann im Gegensatz zur Streuung in der Quelle selbst bis heute nicht berechnet werden. Wir sind der Schwierigkeit durch Verwendung immer dünnerer Quellenträger ausgewichen. Dabei stellt sich heraus, dass für Glimmerdicken von $\sim 0,4 \text{ mg/cm}^2$ die theoretisch erwartete γ - e^- -Korrelation gemessen wird. Bei Verwendung der noch



Fig. 9.

Vergleich der Koeffizienten $A_2(\gamma e^-)$ und $A_2(\gamma\gamma)$ mit der Theorie.

dünnere Al_2O_3 -Folien steigen die Messwerte $A_2(\gamma e^-)$ nicht mehr weiter an, sondern bleiben bei den nach der Theorie erwarteten Werten. Unsere Messungen zeigen also einerseits gute Übereinstimmung der γ - e^- -Korrelation mit der Theorie, während sie andererseits eine Abschätzung der durch Rückstreuung verursachten Korrelationsverschmierung ermöglichen.

Im Laufe unserer Experimente haben wir eine Anzahl gestörter Quellen gemessen und an diesen sowohl die γ - γ - wie die γ - e^- -R.K. bestimmt. Die nach Gleichung (6), Seite 153, berechneten Schwächungsfaktoren $G_2(\gamma\gamma)$ und $G_2(\gamma e^-)$ sind in der Fig. 10 zusammengestellt. In der gewählten Darstellung liegen alle Punkte auf der 45° -Geraden, d. h. die Schwächungsfaktoren sind für beide Korrelationen dieselben. Da die Störung während der Zeit, da sich der Kern im mittleren Niveau aufhält, stattfindet, und da bis zu diesem Moment die beiden Korrelationen sich nicht unterscheiden, entspricht dieses Resultat ganz den Erwartungen. Wie wir schon früher

erwähnt haben, macht es die Bestätigung dieser wichtigen Tatsache möglich, auch bei unbekannter Schwächung durch Messung von γ - γ - und γ - e^- -Korrelation an der gleichen Quelle Aufschluss über die Natur des konvertierten Überganges zu erhalten.

Ob bei der e^- - γ - und der e^- - e^- -Korrelation eine zusätzliche magnetische Schwächung auftritt, ist aus unsern Messungen infolge der Isotropie dieser Verteilungen nicht ersichtlich.

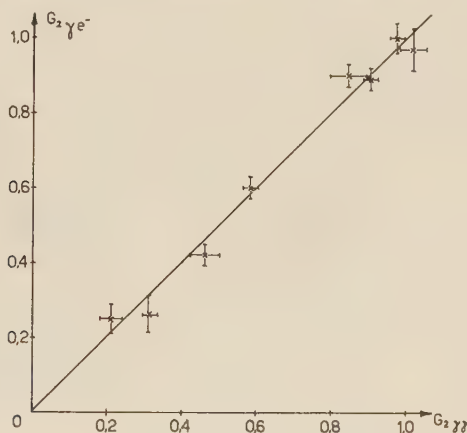


Fig. 10.

Vergleich der Schwächungsfaktoren $G_2(\gamma\gamma)$ und $G_2(\gamma e^-)$ für verschiedene gestörte Quellen.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass es im Falle des Cd^{111} zum ersten Male gelungen ist, alle vier Korrelationen einer γ - γ -Kaskade zu messen und Übereinstimmung aller Resultate zu finden. Die spezielle Art einer flüssigen Galliumquelle, die zu diesem Zweck entwickelt wurde, wird sich auch in andern Fällen nützlich erweisen.

9. Experimente an Hg^{199} .

A. Einleitung.

Die Quecksilber-Isotope Hg^{193} , Hg^{195} , Hg^{197} , Hg^{199} und Hg^{201} sind schon von verschiedenen Autoren systematisch untersucht worden^{33) 34) 35) 36)}. Wir interessieren uns vor allem für die in Fig. 11 gezeigte Kaskade des Hg^{197} . Ähnliche γ - γ -Kaskaden weisen auch die Zerfälle der Isotope 193, 195 und 199 auf. Dabei fällt auf, dass Hg^{193} und Hg^{195} im Grundzustand den Spin 3/2 aufweisen, während Hg^{197} und Hg^{199} den Spin 1/2 zugeordnet erhalten. Das Isotop Hg^{201} soll nach BERGSTROEM, HILL und DE PASQUALI³⁴⁾ einen

$p_{3/2}$ -Grundzustand besitzen. Das Schalenmodell lässt sowohl die Spinwerte $1/2$ wie $3/2$ zu.

Im Falle des Hg^{197} ist der $p_{1/2}$ -Grundzustand auf Grund von Messungen der Konversionskoeffizienten postuliert worden. Da diese Messungen für den zweiten Übergang einen $E2$ anzeigen, eine kleine Beimischung von $M1$ jedoch keineswegs ausschliessen, schien es uns angezeigt, den Spin des Grundzustandes bei Hg^{197} mit Hilfe der R.K. neu zu bestimmen.

Die Kaskade des Hg^{197} ist ein Schulbeispiel für die Anwendung der Konversionselektronenkorrelation, da der erste Übergang infolge hoher Multipolarität und kleiner Energie praktisch vollkommen konvertiert ist. Ein Versuch, den vorhandenen kleinen Anteil der γ - γ -Korrelation zu messen, ist gänzlich aussichtslos, da im Folgekern Au^{197} eine γ - γ -Kaskade $130\text{ keV} - 277\text{ keV}$ existiert, die mit vergleichbarer Intensität immer störend in Erscheinung tritt.

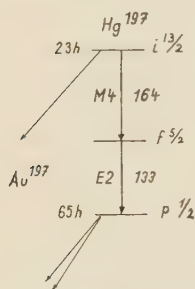


Fig. 11.

Die Kaskade des Hg^{197} .

WALTER, HUBER und ZÜNTI¹⁴) haben als erste bei Hg^{197} die $e_L^-e_L^-$ -Korrelation gemessen. Sie finden eine Winkelverteilung der Form $W(\Theta) = 1 + A_2 P_2(\cos \Theta)$ mit $A_2 = 0,15 \pm 0,02$. Ein Vergleich mit der Theorie ist für L -Konversionselektronen nicht möglich.

Unser erstes Ziel war, in der Apparatur mit dem magnetischen Spektrometer die Abhängigkeit der $e_L^-e_L^-$ -Korrelation von der Struktur der Quelle zu untersuchen, um zu zeigen, ob die Korrelation eine elektrische Beeinflussung erleidet oder nicht (verschiedene Feldgradienten in diversen Quellenmaterialien). Nach Abklärung dieser Frage sollte die $e_K^- \gamma$ -Korrelation, gemessen in der Apparatur mit den Impulsanalysatoren, die Frage nach dem Spin des Grundzustandes und den Multipolordnungen der beiden Übergänge entscheiden.

B. Quellenherstellung.

Die Aktivität wird im Zyklotron durch Bestrahlung einer Goldtarget mit 6 MeV -Protonen erzeugt ($\text{Au}^{197}(\text{pn})\text{Hg}^{197}$). Von der Oberfläche der bestrahlten Goldtarget kratzen wir feine Späne ab, die wir in ein Pyrex-Glasrohr einfüllen. An eine verengte Stelle des Glasrohrs bringen wir eine Metallfolie von Grösse und Form der gewünschten Quelle, die von einem Stück Filterpapier gehalten wird. Wir haben Ag- und Au-Folien der Dicken $0,4\text{ mg/cm}^2$ und $0,3\text{ mg/cm}^2$ verwendet. Wir evakuieren das Glasrohr und ver-

schliessen es mit einem Gummistopfen. Dann erhitzen wir die Goldspäne mit einer kleinen Gasflamme während ca. 30 Minuten und kühlen die Stelle, an der die Metallfolie sitzt. Das aktive Hg dampft dabei aus dem Gold weg, schlägt sich jedoch sofort unter Bildung eines Amalgams auf der kalten Metallfolie nieder. Die Ausbeute an Aktivität ist bei diesem Verfahren sehr gross, da das Quecksilber praktisch nur auf dem Metall, nicht aber auf den auch kalten Glaswänden in der Nähe der Folie oder auf dem Filterpapier haftet. Ein Vorteil gegenüber dem normalen Aufdampfverfahren besteht auch darin, dass ein aktives Atom, das beim ersten Auftreffen auf den Präparatsträger nicht haftet, nicht von der Vakuumpumpe abgesaugt wird, sondern nach einigen Reflexionen an den Glaswänden doch noch auf die Metallfolie gelangt.

Um die Streuung in der Quelle möglichst klein zu halten, haben wir statt der Blattmetallfolien auch Formvarfilme verwendet, auf die ein Goldspiegel in der gewünschten Quellengrösse von der Dicke $\sim 0,05 \text{ mg/cm}^2$ aufgedampft war. Kontrollen zeigten, dass auch bei diesem Verfahren die gesamte Aktivität sich auf dem Goldspiegel niederschlägt, während an der Trägerfolie aus Formvar keine Aktivität festgestellt werden kann.

Schwieriger wird diese Methode mit nichtmetallischen Quellenträgern, da dort das Hg gleich schlecht haftet wie an den Glaswänden. Wir haben zur Beseitigung dieser Schwierigkeiten eine spezielle Aufdampfanordnung konstruiert, mit deren Hilfe sich der Quellenträger während des Aufdampfens auf die Temperatur von flüssiger Luft kühlen lässt. Auf diese Weise sind Hg^{197} -Quellen auf SiO- und dünne Glimmerfolien hergestellt worden, jedoch mit viel kleinerer Ausbeute an Aktivität als bei Metallquellen. Das Quecksilber haftet so schlecht auf SiO und Glimmer, dass solche Quellen mit zwei Formvarhäuten bedeckt werden müssen, da sonst die Aktivität während der Messung im Vakuum wieder wegdampft.

Neben diesen in einem Glasrohr aufgedampften Quellen haben wir auch Doppelstrahlpräparate benutzt. Ihre Herstellung geht im Prinzip genau gleich vor sich wie beim Cd^{111} , indem aus zwei Kohleschiffchen gleichzeitig aktives Hg und stabiles Ag oder Au verdampft wird.

C. Resultate.

a) $e_L^-e_L^-$ -Korrelation.

Die Messresultate sind in Tabelle II zusammengestellt. Man sieht daraus, dass die verschiedenen Quellenstrukturen innerhalb der Fehlergrenzen keine Änderung der Korrelation bewirken. Die R. K. der Kaskade des Hg^{197} wird also nicht durch eine stationäre elek-

trische Wechselwirkung beeinflusst. Dieses Resultat lässt sich, verglichen mit dem Zerfall des Cd^{111} , gut verstehen. Wenn wir für beide Kerne Quadrupolmomente gleicher Grössenordnung annehmen, so wird die elektrische Wechselwirkung im Falle des Quecksilbers um einen Faktor 10 kleiner als bei Cadmium, da die Lebensdauern der Zwischenniveaus sich um diesen Faktor unterscheiden. Dadurch fällt auch die Möglichkeit, dass es sich bei den Messresultaten um die konstante Minimalkorrelation handelt, ausser Betracht.

Tabelle II.

A_2 -Koeffizienten der $e_L^-e_L^-$ -Korrelation von Hg^{197} .

Art der Quelle	A_2
Au-Folie	$0,15 \pm 0,02$
Ag-Folie	$0,13 \pm 0,02$
Glimmer-Folie	$0,13 \pm 0,03$
SiO -Folie	$0,12 \pm 0,02$
Ag-Doppelstrahl	$0,13 \pm 0,03$
Au-Doppelstrahl*)	$0,15 \pm 0,02$
*) alte Messung von WALTER, HUBER und ZÜNTZ ¹⁴⁾ .	

b) $e_K^- \gamma$ -Korrelation.

In Fig. 11 ist das bisher gültige Zerfallsschema der Kaskade von Hg^{197} dargestellt. Messungen der K -Konversionskoeffizienten und der K/L -Verhältnisse³³⁾ ordnen dem 133 keV-Übergang einen $E 2$ zu, schliessen jedoch eine Beimischung von maximal 1% $M 1$ nicht aus.

In letzter Zeit sind viele Fälle bekannt geworden, bei denen ein $E 2$ -Übergang viel schneller ist, als nach dem Einteilchenmodell zu erwarten wäre. Aus diesem Grunde ist eine Mischung von $E 2$ mit 1% $M 1$ nicht zum vorneherein ausgeschlossen. Als Folge dieser Mischung muss dann dem Grundzustand der Spin $3/2$ zugeordnet werden.

BOLOTIN und WILKINSON³⁷⁾ haben an der analogen Kaskade des Hg^{199} $\gamma\gamma$ -R.-K.-Messungen gemacht. Ihre Resultate lassen sich nur durch die Annahme einer (unwahrscheinlich grossen) Beimischung von $E 5$ zu $M 4$ im ersten Übergang erklären. Obwohl die Genauigkeit dieses Experiments nicht sehr gut ist, wollen wir es berücksichtigen, indem wir auch in unserm Fall eine Mischung von $E 5$ und $M 4$ in Betracht ziehen. Nach den Formeln von WEISSKOPF ist ein $E 5$ für den betrachteten Übergang um einen Faktor 10^3 unwahrscheinlicher als ein $M 4$. Auch FRANKEL findet (nach einer privaten Mitteilung) mit Messungen der Konversionskoeffi-

zienten einen reinen $M4$ mit höchstens einer kleinen Beimischung von $E5$. Wir beschränken uns deshalb bei der Diskussion auf kleine Beimischungen, d. h. $\delta_1^2 \leq 0,01$.

Unsere $e_K^- \gamma$ -Messungen sollen nun also zwischen den folgenden zwei Möglichkeiten entscheiden können:

$$\begin{aligned} \text{(a)} \quad 13/2 & \xrightarrow[\delta_1]{M4+E5} 5/2 \xrightarrow{E2} 1/2, \quad \delta_1^2 \leq 0,01 \\ \text{(b)} \quad 13/2 & \xrightarrow[\delta_1]{M4+E5} 5/2 \xrightarrow[\delta_2]{M1+E2} 3/2 \quad \delta_1^2 \leq 0,01 \\ & \delta_2^2 \geq 100 \end{aligned}$$

Die Resultate der $e_L^- e_L^-$ -Korrelation haben gezeigt, dass nicht mit elektrischer Wechselwirkung zu rechnen ist. Bei der $e^- e^-$ wie bei der $e^- \gamma$ -R.K. kann jedoch eine instationäre magnetische Wechselwirkung mit dem Magnetfeld der angeregten Hülle stattfinden. Wir müssen daher bei der Interpretation der Resultate auch Schwächungsfaktoren $0 \leq G_k \leq 1$ berücksichtigen. Die $e_K^- \gamma$ -Korrelation hat dann die Form

$$W(\Theta)_{e_K^- \gamma} = 1 + G_2 A_2(e^- \gamma) P_2(\cos \Theta) + G_4 A_4(e^- \gamma) P_4(\cos \Theta),$$

wobei in den $A_k(e^- \gamma)$ die Mischungsverhältnisse als Parameter enthalten sind. Da keine Theorie der instationären Beeinflussung existiert, setzen wir in erster Näherung $G_4 = G_2$.

Die Messungen ergeben folgende Werte:

$$\begin{aligned} G_2 A_2(e^- \gamma) &= 0,102 \pm 0,005 \\ G_4 A_4(e^- \gamma) &= 0,000 \pm 0,007. \end{aligned}$$

Der Fall (a) stimmt unter folgenden Voraussetzungen damit überein: $-0,1 \leq \delta_1 \leq 0$, $0,41 \leq G_2 \leq 0,46$, $G_4 \approx G_2$. Diese Angaben zeigen, dass die kleine erlaubte Beimischung von $E5$ die Korrelation nicht sehr stark ändert. Im angegebenen Bereich für δ_1 ist auf alle Fälle eine Schwächung der Korrelation zu verzeichnen. Die Werte für δ_1 und G_2 sind dabei so ermittelt worden, dass $G_2 A_2(e^- \gamma)$ den gemessenen Wert 0,102 annimmt und $G_4 A_4(e^- \gamma)$ zwischen die Grenzen $-0,01$ und $+0,01$ zu liegen kommt.

Nach den gleichen Gesichtspunkten haben wir den Fall (b) untersucht. Das Vorgehen wird durch die Doppelmischung etwas komplizierter: Wir bestimmen den Bereich in der Ebene δ_1, δ_2 , in dem der theoretische Koeffizient $G_2 A_2$ den Messwert 0,102 annimmt. Wie vorher beschränken wir uns auf $\delta_1^2 \leq 0,01$ und $\delta_2^2 \geq 100$, während der Schwächungsfaktor $0 \leq G_2 \leq 1$ sein kann. Zu jedem Punkt dieses Bereichs gehört ein bestimmtes Zahlentriplett δ_1, δ_2 und G_2 . Wir können nun das Verhalten des Termes $G_4 A_4$ innerhalb des Be-

reichs ausrechnen, wenn wir wieder näherungsweise $G_4 \approx G_2$ setzen. Die Durchführung dieser Rechnung zeigt, dass der Term $G_4 A_4$ immer grösser als 0,01 bleibt und somit nie mit dem Messwert $0,000 \pm 0,007$ übereinstimmt. Damit wird aber der Fall (b) mit der Spinfolge $13/2 \rightarrow 5/2 \rightarrow 3/2$ ausgeschlossen.

Das Resultat unserer Messungen ist also das folgende: Der Zerfall des Hg^{197} wird im wesentlichen durch das bisher geltende Zerfallschema (Fig. 11) beschrieben. Eine kleine Beimischung von $E\ 5$ zu $M\ 4$ im ersten Übergang kann nicht ausgeschlossen werden. Der Spin des Grundzustandes ist, in Übereinstimmung mit einer in der Zwischenzeit publizierten optischen Messung³⁸⁾, $1/2$. Die e_K^- - γ -Korrelation ist gestört durch instationäre magnetische Wechselwirkung. Die auftretenden Schwächungsfaktoren sind von der Grössenordnung 0,5.

COBURN und FRANKEL²⁰⁾ haben an der gleichen Kaskade ebenfalls e_K^- - γ -Messungen durchgeführt. Ihr Resultat $G_2 A_2 = 0,11 \pm 0,02$ ist mit unsern Messungen in Übereinstimmung, erlaubt jedoch allein keine Unterscheidung zwischen den von uns diskutierten Fällen. e_K^- - e_K^- -Experimente von BREITENBERGER³⁹⁾ liefern Ergebnisse, die (unter der Annahme magnetischer Schwächung) auch mit unserm Resultat übereinstimmen.

10. Experimente an Ta^{181} .

A. Einleitung.

Der Kern Ta^{181} besitzt ein sehr grosses Quadrupolmoment und ist aus diesem Grunde Gegenstand vieler Experimente⁴⁰⁾⁴¹⁾⁴²⁾⁴³⁾ und Vergleiche mit Modellen deformierter Kerne gewesen⁴⁴⁾⁴⁵⁾. In der Interpretation der Resultate bestehen zwischen verschiedenen Autoren grosse Widersprüche. Wir setzten uns daher zum Ziel, Klarheit über diesen komplizierten Zerfall (Fig. 12 und 13) zu schaffen.

Über das Resultat dieser Experimente wird in einer separaten Arbeit berichtet werden⁴⁶⁾. Hier soll nur auf die Konversionselektronenkorrelation der Kaskade 132 keV—480 keV näher eingetreten werden.

Die bisher bekannten Ergebnisse, soweit sie die uns interessierende Kaskade 132 keV—480 keV betreffen, lassen sich folgendermassen zusammenfassen: Die von MCGOWAN⁴²⁾ vorgeschlagene Spinfolge $5/2 \rightarrow 9/2 \rightarrow 7/2$ stimmt nicht. Das folgt sowohl aus den Resultaten der von MCGOWAN selbst durchgeführten Messungen der verzögerten R. K., wie auch aus theoretischen Überlegungen⁴⁴⁾.

Unsere eigenen γ - γ -R.-K.-Messungen an ungestörten Hf-Fluss säurequellen schliessen die von MCGOWAN postulierte Spinzuord-

nung aus, stimmen jedoch sehr gut überein mit dem Zertall (für die 132 keV—480 keV-Kaskade) $1/2 \xrightarrow{E2} 5/2 \xrightarrow{M1+E2} 7/2$, mit $G_2 = G_4 = 1$ (keine Schwächung) und einem Mischungsverhältnis $\delta_2 = +6,6 \pm 0,8$. Mit Ausnahme der K -Konversionskoeffizienten^{41) 47)} passen alle

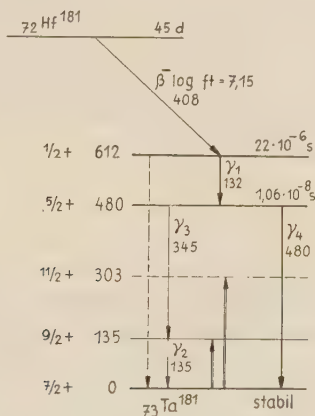


Fig. 12.

Zerfallsschema des Hf^{181} . Die Coulomb-Anregung ist durch Doppelpfeile charakterisiert.

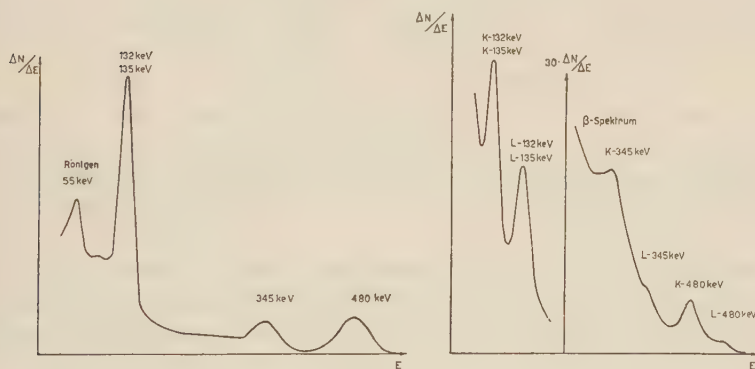


Fig. 13.

γ - und Konversionselektronen-Impulsspektrum von $\text{Hf}^{181} - \text{Ta}^{181}$. Das γ -Spektrum ist aufgenommen mit einem NaJ-Kristall und (0,3 mm Sn + 0,1 mm Cu)-Absorber, das e^- -Spektrum mit einem Anthracenkristall.

experimentellen Resultate gut in dieses Schema hinein, und auch theoretische Überlegungen⁴⁴⁾ lassen die vorgeschlagene Zuordnung als sehr wahrscheinlich erscheinen. Die Diskrepanz bei den K -Konversionskoeffizienten besteht darin, dass die experimentellen Werte von McGOWAN⁴¹⁾ und FAN⁴⁷⁾, die allerdings stark voneinander ab-

weichen, für den 480 keV-Übergang ein kleineres Mischungsverhältnis δ verlangen als unsere γ - γ -R.K.-Experimente.

Neben der besprochenen Spinfolge $1/2 \rightarrow 5/2 \rightarrow 7/2$ ergeben auch die Möglichkeiten $5/2 \rightarrow 7/2 \rightarrow 7/2$ und $9/2 \rightarrow 9/2 \rightarrow 7/2$ mit Mischungen von $M1$ und $E2$ in beiden Übergängen Übereinstimmung zwischen Theorie und γ - γ -R.K.-Experiment, sind jedoch aus andern Gründen weniger wahrscheinlich. Um allein auf Grund der R. K. entscheiden zu können, welche Spinzuordnung in Wirklichkeit zutrifft, haben wir an der 132 keV–480 keV-Kaskade zusätzliche γ - e_K^- - und e_K^- - γ -Messungen durchgeführt.

B. Quellenherstellung.

Die Aktivität Hf^{181} steht in der Form von HfO_2 -Pulver, das in der Pile von Harwell mit Neutronen bestrahlt wurde, zur Verfügung. Gegenüber Zyklotronpräparaten bringt das den Nachteil mit sich, dass neben der Aktivität immer ein grosser Anteil chemisch gleichwertigen, stabilen Materials vorhanden ist. Der Herstellung dünner und trotzdem genügend starker Quellen sind damit Grenzen gesetzt.

Nur Flußsäurequellen (HfF_4 gelöst in HF) zeigen die ungestörte R. K. Alle andern, insbesondere feste Quellen, weisen eine grosse Schwächung durch elektrische Wechselwirkung auf. Da es nicht gelingt, genügend dünne Flußsäurequellen herzustellen, benützen wir für die Konversionselektronenkorrelation feste Präparate. Die dann auftretende Störung können wir eliminieren, indem wir an jeder Quelle die γ - γ - und die γ - e_K^- -R. K. messen. Der Quotient $G_k A_k(\gamma e^-)/G_k A_k(\gamma\gamma) = A_k(\gamma e^-)/A_k(\gamma\gamma) = f_k(e_2^-, I_2, I)/f_k(\gamma_2, I_2, I)$ gibt uns dann, unabhängig von der Beeinflussung und vom ersten Übergang der Kaskade, Aussagen über die 480 keV-Linie (siehe Gleichung (3), Seite 151).

Feste, kristalline HfF_4 -Quellen wurden wie folgt hergestellt: Aktives HfO_2 wird in einem Platintiegel in HF gelöst. Durch vorsichtiges Eindampfen gewinnen wir daraus $\text{Hf}(\text{OF})_2 \times 8\text{H}_2\text{O}$. Aus einem Kohleschiffchen dampfen wir dieses auf eine aluminisierte Formvarhaut auf. Vor dem Verdampfen (Sublimieren) entweicht das Kristallwasser, so dass die aufgedampfte Schicht aus HfF_4 besteht. Die Schichtdicke lässt sich aus der bekannten spezifischen Aktivität bestimmen. Für die e^- - γ -R. K. wurden ca. $0,2 \text{ mg/cm}^2$ dicke Präparate verwendet, während bei der γ - e^- -Korrelation die grössere Elektronenenergie Quellendicken von ca. 1 mg/cm^2 zuliess.

HfF_4 -Quellen haben den Nachteil, dass infolge starker elektrischer Wechselwirkung die zu messenden Koeffizienten der Winkelverteilung sehr klein werden (Schwächungsfaktoren $G_2 \approx 0,2$). Der Fehler

von $A_2(\gamma e^-)/A_2(\gamma\gamma)$, der sich aus den Messfehlern von $G_2A_2(\gamma e^-)$ und $G_2A_2(\gamma\gamma)$ zusammensetzt, wird dadurch relativ gross. Versuche, dünne, feste Quellen herzustellen, die kleinere Schwächung aufweisen, waren ergebnislos. Es lässt sich zwar ein kubisches Hf-Salz, Rb_2HfCl_6 , herstellen, das nur eine kleine Schwächung zeigt. Es ist jedoch nur im Überschuss von HCl conc. beständig und kann daher nicht in die Form eines dünnen Präparates verarbeitet werden. Aus Rb_2HfCl_6 haben wir auch HfCl_4 gewonnen, das jedoch wie HfF_4 stark geschwächt war. Das gleiche Ergebnis zeigten die ebenfalls untersuchten Verbindungen $\text{Hf}(\text{SO}_4)_2$ und HfOCl_2 .

C. Resultate.

Wir haben zuerst die γe_K^- -R.K. untersucht, da sie in Verbindung mit $\gamma\gamma$ -Messungen unabhängig von Schwächungserscheinungen einen direkten Vergleich mit der Theorie erlaubt. Die zu messenden Anisotropien waren aus den bereits erwähnten Gründen klein, weshalb beim γe_K^- -Experiment grosse Sorgfalt auf Vermeidung von anisotropen Störeffekten verwendet werden musste. Es zeigte sich z. B., dass unsere ersten Messungen⁴⁸⁾ durch gestreute γ -Quanten verfälscht waren. Zur Behebung dieses Effekts wurden beim NaJ-Kristall seitliche Bleiabsorber angebracht. Die Messungen ergaben

$$A_2(\gamma e_K^-)/A_2(\gamma\gamma) = 0,19 \pm 0,13.$$

Der grosse Fehler ist durch die kleine Anisotropie der Winkelverteilungen und durch die geringe Intensität (niedrige K -Konversion der 480 keV-Linie) bedingt.

Die $\gamma\gamma$ -Messungen an ungestörten Flußsäurequellen stimmen mit den Zerfällen $1/2 \rightarrow 5/2 \rightarrow 7/2$, $5/2 \rightarrow 7/2 \rightarrow 7/2$ und $9/2 \rightarrow 9/2 \rightarrow 7/2$ überein für gewisse Mischungsverhältnisse im zweiten, bzw. im ersten und im zweiten Übergang. In den beiden zuletzt genannten Fällen (mit Mischungen in beiden Übergängen) ergibt die Berechnung der zugehörigen γe_K^- -R.K., dass $A_2(\gamma e_K^-)/A_2(\gamma\gamma)$ immer negatives Vorzeichen besitzt. Mit unserm Messwert ist das nicht vereinbar, d. h. die γe_K^- -Messungen schliessen sowohl die Sequenz $5/2 \rightarrow 7/2 \rightarrow 7/2$ wie auch $9/2 \rightarrow 9/2 \rightarrow 7/2$ aus. Für die Möglichkeit $1/2 \rightarrow 5/2 \rightarrow 7/2$ stimmt dagegen unser Experiment gut mit der Theorie überein für Mischungen von $M 1$ und $E 2$ im 480 keV-Übergang mit $2,8 \leq \delta_2 \leq 4,8$.

Bei der e_K^- - γ -Korrelation müssen wir wie im Falle des Hg^{197} mit

einer zusätzlichen magnetischen Schwächung der Korrelation rechnen. Das Resultat der Messungen

$$G_2(e^-_K\gamma) A_2(e^-_K\gamma)/G_2(\gamma\gamma) A_2(\gamma\gamma) = 0,74 \pm 0,07$$

ist mit der Theorie für den Zerfall $1/2 \rightarrow 5/2 \rightarrow 7/2$ ebenfalls in Übereinstimmung für Schwächungsfaktoren $0,37 \leq G_2(e^-_K\gamma)/G_2(\gamma\gamma) \leq 0,45$. Damit ist das Vorhandensein einer zusätzlichen magnetischen Wechselwirkung bei der e^- - γ -Korrelation sowohl im Falle des Hg^{197} wie des Ta^{181} nachgewiesen. Man muss demzufolge bei der e^- - γ -Korrelation und auch bei γ - γ -Kaskaden, denen ein K -Einfang vorangeht, bei $Z \approx 80$ und Lebensdauern $\tau_K \gtrsim 10^{-9}$ sec mit (zusätzlichen) Schwächungsfaktoren der Grössenordnung 0,5 rechnen.

Die Experimente der Konversionselektronenkorrelation gestatten es also, der 132 keV—480 keV-Kaskade des Hf^{181} eindeutig die Spins $1/2$, $5/2$ und $7/2$ zuzuordnen, mit einem reinen $E 2$ im ersten und einer Mischung $M 1 + E 2$ im zweiten Übergang. Da die γ - e^-_K -Korrelation ein viel kleineres A_2 aufweist als die γ - γ -R. K., muss der 480 keV-Übergang unbedingt eine Beimischung von $M 1$ zeigen, da für höhere Multipole $A_2(e^-_K\gamma)/A_2(\gamma\gamma)$ immer grösser als 1 ist.

Eine kleine Diskrepanz besteht nur beim Wert des Mischungsverhältnisses, das der 480 keV-Linie auf Grund der verschiedenen Experimente zugeordnet wird:

$$\begin{array}{ll} \gamma\text{-}\gamma\text{-R. K.} & 5,8 \leq \delta_2 \leq 7,4 \\ \gamma\text{-}e^-_K\text{-R. K.} & 2,8 \leq \delta_2 \leq 4,8 \\ (\text{Konversionskoeffizienten}) & 0,6 \leq \delta_2 \leq 2,6 \end{array}$$

Das aus den gemessenen Konversionskoeffizienten berechnete Mischungsverhältnis ist dabei als sehr unsicher zu betrachten, da die zur Verfügung stehenden experimentellen Werte sehr stark schwanken. Eine eigene Bestimmung der Konversionskoeffizienten war nicht möglich, da keine Quellen mit genügender spezifischer Aktivität zur Verfügung standen. Die theoretischen Konversionskoeffizienten sind nach den neuen Tabellen von SLIV⁴⁹⁾ berechnet worden.

Der kleine Unterschied, der zwischen den δ -Werten der γ - γ - und der γ - e^-_K -R. K. besteht, kann eventuell durch die Tatsache erklärt werden, dass nach privaten Mitteilungen von MARMIER und von SUNYAR beim Zerfall des Ta^{181} eine neue, intensitätsschwache Linie von ca. 136 keV Energie gefunden wurde. Die theoretischen Partikelparameter b_K der Konversionselektronenkorrelation werden ferner wie die Konversionskoeffizienten von ROSE⁵⁰⁾ bei hohen Z -Abweichungen von den Werten von BIEDENHARN und ROSE zeigen, was ebenfalls ein Grund für die bestehende Diskrepanz sein kann.

11. Schlussbetrachtungen.

Die Konversionselektronenkorrelation hat sich als ein wertvolles Hilfsmittel der Kernspektroskopie erwiesen. Nachdem wir am Zerfall des Cd^{111} durch Messung der γ - γ -, γ - e_K^- -, e_K^- - γ - und e_K^- - e_K^- -Korrelationen die experimentellen Methoden erprobt und die Theorie bestätigt haben, ist es gelungen, beim Zerfall des Hg^{197} mit Hilfe der e_K^- - γ -Korrelation zwischen zwei möglichen Zerfallsschemen die Entscheidung zu treffen und den Spin des Grundzustandes eindeutig zu $1/2$ festzulegen. γ - e_K^- - und e_K^- - γ -Messungen an Ta^{181} -Quellen haben das auf Grund der γ - γ -R.K. vermutete Zerfallsschema bestätigt. Gleichzeitig ist beim Hg^{197} wie beim Ta^{181} für die e^- - γ -Korrelation eine Schwächung, herrührend vom Magnetfeld der angeregten Elektronenhülle, nachgewiesen worden.

Die Schwierigkeiten, die bei Messungen der Konversionselektronenkorrelation auftreten, sind in der vorliegenden Arbeit eingehend beschrieben. Sie haben zur Folge, dass γ - e^- - und e^- - γ -Experimente nur dort zur Anwendung gelangen, wo die experimentell einfachere γ - γ -R.K. nicht zum Ziele führt. In diesen Fällen leistet jedoch die Konversionselektronenkorrelation nützliche Dienste, und sie wird auch in Zukunft zur systematischen Erforschung angeregter Kernzustände ihren Beitrag leisten.

Den Herren Dr. H. ALBERS-SCHÖNBERG, R. RUETSCHI, H. J. GERBER, P. DEBRUNNER, W. KÜNDIG und S. GYGAX sind wir für viele Diskussionen und Mithilfe bei einzelnen Messungen zu Dank verpflichtet, ebenso den Herren vom Zyklotron für die ausgeführten Bestrahlungen.

Literaturverzeichnis.

- ¹⁾ D. R. HAMILTON, Phys. Rev. **58**, 122 (1940).
- ²⁾ H. FRAUENFELDER, aus "Beta- and Gamma-ray spectroscopy" edited by K. Siegbahn (North-Holland publishing company, Amsterdam, 1955).
- ³⁾ L. C. BIEDENHARN and M. E. ROSE, Revs. Modern Phys. **25**, 727 (1953).
- ⁴⁾ M. E. ROSE, Phys. Rev. **93**, 477 (1954).
- ⁵⁾ M. FERENTZ and N. ROSENZWEIG, ANL — 5324 (1955).
- ⁶⁾ H. AEPPLI, H. ALBERS-SCHÖNBERG, H. FRAUENFELDER und P. SCHERRER, Helv. Phys. Acta **25**, 339 (1952).
- ⁷⁾ H. ALBERS-SCHÖNBERG, E. HEER, T. B. NOVEY und P. SCHERRER, Helv. Phys. Acta **27**, 547 (1954).
- ⁸⁾ H. ALBERS-SCHÖNBERG, E. HEER und P. SCHERRER, Helv. Phys. Acta **27**, 637 (1954).
- ⁹⁾ A. ABRAGAM and R. V. POUND, Phys. Rev. **92**, 943 (1953).
- ¹⁰⁾ K. ALDER, Helv. Phys. Acta **25**, 235 (1952).
- ¹¹⁾ K. ALDER, H. ALBERS-SCHÖNBERG, E. HEER und T. B. NOVEY, Helv. Phys. Acta **26**, 761 (1953).
- ¹²⁾ R. M. STEFFEN, Phil. Mag. Suppl. **4**, 293 (1955).

- 13) A. H. WARD and D. WALKER, *Nature* **163**, 168 (1949).
- 14) M. WALTER, O. HUBER und W. ZÜNTI, *Helv. Phys. Acta* **23**, 697 (1950).
- 15) D. T. STEVENSON and M. DEUTSCH, *Phys. Rev.* **83**, 1202 (1951).
- 16) F. K. MCGOWAN, *Phys. Rev.* **92**, 524 (1953).
- 17) N. GOLDBERG and S. FRANKEL, *Phys. Rev.* **93**, 1425 (1954).
- 18) R. K. GOLDEN and S. FRANKEL, *Phys. Rev.* **95**, 613 (1954).
- 19) F. GIMMI, E. HEER und P. SCHERRER, *Z. Physik* **138**, 394 (1954).
- 20) H. H. COBURN and S. FRANKEL, *Phys. Rev.* **99**, 671 (1955).
- 21) E. LOEPFLE, *Schweiz. techn. Z.* **570** (1955).
- 22) J. S. LAWSON and H. FRAUENFELDER, *Phys. Rev.* **91**, 649 (1953).
- 23) A. M. FEINGOLD and S. FRANKEL, *Phys. Rev.* **97**, 1025 (1955).
- 24) E. BREITENBERGER, *Proc. Phys. Soc. A* **66**, 846 (1953).
- 25) E. BREITENBERGER, *Phil. Mag.* **7**, 45, 497 (1954).
- 26) S. FRANKEL, *Phys. Rev.* **83**, 673 (1951).
- 27) S. FRANKEL, unpublizierte Arbeit.
- 28) S. GOUDSMIT and J. L. SAUNDERSON, *Phys. Rev.* **57**, 24 (1940).
- 29) S. GOUDSMIT and J. L. SAUNDERSON, *Phys. Rev.* **58**, 36 (1940).
- 30) K. STROHMAIER, *Z. Naturforsch.* **6a**, 508 (1951).
- 31) C. L. MCGINNIS, *Phys. Rev.* **81**, 734 (1951).
- 32) H. ALBERS-SCHÖNBERG, F. HAENNI, E. HEER, T. B. NOVEY and P. SCHERRER, *Phys. Rev.* **90**, 322 (1953).
- 33) A. DE SHALIT, O. HUBER und H. SCHNEIDER, *Helv. Phys. Acta* **25**, 279 (1952).
- 34) I. BERGSTROEM, R. D. HILL and G. DE PASQUALI, *Phys. Rev.* **92**, 918 (1953).
- 35) L. P. GILLON, K. P. GOPALAKRISHNAN, A. DE SHALIT and J. W. MIHELICH, *Phys. Rev.* **93**, 124 (1954).
- 36) R. JOLY, J. BRUNNER, J. HALTER und O. HUBER, *Helv. Phys. Acta* **28**, 403 (1955).
- 37) H. H. BOLOTIN and R. G. WILKINSON, *Phys. Rev.* **99**, 671 (1955).
- 38) F. BITTER, S. P. DAVIS, B. RICHTER and J. E. R. YOUNG, *Phys. Rev.* **96**, 1531 (1954).
- 39) E. BREITENBERGER, *Nature* **173**, 737 (1954).
- 40) T. HUUS and C. ZUPANCIC, *Dan. Mat. Fys. Medd.* **28**, Nr. 1 (1953).
- 41) F. K. MCGOWAN, *Phys. Rev.* **93**, 163 (1954).
- 42) F. K. MCGOWAN, *Phys. Rev.* **93**, 471 (1954).
- 43) E. HEER, R. RÜETSCHI und P. SCHERRER, *Z. Naturforsch.* **10a**, 834 (1955).
- 44) G. ALAGA, K. ALDER, A. BOHR and B. R. MOTTELSON, *Dan. Mat. Fys. Medd.* **29**, Nr. 9 (1955).
- 45) B. R. MOTTELSON and S. G. NIELSON, *Phys. Rev.* **99**, 1615 (1955).
- 46) P. DEBRUNNER, E. HEER, W. KÜNDIG und R. RÜETSCHI, erscheint in *Helv. Phys. Acta*.
- 47) C. Y. FAN, *Phys. Rev.* **87**, 252 (1952).
- 48) F. GIMMI, E. HEER und P. SCHERRER, *Helv. Phys. Acta* **28**, 470 (1955).
- 49) L. A. SLIV, Tabellen der K-Konversionskoeffizienten, unpubliziert.
- 50) M. E. ROSE, G. H. GOERTZEL, B. I. SPINRAD, J. HARR and P. STRONG, *Phys. Rev.* **83**, 79 (1951).

Bericht über die Tagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft

in Zofingen, am 5./6. Mai 1956

Präsident: Prof. Dr. W. PAULI (Zürich),
Vizepräsident: Prof. Dr. J. ROSSEL (Neuchâtel),
Sekretäre: Dr. K. P. MEYER (Basel),
Dr. A. P. SPEISER (Oberrieden).

Geschäftlicher Teil.

Als ordentliche Mitglieder wurden aufgenommen: Fräulein F. DÉRIAZ (Zürich) und die Herren F. BALDUZZI (Zürich), W. BEUSCH (Zürich), F. BUMILLER (Stanford), P. CORNAZ (Lausanne), G. DE COULON (Zürich), P. DEBRUNNER (Zürich), E. DOSER (Aarau), H. J. GERRITSEN (Zürich), B. HAHN (Fribourg), F. HÄNNI (Bern), F. HERLACH (Zürich), T. KNELLWOLF (Zürich), W. KÜNDIG (Zürich), CH. LANG (Bern), P. LEHMANN (Winterthur), J. M. PICTET (Lausanne), W. RUPPEL (Zürich), R. SOMMERHALDER (Zürich), S. STEINEMA (Neuchâtel), H. WILD (Fribourg), W. WINKLER (Zürich), H. ZOLLER (Neuhausen a. Rhf.).

Die S.P.G. zählt zur Zeit 482 Mitglieder.

Der Jahresbericht, die Jahresrechnung und der Revisorenbericht werden vorgelegt und genehmigt.

Prof. M. FIERZ, Redaktor der Helvetica Physica Acta, erstattet Bericht über die Situation unserer Zeitschrift.

Prof. A. PERRIER, Präsident des Schweiz. National-Komitees für Physik, ergänzt seinen allen Mitgliedern zugehenden schriftlichen Bericht durch einige Bemerkungen.

Zum Abschluss dieser Frühjahrstagung trafen sich am Sonntagmittag ungefähr 40 Personen zu einem Ausflug nach Schloss Wikon.

Die nächste Tagung wird im Rahmen der 136. Jahresversammlung der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft am 22./23. September 1956 in Basel stattfinden.

Wissenschaftlicher Teil.

Einige Beiträge aus dem Gebiete der angewandten Physik erscheinen in der „Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik (ZAMP)“.

Untersuchungen des Einflusses von Gitterbaufehlern auf die magnetische Suszeptibilität von Germanium

von G. BUSCH, N. HELFER und O. VOGT
(Physikalisches Institut der ETH., Zürich).

Die Massensuszeptibilität χ_L der Ladungsträger in Ge sollte sich für Nichtentartung zusammensetzen aus dem Spinparamagnetismus und dem Diamagnetismus quasifreier Ladungsträger:

$$\chi_L = \frac{1}{\varrho} \frac{\mu^2}{3k} (3 - \bar{F}^2) \frac{n}{T}$$

ϱ = Dichte; k = Boltzmannsche Konst.; T = absolute Temperatur;
 F = effektive Freiheitszahl; μ = Bohrsches Magneton; n = Ladungsträger/cm³.

Die Messungen von BUSCH und HELFER¹⁾ lassen sich auf Grund dieser Formel jedoch nicht vollständig erklären; vor allem wird das Auftreten einer thermischen Hysteresis nicht erfasst. Es wurden daher Versuche unternommen, um abzuklären, ob Gitterbaufehler, insbesondere Leerstellen und Dislokationen die Suszeptibilität von Ge wesentlich beeinflussen.

Das magnetische Moment einer Leerstelle im Kristallgitter lässt sich nur schwer abschätzen, da sowohl die Absättigungsverhältnisse der Spins als auch die Freiheitszahlen der Ladungsträger im Bereich der Leerstellen nicht eindeutig bekannt sind. Über die magnetische Wirksamkeit von Dislokationen ist ebensowenig bekannt.

In reinen Ge-Proben wurde versucht, einerseits durch Abschrecken Leerstellen, andererseits durch plastische Deformation Dislokationen zu erzeugen. An einer Ge-Probe wurde während des Abschreckens die Temperatur in Funktion der Zeit in verschiedenen Medien gemessen. Die Resultate zeigen insbesondere, dass man auch beim Abkühlen allein durch Strahlung im Vakuum noch grosse Abschreckgeschwindigkeiten erhält. Man kann leicht abschätzen, dass sie zum „Einfrieren“ von Gitterdefekten sicher ausreichend sind. Wir haben unsere Proben in einer abgeschmolzenen Glasapparatur im Hochvakuum (besser als 10⁻⁶ mm Hg) abgeschreckt. Die Proben wurden durch Stromdurchfluss geheizt, wobei die Stromzuführung ebenfalls aus hochreinem Ge bestand. Vor dem Erhitzen wurden die Proben durch sukzessives Ätzen in Königs-

wasser, H_2O_2 und KCN mit nachfolgendem Spülen in deionisiertem Wasser gereinigt. Abgeschreckt wurde durch Abschalten des Heizstromes bei 850°C . Die Proben waren einkristalline Stäbchen von $4/4/50\text{ mm}$ Ausdehnung.

READ²⁾ hat für das elektrische Verhalten von Dislokationen in Ge gute Erklärungen geben können, indem er als Modell lange Reihen aufgebrochener Valenzen gebrauchte (dangling electrons). Falls sich die Spins solcher Elektronen nicht gegenseitig absättigen, muss die Dislokation Anlass zu einer bedeutenden Magnetisierung geben. Wir haben Ge-Stäbchen im Hochvakuum (besser als 10^{-6} Hg) durch Stromdurchfluss auf 650°C aufgeheizt und zu einem Radius von 50 mm plastisch verbogen. Dabei entstehen wenigstens 10^7 Dislokationen/ cm^2 , wie PEARSON, READ und MORIN³⁾ an Schlifffbildern zeigten. Beim ganzen Biegeprozess kommt die Probe nur mit hochreinem Ge in Berührung.

Sowohl beim reinen als auch beim gedopten Ge (mit In und Sb) ist die Suszeptibilität im Bereiche unserer Empfindlichkeit nicht von Gitterdefekten oder Dislokationen abhängig. READ und PEARSON⁴⁾ resp. STEVENS, CLELAND, CRAWFORD und SCHWEINLER⁵⁾ ziehen aus andersartigen Experimenten analoge Schlüsse. Zulegen von Cu oder Au ändert die Suszeptibilität von Ge ebenfalls nicht. Die früher beobachtete Hysterese lässt sich durch die oben erwähnte Oberflächenbehandlung vermeiden. Unsere Untersuchungen werden Gegenstand einer ausführlichen Publikation sein.

Literatur.

- 1) G. BUSCH und N. HELFER, *Helv. Phys. Acta* **27**, 201 (1954).
- 2) W. T. READ, *Phil. Mag.* **45**, 775 (1954).
- 3) G. L. PEARSON, W. T. READ und F. J. MORIN, *Phys. Rev.* **93**, 666 (1954).
- 4) W. T. READ und G. L. PEARSON, *Rep. Bristol Conf. on Defects in Cryst. Solids*, 1954, S. 144.
- 5) D. K. STEVENS, J. W. CLELAND, J. H. CRAWFORD und H. C. SCHWEINLER, *Phys. Rev.* **100**, 1084 (1955).

Die magnetische Suszeptibilität von Silizium und intermetallischen Verbindungen

von G. BUSCH und R. KERN (Physikalisches Institut der ETH., Zürich).

In einer systematischen Untersuchung der magnetischen Eigenschaften diamantähnlicher Halbleiter wurden die magnetischen Suszeptibilitäten von*) Si, GaP, GaAs, GaSb, InP, $\text{InP}_{0.2}\text{As}_{0.8}$ und InAs von 60°K bis unter den entsprechenden Schmelzpunkt

*) Dem Forschungslaboratorium der Siemens-Schuckert-Werke AG. danken wir für die Überlassung von 8 Proben.

gemessen. Die Messung erfolgte mit $\pm 3\%$ absoluter und $\pm 10/_{00}$ relativer Genauigkeit. Die Suszeptibilität von GaP, GaAs und InP erweist sich als empfindlich gegen thermische Behandlung. GaAs zeigt ausserdem zu Beginn der Messung einen unreproduzierbaren Temperaturverlauf.

Wie schon bei α -Sn¹⁾, Ge²⁾³⁾ und InSb⁴⁾⁵⁾ beobachtet wurde, nimmt auch der Diamagnetismus dieser Halbleiter oberhalb einer charakteristischen Temperatur*) $T_B [^{\circ}\text{K}] \cong 1000 \cdot \Delta E [\text{eV}]$ mit steigender Temperatur zu (Hochtemperaturast). BUSCH und MOOSER¹⁾ und später ENZ⁶⁾ haben an α -Sn und Ge quantitativ nachgewiesen, dass dieses Verhalten durch freie Ladungsträger bedingt ist, deren Zahl mit wachsender Temperatur exponentiell ansteigt. Während die diamagnetische Suszeptibilität bei T_B ein Minimum durchläuft, steigt sie unterhalb T_B mit sinkender Temperatur annähernd linear an (Tieftemperaturast). Dieser Anstieg scheint in den meisten Fällen nicht von den wenigen bei tiefen Temperaturen vorhandenen freien Ladungsträgern herzurühren und ist somit charakteristisch für das reine Material. STEVENS und CRAWFORD²⁾ interpretieren diesen Anstieg als temperaturabhängige Atomsuszeptibilität.

Für die Atomsuszeptibilität**) $\chi_A = \chi_{\text{ion}} + \chi_{\text{val.}}$, welche sich aus einem Beitrag χ_{ion} der Elektronen auf inneren Schalen und einem Beitrag $\chi_{\text{val.}}$ der Valenzelektronen zusammensetzt¹⁾⁷⁾, ergeben die vorliegenden Messungen***) (vgl. Tabelle) eine gewisse Gesetzmässigkeit: mit wachsender mittlerer Elektronenzahl pro Atom nimmt die Suszeptibilität annähernd linear zu. Die von anderen Autoren bestimmten Werte für GaN⁸⁾, InN⁸⁾, AgJ⁹⁾ und Diamant¹⁰⁾ ordnen sich gut in dieses Schema ein. Substanzen mit gleicher mittlerer Elektronenzahl (isoelektronische Reihe) haben meistens vergleichbare χ -Werte. Nur Si¹¹⁾, Ge und weniger ausgeprägt auch GaSb weisen zu kleine Werte auf.

Die ebenfalls in die Tabelle eingetragenen abgeschätzten χ_A -Werte wurden wie folgt ermittelt. χ_{ion} entnehmen wir einer Zusammenstellung von KLEMM¹²⁾. $\chi_{\text{val.}}$ wurde mit Hilfe der Larmor-Langevin-Formel⁷⁾ $\chi_{\text{val.}} = -2,832 \cdot 10^{10} \sum r_i^2$ berechnet, wobei für r_i die von PAULING und HUGGINS¹³⁾ angegebenen kovalenten Radien eingesetzt wurden. Es fällt auf, dass für die beiden aus der Systematik herausfallenden Substanzen Si und Ge der gemessene

*) Eine ausführliche Arbeit folgt demnächst in Helv. Phys. Acta.

**) Sämtliche χ -Werte sind hier für Elemente auf das Atomgewicht A, für Verbindungen auf das über die Formeleinheit gemittelte Atomgewicht A^* bezogen.

***) Anstatt χ_A werden in der Tabelle die direkt gemessenen χ -Werte bei Zimmertemperatur, also die Summe von χ_A und der Ladungsträgersuszeptibilität χ_L , angegeben, da χ_L meistens nur einige Prozent von χ_A beträgt.

χ -Wert nahe dem χ_{ion} -Wert liegt. Es scheint daher, als ob hier die Valenzelektronen nicht zur Suszeptibilität beitragen.¹⁴⁾

Tabelle.

Die magnetische Suszeptibilität einiger Halbleiter.

Mittlere Elektronen-zahl pro Atom	Substanz	Mittleres Atom-gewicht	Struktur	Gitterkonstante in Å	$-\chi_{\text{ion}}$ 10 ⁶ nach KLEMM	$-\chi_{\text{val.}}$ 10 ⁶ n. PAULING	$-\chi_A$ 10 ⁶ abgeschätzt	$-\chi_{\text{exp.}}$ 10 ⁶ bei 290° K
6	Diamant ¹⁰⁾	12,01	A 4	3,56	0,1	6,7	6,8	5,88
14	Si	28,06	A 4	5,417	1,5	15,5	17,0	3,12
19	GaN ⁸⁾	41,87	B 4	a = 3,17 c = 5,15	4	10,2	14,2	13,9
23	GaP	50,37	B 3	5,436	4,5	15,3	19,8	13,8
28	InN ⁸⁾	64,38	B 4	a = 3,53 c = 5,69	9,5	12,3	21,8	20,6
32	GaAs	72,34	B 3	5,635	7	16,6	23,6	16,2
32	Ge	72,60	A 4	5,647	7	16,9	23,9	7,63
32	InP	72,89	B 3	5,86	10	17,4	27,4	($\chi_A = 6,6$) 22,8
39	InP _{0,2} As _{0,8}	89,47	B 3	6,00	12	18,4	30,4	25,5
41	InAs	94,86	B 3	6,04	12,5	18,7	31,2	28,6
41	GaSb	95,75	B 3	6,118	11	20,0	31,0	($\chi_A \cong 27$) 19,2
50	α -Sn	118,70	A 4	6,46	16	22,2	38,2	($\chi_A = 18,5$) 39
50	InSb	118,27	B 3	6,475	16,5	21,9	38,4	($\chi_A = 31,5$) 33,2
50	AgJ ⁹⁾	117,40	B 3	6,47	17	19,6	36,6	($\chi_A = 32,9$) 42,2

Literaturverzeichnis.

- 1) G. BUSCH und E. MOOSER, *Helv. Phys. Acta* **26**, 611 (1953).
- 2) D. K. STEVENS und J. H. CRAWFORD, *Phys. Rev.* **92**, 1065 (1953); D. K. STEVENS, J. W. CLELAND, J. H. CRAWFORD und H. C. SCHWEINLER, *Phys. Rev.* **100**, 1084 (1955).
- 3) G. BUSCH und O. VOGT, erscheint gleichzeitig in *Helv. Phys. Acta*; G. BUSCH und N. HELFER, *Helv. Phys. Acta* **27**, 201 (1954).
- 4) D. K. STEVENS und J. H. CRAWFORD, *Phys. Rev.* **99**, 487 (1955).
- 5) F. KNEUBÜHL, Dipl.-Arbeit ETH. 1955 (unveröffentlicht).
- 6) CH. ENZ, *Helv. Phys. Acta* **28**, 158 (1955).
- 7) K. LONSDALE, *Proc. Roy. Soc. [A]* **159**, 149 (1937).
- 8) R. JUZA und H. HAHN, *Z. anorg. allg. Chem.* **241**, 172 (1939).
- 9) ST. MEYER, *Ann. Phys. [N. F.]* **69**, 240 (1899).
- 10) M. OWEN, *Ann. Phys. [4]* **37**, 657 (1912).
- 11) D. K. STEVENS und J. H. CRAWFORD, *Bull. Amer. Phys. Soc. II* 1/3 F 6 (1956).
- 12) W. KLEMM, *Z. anorg. allg. Chem.* **250**, 223 (1942).
- 13) L. PAULING und M. L. HUGGINS, *Z. Krist.* **87**, 205 (1934).
- 14) J. A. KRUMHANSL und H. BROOKS, *Bull. Amer. Phys. Soc. II* 1/3, F 5 (1956).

Neue halbleitende Verbindungen mit diamantähnlicher Struktur

von G. BUSCH, E. MOOSER und W. B. PEARSON*)
(Physikalisches Institut der ETH., Zürich).

Vor einiger Zeit machten GOODMAN und DOUGLAS¹⁾ die Mitteilung, dass die in der diamantähnlichen Chalkopyritstruktur kristallisierenden Verbindungen der Form ABX_2 Halbleiter sind. Dabei stehen für A wahlweise die Elemente Cu und Ag zur Verfügung, für B die Elemente Al, Ga, In und in einigen Fällen auch Tl und schliesslich für X die Elemente S, Se und Te.

Ersetzt man die vier in der Elementarzelle enthaltenen einwertigen Metalle (Cu, Ag) durch zwei zweiwertige (Zn, Cd, Hg), so kommt man zu einer Gruppe von 24 Verbindungen, deren Struktur sich nach HAHN und Mitarbeitern²⁾ von der Chalkopyritstruktur nur dadurch unterscheidet, dass pro Elementarzelle zwei Metallplätze unbesetzt bleiben. Wie bei den Chalkopyriten ergibt sich ein Total von 8 Valenzelektronen pro Chalkogenatom. Das bedeutet aber, dass die für das Auftreten einer Halbleiterbindung in einem Kristall notwendigen Bedingungen³⁾ auch hier erfüllt sind, und man durfte daher für diese Chalkogenide Halbleitereigenschaften erwarten. Diese Erwartung wurde durch Leitfähigkeitsmessungen an $ZnIn_2Se_4$, $HgIn_2Se_4$, $ZnIn_2Te_4$ und $CdIn_2Te_4$ aufs beste bestätigt. Die aus dem Temperaturgang der Leitfähigkeiten bestimmten Aktivierungsenergien ΔE sind in der Tabelle zusammengestellt. Man erkennt daraus deutlich die Tendenz der Aktivierungsenergie, innerhalb einer Reihe ähnlich zusammengesetzter Halbleiter mit zunehmendem Molekulargewicht abzunehmen.

Tabelle.

$ZnIn_2Se_4$: $\Delta E = 2,6 \text{ eV}$	$ZnIn_2Te_4$: $\Delta E = 1,4 \text{ eV}$
$HgIn_2Se_4$: $\Delta E = 0,6 \text{ eV}$	$CdIn_2Te_4$: $\Delta E = 0,9 \text{ eV}$

Im Hinblick auf mögliche technische Anwendungen dieser neuen Halbleiter sei darauf hingewiesen, dass sich der Homogenitätsbereich der ternären Phasen nicht auf die stöchiometrische Zusammensetzung beschränkt. Bewegt man sich nämlich z. B. im Zustandsdiagramm des Systems Zn-In-Te auf einem Schnitt von In_2Te_3 nach $ZnTe$, so erstreckt sich darauf der Homogenitätsbereich von 30 bis 65 Molprozent $ZnTe$. Es wird daher möglich sein, die charakteristischen Halbleiterdaten des $ZnIn_2Te_4$ wenigstens innerhalb gewisser Grenzen kontinuierlich zu verändern. Ob indessen die hier beschriebenen Halbleiter je technische Bedeutung erlangen werden,

*) Division of Physics, National Research Council, Ottawa, Canada.

hängt wesentlich davon ab, wie rein sie sich darstellen lassen. Untersuchungen in dieser Richtung werden zur Zeit ausgeführt.

Zum Schlusse möchten wir nicht versäumen, Herrn H. SCHADE für die Ausführung der Leitfähigkeitsmessungen herzlich zu danken.

Literatur.

- ¹⁾ C. H. I. GOODMAN und R. W. DOUGLAS, *Physica* **20**, 1107 (1954).
- ²⁾ H. HAHN, G. FRANK, W. KLINGLER, A. D. STÖRGER und G. STÖRGER, *Z. anorg. allg. Chem.* **279**, 241 (1955).
- ³⁾ E. MOOSER und W. B. PEARSON, *Phys. Rev.* **101**, 1608 (1956). Eine ausführliche Arbeit erscheint demnächst im *Journal of Electronics*.

Die elektrischen Eigenschaften einiger ternärer Verbindungen mit Fluoritstruktur

von P. JUNOD, E. MOOSER und H. SCHADE
(Physikalisches Institut der ETH., Zürich).

Ersetzt man in den im Fluoritgitter kristallisierenden Verbindungen Mg_2Ge , Mg_2Sn und Mg_2Pb einerseits die vierwertigen Metalle durch As, Sb und Bi und anderseits eines der beiden Mg-Atome durch das einwertige Li, so kommt man zu einer Reihe ternärer Verbindungen, die immer noch eine Fluoritstruktur aufweisen, nämlich: LiMgAs , LiMgSb und LiMgBi .

Nimmt man an, dass in diesen Verbindungen ein Elektron von den Elementen der Gruppe V zum Li übergeht, schreibt man also z. B. Li MgSb^+ , so erkennt man sofort, dass sich hier dieselben Bindungen ausbilden können wie in Mg_2Sn , dessen elektrische Eigenschaften in neuester Zeit von verschiedenen Autoren eingehend untersucht wurden. Hier wie dort sind die Bedingungen für das Bestehen einer „Halbleiterbindung“¹⁾ erfüllt, und es war vorauszusehen, dass die ternären Verbindungen Halbleiter sind. In der Tat zeigen Proben der Zusammensetzung LiMgSb und LiMgBi den für Halbleiter charakteristischen Anstieg der Leitfähigkeit mit der Temperatur. Die daraus bestimmten Aktivierungsenergien sind $\Delta E = 0,7$ eV für LiMgSb und $\Delta E = 0,4$ eV für LiMgBi . Wegen der Flüchtigkeit von As war es leider bis jetzt nicht möglich, für genaue Leitfähigkeitsmessungen brauchbare Proben von LiMgAs herzustellen. Indessen kann mit Sicherheit gesagt werden, dass auch diese Verbindung ein Halbleiter ist.

Nun lässt sich in den Sb- und Bi-Verbindungen das Lithium durch Kupfer ersetzen, ohne dass dabei die Struktur verändert würde.

Allerdings verteilen sich nun die Atome in anderer Weise auf die verschiedenen Gitterplätze, indem das Kupfer auf die vorher von Sb und Bi eingenommenen achtfach koordinierten Plätze zu liegen kommt²⁾. Man kann leicht zeigen, dass sich unter diesen veränderten Bedingungen keine Halbleiterbindungen mehr ausbilden können. Obwohl die Valenzelektronenzahl bei der Substitution Cu-Li erhalten bleibt, besitzen daher die Cu-Verbindungen mit einer Leitfähigkeit von $\sigma \approx 10^4 \Omega^{-1} \text{ cm}^{-1}$ bei Zimmertemperatur metallische Eigenschaften.

In diesem Zusammenhang ist es interessant zu erwähnen, dass ein ähnlicher Übergang von halbleitenden zu metallischen Eigenschaften bei einer Umbesetzung der Gitterplätze auch in der Perowskitstruktur gefunden wird. Während nämlich BaTiO_3 ³⁾ ein Halbleiter ist, zeigt ZnCMn_3 ⁴⁾, bei dem das Übergangselement auf die Sauerstoffplätze des BaTiO_3 zu liegen kommt, ein metallisches Verhalten.

Schliesslich sei beigefügt, dass auch beim Übergang vom normalen zum inversen Spinell eine Erhöhung der Leitfähigkeit beobachtet wird. Allerdings genügt hier der Platzwechsel der zwei- und dreiwertigen Ionen nicht, die Halbleitung völlig zu zerstören, sondern er ist lediglich mit einer starken Erniedrigung der Aktivierungsenergie verbunden⁵⁾.

Die Autoren möchten auch an dieser Stelle Herrn Prof. Dr. F. LAVES für die Überlassung einiger unveröffentlichter Manuskripte und Herrn Dr. W. B. PEARSON für anregende Diskussionen herzlich danken.

Literatur.

¹⁾ E. MOOSER und W. B. PEARSON, Phys. Rev. **101**, 1608 (1956).

²⁾ H. NOWOTNY und W. SIBERT, Z. Metallkunde **33**, 391 (1941).

³⁾ G. BUSCH, H. FLURY und W. MERZ, Helv. Phys. Acta **21**, 212 (1948).

⁴⁾ R. G. BUTTERS und H. P. MYERS, Phil. Mag. **46**, 132 (1955).

⁵⁾ E. J. W. VERWEY, P. W. HAAYMAN und F. C. ROMEJIN, J. Chem. Phys. **15**, 181 (1947).

Zur Frage der Halbleitung in Verbindungen von Elementen der I. bis III. Gruppe des periodischen Systems

von P. JUNOD und E. MOOSER (Physikalisches Institut der ETH., Zürich).

Die intensive Forschung auf dem Gebiete der Halbleiter, insbesondere aber die Entdeckung vieler neuer, halbleitender Verbindungen in den letzten fünf Jahren hat es ermöglicht, eine „Halbleiterbindung“¹⁾, d. h. eine für Halbleiter charakteristische chemische Bindung zu definieren. Diese Halbleiterbindung ist wesentlich ko-

valent, und die an ihr beteiligten Elektronen füllen die s - und p -Bahnen der Valenzschale mindestens eines Atoms pro Formeleinheit vollständig auf. Das Auftreten gefüllter s - und p -Bahnen zeichnet die Halbleiter ebenso eindeutig vor den Metallen aus, wie die vom Bändermodell her bekannte, vollständige Besetzung des Valenzbandes.

Durch Ausbilden kovalenter Bindungen mit seinen Nachbarn kann ein Atom nur so viele Elektronen zusätzlich in seine Valenzschale aufnehmen, wie seine Wertigkeit angibt. Wird seine Wertigkeit nicht durch Ionisation erhöht, so kann es daher seine äussersten acht Elektronenbahnen nur auffüllen, wenn es selbst mindestens vier Valenzelektronen besitzt, d. h. in einer der Nebengruppen IV

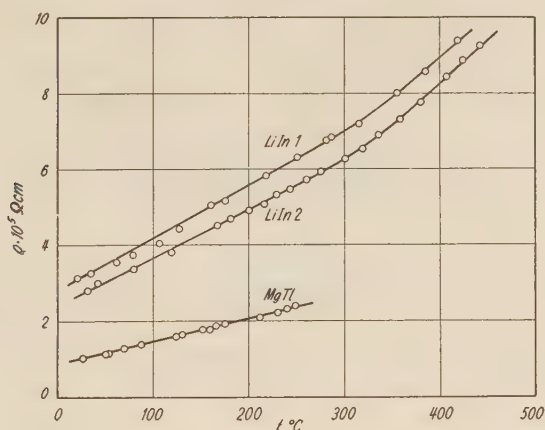


Fig. 1.

bis VII liegt. Tatsächlich sind Halbleitereigenschaften nur in Verbindungen festgestellt worden, die Elemente aus der rechten Hälfte des periodischen Systems enthalten.

Tritt nun aber eine Ionisation auf, wie sie z. B. in InSb beobachtet wird, indem dort ein Elektron vom Sb zum In übergeht, so können auch Elemente z. B. der III. Nebengruppe ihre s - und p -Bahnen auffüllen. Wie KREBS und SCHOTTKY²⁾ gezeigt haben, liegt die Annahme eines solchen Elektronenübergangs in der Verbindung LiIn nahe. Hier bilden nämlich die In-Atome für sich ein Diamantgitter, in dessen Lücken sich, wiederum im Diamantgitter angeordnet, die Li-Atome befinden. Durch einfache negative Ionisation des In wäre dieses in der Lage, vier Tetraederbindungen mit seinen vier In-Nachbarn einzugehen. Nun ergibt aber eine Diskussion der Atomabstände in LiIn auf Grund der kovalenten Radien der Verbindungspartner (siehe z. B. L. PAULING³⁾), dass nur ein unvollständiger

Elektronenübergang stattfindet und dass die an den Li-Atomen bleibenden Elektronen unabgesättigte Li-Li- und Li-In-Bindungen eingehen*). Damit aber sind die Bedingungen für das Bestehen einer Halbleiterbindung in LiIn durchbrochen, und erwartungsgemäss zeigt der elektrische Widerstand zweier LiIn-Proben (Fig. 1) den für Metalle charakteristischen Anstieg mit zunehmender Temperatur.

Ähnlich liegen die Verhältnisse in MgTl und den dazu isomorphen II-III-Verbindungen. Ein Übergang der zwei Elektronen des Mg zum Tl würde im Teilgitter der Tl-Ionen auf Bindungsverhältnisse führen, wie sie in dem bekannten Halbleiter PbS beobachtet werden. Wiederum sind die Atomabstände so, dass (unabgesättigte) Mg-Mg- und Mg-Tl-Bindungen bestehen müssen. Man findet daher auch in MgTl einen metallischen Widerstandsverlauf (Fig. 1).

Da die hier untersuchten I-III- und II-III-Verbindungen metallisch sind, obwohl ihre Strukturen das Auftreten einer Halbleiterbindung als möglich erscheinen lassen, darf wohl geschlossen werden, dass es überhaupt keine Halbleiter gibt, die nur Elemente der ersten drei Gruppen des periodischen Systems enthalten.

Literatur.

- 1) E. MOOSER und W. B. PEARSON, Phys. Rev. **101**, 1608 (1956).
- 2) H. KREBS und W. SCHOTTKY, Halbleiterprobleme I (Fried. Vieweg & Sohn, Braunschweig 1954).
- 3) L. PAULING, J. Amer. Chem. Soc. **69**, 542 (1947).

Bemerkungen zum Metall-Eigenhalbleiter-Kontakt

von G. BUSCH (Physikalisches Institut der ETH., Zürich.)

Der Verlauf des Potentials in der Randschicht eines Metall Halbleiter-Kontakts ist für den Fall der Störstellen-Halbleitung mit und ohne Berücksichtigung von Oberflächenzuständen mehrfach untersucht worden¹⁻⁸). Dem Kontakt Metall-Eigenhalbleiter ist bis jetzt jedoch wenig Beachtung geschenkt worden.

Unter der Annahme eines idealen Kontakts zwischen einem Metall- und einem Eigenhalbleiter, d. h. bei Abwesenheit von gitterfremden Zwischenschichten und Oberflächenzuständen bildet sich im Halbleiter eine positive oder negative Raumladungsschicht aus, je nachdem die Austrittsarbeit des Metalles Φ_M grösser oder kleiner ist als die des Halbleiters Φ_H . Fig. 1 zeigt schematisch den Verlauf der

*) In den andern zu LiIn isomorphen I-III Verbindungen treten ähnliche Verhältnisse auf.

Elektronenenergie in der Nähe der Randzone im stromlosen Zustand und für den Fall $\Phi_M > \Phi_H$. Im Halbleiter entsteht bei ebener Trennfläche und homogenen, isotropen Leitern eine nur von x abhängige Diffusionsspannung $V(x)$ und eine Raumladungsdichte $\varrho(x)$. Diese lassen sich auf Grund der Poissonschen Gleichung für den Fall der Nicht-Entartung, d. h. für hinreichend kleine Elektronen- bzw. Löcher-Konzentration in der Randschicht, leicht berechnen.

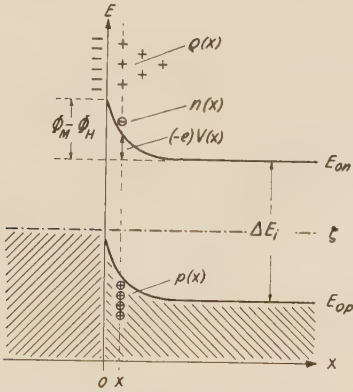


Fig. 1.
Idealer Metall-Eigenhalbleiter-Kontakt.

Mit den Abkürzungen:

$$y = \frac{-e}{kT} \cdot V(x), \quad \alpha = \text{Th} \left(\frac{\Phi_M - \Phi_H}{4kT} \right), \quad \beta = \left(\frac{2^5 e^4 m^3 kT}{\pi \epsilon^2 \hbar^6} \right)^{1/4} e^{-\frac{\Delta E_i}{4kT}}$$

ergibt sich die Lösung

$$y = 4 \cdot \text{Ar Th} \{ A \cdot e^{-\beta x} \}. \tag{1}$$

Fig. 2 zeigt den Potential-Verlauf in Ge und α -Sn unter Annahme einer Differenz der Austrittsarbeiten $\Phi_M - \Phi_H = 0,04$ eV. Der steile Abfall sowie die geringe Dicke der Randschicht im Falle des α -Sn sind bemerkenswert.

An der Stelle $x = 0$ entsteht eine maximale Feldstärke

$$E(0) = \beta \frac{kT}{e} \cdot \frac{\alpha}{1 - \alpha^2}. \tag{2}$$

Ferner ergibt sich für die an der Metalloberfläche influenzierte, von der Grösse der Elektronenladung unabhängige Ladung pro cm^2

$$P = \left(\frac{\epsilon kT}{2\pi} n_i \right)^{1/2} \frac{\alpha}{1 - \alpha^2}, \tag{3}$$

wobei

$$n_i^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{mkT}{\pi \hbar^2} \right)^3 e^{-\frac{\Delta E_i}{kT}}$$

die Inversionsdichte ohne Berücksichtigung der Grösse der effektiven Massen und ε die Dielektrizitätskonstante des Halbleiters bedeuten. Für α -Sn ergibt sich mit $\Phi_M - \Phi_H = 0,04$ eV und $T = 300^\circ$ K eine Ladungsdichte $P = 1,4 \times 10^{-6}$ Coul/cm². Allgemein ist aus (3) ersichtlich, dass die Ladungsdichte um so höher wird, je grösser die Dielektrizitätskonstante, die Inversionsdichte und die

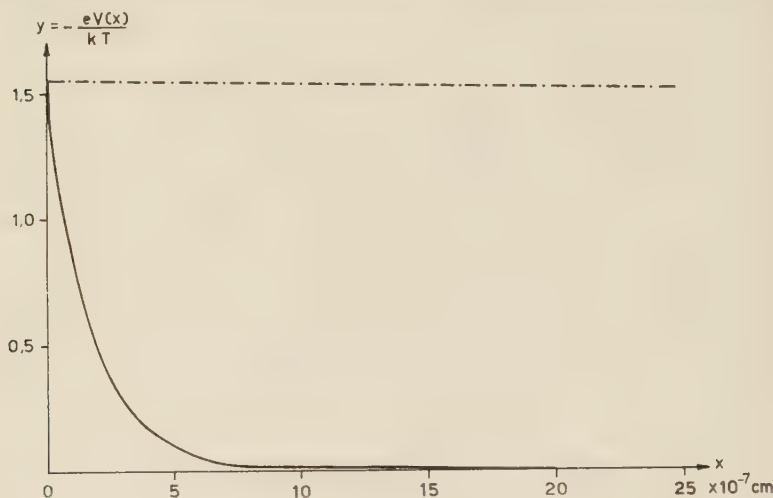


Fig. 2.

Verlauf der Randschicht-Potentiale in α -Sn (—) und Ge (---).
 $\Phi_M - \Phi_H = 0,04$ eV

Differenz der Austrittsarbeiten sind. Übersteigt die Differenz der Austrittsarbeiten etwa die halbe Aktivierungsenergie des Eigenhalbleiters, so ist Entartung des Elektronen- bzw. Löchergases in der Randzone zu erwarten, wodurch die Rechnung erheblich komplizierter wird. Diese Ergebnisse stehen mit dem Problem der Reibungselektrizität in engem Zusammenhang.

Literatur.

- 1) W. SCHOTTKY, Z. Phys. **113**, 367 (1939); **118**, 339 (1942).
- 2) N. F. MOTT und R. W. GURNEY, Electronic Processes in Ionic Crystals, Oxford University Press 1940.
- 3) H. Y. FAN, Phys. Rev. **61**, 365 (1941); **62**, 388 (1942).
- 4) W. SHOCKLEY, Bell System tech. J. **28**, 435 (1949).
- 5) S. M. SKINNER, J. appl. Phys. **26**, 498, 509 (1955).
- 6) C. G. B. GARRETT, W. H. BRATTAIN, Phys. Rev. **99**, 376 (1955).
- 7) R. H. KINGSTON, J. appl. Phys. **27**, 101 (1955).
- 8) D. O. VAN OSTENBURG und D. J. MONTGOMERY, Bull. Amer. Phys. Soc. II/1, Nr. 4, 204 (1956).

Form and Thickness of Trap-Dominated Space-Charge Layers

by ALBERT ROSE (Laboratories RCA Ltd., Zurich).

It is common practice to compute the thickness of the exhaustion layer at the surface or interface of transistor materials in terms of the density of free carriers. This is a valid procedure since in these materials the free carrier density is usually greater than the density of trapped charges. On the other hand, the great majority of semi-conductors having resistivities more than 10^2 ohm-cm are likely to have more charges in traps than in the free states. If these traps were highly localized at one energy level, lying close to or above the FERMÍ level, the properties of the exhaustion layer, that is, its form, thickness and dependence on voltage, would be similar to the properties of the exhaustion layer in materials in which the free carrier density was dominant. One need only replace the density of free carriers by the density of trapped carriers.

There are many relatively insulating materials, however, in which there is good evidence that the trapping states are continuously distributed throughout much of the forbidden zone. The continuous trap distributions are shown by glow curves¹⁾ for phosphors and photoconductors and by the increasingly slow response of photoconductors at low excitations²⁾. The properties of the space-charge layer computed for a continuous distribution of traps differ significantly from those computed for a single level of traps or for the predominance of free carriers.

The well known properties (see Fig. 1 a) of the space-charge layer for the case of large free carrier density are:

- a) Uniform charge density in the space-charge layer.
- b) Parabolic form of potential curve.
- c) Thickness of space-charge layers increases as the square root of the surface potential.

The properties of the space-charge layer for the case of large trap densities uniformly distributed in energy are readily deduced from Fig. 1 b to be:

- a) Charge density decreases exponentially towards the interior of the semi-conductor.
- b) Potential decreases exponentially towards the interior of the semi-conductor.
- c) Characteristic thickness of the space-charge layer is independent of the voltage at the surface. (Within the limit of voltages less than half the forbidden gap.)

One can draw the following conclusions:

1. The invariance of space-charge layer thickness accounts for the frequent observation in which the capacitance of a rectifier does not change or changes only slowly with bias in the blocking direction.

2. The actual thickness of the space charge layer is about 10^{-4} cms for a total trap density of $10^{15}/\text{cm}^3$. Since most materials have trap densities in excess of this value, their space-charge layers would be less than 10^{-4} cms. This is to be contrasted with estimates of space-charge layer thickness approaching 10^{-1} cms made by a number of authors^{3) 4) 5) 6)} who neglected the charge density in traps and considered only the free charge density.

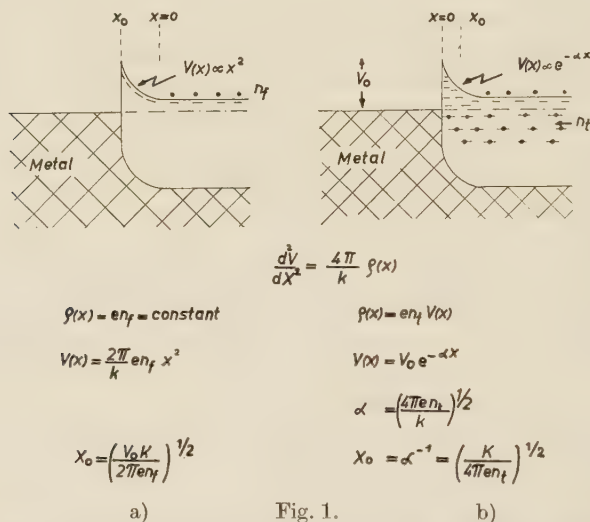


Fig. 1.

Rectifying metal-semiconductor contact for free carriers predominant (1a) and for trapped charges predominant (1b). The trap density n_t is the number of traps per unit volume and per unit range in energy.

3. A simple estimate of the shielding action of surface states can be made by treating the surface state density as a volume density. For example, a commonly reported value for the density of surface states is $10^{13}/\text{cm}^2$. This corresponds to a volume density of $3 \times 10^{20}/\text{cm}^3$ and to a space-charge layer thickness of only one atomic layer.

4. Some complex time lag effects having a range of relaxation times observed when the potential across a rectifying junction is changed^{7) 8)} can be interpreted electronically in terms of the time required for electrons to be captured by or released from traps rather than as the slow movements of ions near the surface.

References.

- ¹⁾ R. H. BUBE, Phys. Rev. **83**, 393 (1951).
- ²⁾ A. ROSE, RCA Rev. **12**, 367 (1951).
- ³⁾ N. F. MOTT and R. W. GURNEY, "Electronic Processes in Ionic Crystal" (Oxford University Press, London, 1948), p. 168.
- ⁴⁾ J. R. MACDONALD, Phys. Rev. **92**, 4 (1953).
- ⁵⁾ S. M. SKINNER, J. Appl. Phys. **26**, 498 (1955).
- ⁶⁾ D. O. OSTENBURG and D. J. MONTGOMERY, Bull. Amer. Phys. Soc. **1**, 205 (1956).
- ⁷⁾ G. JAFFE, Phys. Rev. **85**, 354 (1952).
- ⁸⁾ K. LEHOVEC, Nature **167**, 522 (1951).

Probenform und Anordnung der Potentialsonden bei Halleffektmessungen ohne und mit äusseren Magnetfeldern

von R. JAGGI (Physikalisches Institut der ETH., Zürich).

In einem stromdurchflossenen Leiter tritt allein durch das Eigenmagnetfeld des Stromes der „Eigen-Halleffekt“ (E.H.E.) auf. Besonders einfach sind die Verhältnisse in einem Kreiszylinder. Besitzt dieser den Radius a und fliesst ein axialer Strom I , so entsteht zwischen Achse und Umfang eine Eigen-Hallspannung

$$V_{ce} = -\mu_0 R \frac{I^2}{4\pi^2 a^2}. \quad (1)$$

(μ_0 = Induktionskonstante, R = Hallkonstante.)

Bei der Entwicklung des E.H.E. zur Messmethode wurden zuerst Wismut-Hohlzylinder verwendet und die Hallsonden am Aussen- und Innenmantel angeordnet¹⁾. Eine weit einfachere Lösung zeigt Fig. 1. Das stromlose Gebiet ausserhalb der Stromzuführungen befindet sich auf dem Hallpotential Null. Zwischen hier und einem Punkt B innerhalb der Stromzuführungen lässt sich die Eigen-Hallspannung messen. Zur Kompensation des Spannungsabfalls längs der Probe dient das gegenüber dem Probenwiderstand hochohmige Potentiometer R . Als Proben lassen sich also Vollzylinder (Drähte!) mit kleinem Radius a verwenden. Dies ist ausser der einfachen Probenherstellung vor allem deshalb vorteilhaft, weil nach Gleichung (1) V_{ce} proportional $1/a^2$ ist.

Der E.H.E. kann entsprechend Fig. 1 auch an Platten (Breite $2a$, Dicke $2b$) gemessen werden. Unter der Voraussetzung $b \ll a$ berechnet sich die Eigen-Hallspannung zu

$$V_{pe} = -\mu_0 R \frac{\ln 2}{2\pi} \frac{I^2}{4ab}. \quad (2)$$

In diesem Fall hat man den weiteren Vorteil, die Probe samt Sonden aus demselben Material schneiden zu können. Es gelang uns so z. B., den Halleffekt an Kupferfolien bei Heliumtemperaturen zu messen. Üblicherweise arbeiten wir mit Wechselstrom als Primärstrom, messen die Hall-Wechselspannung mit dem Vibrations-Galvanometerverstärker nach Busch²⁾ und die gleichzeitig entstehende Hall-Gleichspannung mit einem Gleichstrom-Galvanometerverstärker.

Die durch die Anordnung nach Fig. 1 erzielten Vereinfachungen eröffnen dem E.H.E. neue Anwendungsgebiete. Er wurde neuerdings bei der Untersuchung von Halbleitern eingesetzt³⁾, auch eignet er sich zur Messung an Ferromagneticis. Insbesondere scheint

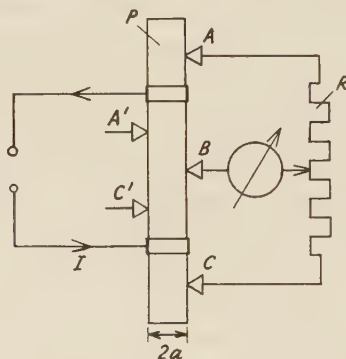


Fig. 1.

Anordnung der Potentialsonden bei Halleffektmessungen.

jedoch, dass der E.H.E. die geeignetste Methode ist, um mit Sicherheit zu entscheiden, ob in Supraleitern ein Halleffekt auftritt.

Bei der konventionellen Methode zur Messung des Halleffekts unter Verwendung plattenförmiger Proben und eines homogenen äusseren Magnetfeldes H misst man meist mit den Sonden $A'BC'$ (s. Fig. 1, $H \perp$ Zeichenebene). Statt dessen kann man auch mit dem Sondensystem ABC arbeiten. Dabei erhält man aus Symmetriegründen nur die Hälfte der Hallspannung zwischen den Seiten der Probe. Man benötigt aber lediglich eine einzige Sonde B zwischen den Stromzuführungen und kann die äusseren Sonden A und C an beliebigen Punkten ausserhalb der Stromzuführungen anbringen. J. L. LEVY⁴⁾ sowie M. J. O. STRUTT und S. F. SUN⁵⁾ schlagen vor, die Sonden A und C direkt auf den Stromzuführungen anzubringen; nach unseren Erfahrungen führt dies jedoch zu Fehlern, falls der Kontakt Zuführung-Probe nicht rein ohmisch ist.

Ersetzt man bei der konventionellen Methode die Platte durch einen Zylinder vom Radius a , so ergibt sich an den Sonden ABC eine Hallspannung

$$V_{cf} = -\mu_0 R \frac{IH}{\pi a}. \quad (3)$$

Bei der Messung des Halleffekts im äusseren Magnetfeld mit Hilfe der Sonden $A'B'C'$ wird der E.H.E. nicht mitgemessen, da zur Probenachse symmetrische Punkte auf gleichem Eigen-Hallpotential sind. Dagegen erhält man bei Verwendung der Sonden ABC eine Überlagerung von Halleffekt und E.H.E., die allerdings unwesentlich ist, wenn das äussere Magnetfeld gross gegen das Eigen-Magnetfeld ist. Sind die beiden Felder dagegen von der gleichen Grössenordnung, so kann bei geeigneter Polung von Strom und Aussenfeld erreicht werden, dass sich Halleffekt und E.H.E. gegenseitig aufheben. Beim Zylinder ist dies der Fall, wie ein Vergleich von (1) mit (3) zeigt, wenn $H = I/4\pi a$ ist. Diese Kompensation kann als unmittelbarer experimenteller Beweis dienen, dass Halleffekt und E.H.E. äquivalent sind.

Literaturverzeichnis.

- 1) G. BUSCH und R. JAGGI, ZAMP **4**, 425 (1953).
- 2) G. BUSCH, Helv. Phys. Acta **27**, 204 (1954).
- 3) G. BUSCH, R. JAGGI und R. KERN, Helv. Phys. Acta **28**, 452 (1955).
- 4) J. L. LEVY, Diss. Univ. Michigan 1953.
- 5) M. J. O. STRUTT und S. F. SUN, Arch. Elektrotechnik **42**, 155 (1955).

Remarque sur la variation thermique de la constante extraordinaire de Hall des ferromagnétiques

par D. RIVIER (Lausanne).

1. KARPLUS et LUTTINGER ont montré ¹⁾ que si les anomalies de l'effet Hall dans les ferromagnétiques ont pour origine le couplage «spin-orbite» des électrons de conduction, la partie anormale de la constante extraordinaire R_1 de Hall, à savoir

$$R'_1 = R_1 - \frac{1+p}{2} R_0 = \left(1 - \frac{1+p}{2\alpha}\right) R_1 \quad (1)$$

est donnée par

$$R'_1 = Z \cdot \varrho^2 \quad (2)$$

où ϱ est la résistivité du ferromagnétique et Z une fonction pratiquement indépendante de la température. Dans (1) R_0 est la constante

ordinaire de Hall, α est le rapport R_1/R_0 et p la probabilité relative de pénétration d'un électron de conduction dans un électron de polarisation ²⁾. Du fait que pour un ferromagnétique p ne peut guère dépasser 1 et que, basses températures exceptées, α est notablement plus grand que 1, la relation (2) peut se simplifier pour des températures qui ne sont pas trop basses et devenir

$$\frac{R_1}{\varrho^2} = Z \left[\cong 5 \cdot 10^4 \frac{A \cdot m}{V_s^2} \text{ pour Fe et Ni} \right] \quad (2a)$$

dans le cas des températures du laboratoire.

L'accord entre cette prévision et l'expérience s'est révélé bon pour le fer, qualitatif seulement pour le nickel¹⁾. Les données de l'expérience font défaut pour les autres éléments ferromagnétiques.

2. Récemment, ASCHER a publié ³⁾ les résultats de mesures effectuées sur des alliages irréversibles fer-nickel, donnant en particulier les variations de grandeurs liées à l'effet Hall en fonction de la température d'une part, et de l'aimantation spontanée J_s d'autre part. Il est possible en effet de séparer dans une certaine mesure les effets dûs aux variations de chacune de ces grandeurs en utilisant l'irréversibilité des ferronickels. En plus de la résistivité de Hall $\varrho_H = R_0 \cdot \mu_0 H + R_1 J$ ASCHER a déterminé la conductivité de Hall

$$\gamma_H = \frac{\varrho_H}{\varrho^2}.$$

En faisant décrire à un alliage contenant 30% de nickel un cycle entre les températures de 0° C et de 600° C, il est entre autre parvenu au résultat suivant:

Si les indices I et II se rapportent à 2 phases différentes du ferromagnétique, caractérisées par une même température T , mais dont J_s^I , J_s^{II} sont les aimantations spontanées et γ_{Hs}^I , γ_{Hs}^{II} les conductivités de Hall spontanées, et si l'on pose

$$\Delta J_s = J_s^{II} - J_s^I \quad \text{et} \quad \Delta \gamma_{Hs} = \gamma_{Hs}^{II} - \gamma_{Hs}^I$$

on a

$$\frac{\Delta \gamma_{Hs}}{\Delta J_s} = C \quad (3)$$

où C est une constante indépendante de la température T . Ce qui peut s'écrire encore, sous certaines conditions:

$$\left[\frac{\partial \gamma_{Hs}}{\partial J_s} \right]_T = C(J_s, T); \quad \frac{dC}{dT} = 0 \quad 0^\circ < T < 600^\circ \text{ C} \quad (4)$$

car il ne semble pas possible a priori d'exclure pour C une dépendance de l'aimantation spontanée J_s et de la température T .

3. Le but de cette note est double: d'abord de montrer que ce résultat permet une nouvelle comparaison de la théorie de KARPLUS et LUTTINGER avec l'expérience; ensuite de tirer les conclusions de cette comparaison.

En intégrant (4) par rapport à J_s , on trouve

$$\gamma_{Hs}(J_s, T) = F(J_s, T) + G(T) \quad (5)$$

en posant $F(x, T) = \int_0^x dx C(x, T)$ et $G(T)$ fonction arbitraire de la température T .

D'autre part les définitions des grandeurs spontanées γ_{Hs} et ϱ_{Hs} donnent

$$\gamma_{Hs} = \frac{R_1 J_s}{\varrho^2} \quad (6)$$

compte tenu du fait que $R_1 J_s \gg R_0 \mu_0 H$ dans les conditions d'expérience. On peut donc résumer le résultat d'ASCHER sous la forme

$$\frac{R_1}{\varrho^2} = \frac{F(J_s, T)}{J_s} + \frac{G(T)}{J_s}, \text{ avec } \left[\frac{\partial F}{\partial J_s} \right]_T = C = (3,65 \pm 0,04) \cdot 10^4 \frac{A \cdot m}{V^2 s}$$

$$\frac{dC}{dT} = 0 \quad (7)$$

qui est facilement comparable⁴⁾ avec (2).

4. La comparaison de (7) avec (2) montre que l'accord entre l'expérience et la théorie de KARPLUS et LUTTINGER n'est réalisé que si les conditions suivantes sont remplies:

I. Dans (4) C ne dépend pas de l'aimantation spontanée J_s .

II. La condition I étant réalisée, on a $Z = C$.

III. La fonction arbitraire $G(T)$ est identiquement nulle.

Pour vérifier si la première condition est satisfaite, il faut, si possible, effectuer des mesures analogues à celles d'ASCHER, mais portant sur une série de cycles différents, de manière à déterminer $[\partial C / \partial J_s]_T$ qui devrait s'annuler. La deuxième condition est sujette à une vérification immédiate, d'ailleurs encourageante pour la théorie: les ordres de grandeur de Z et de C sont bien les mêmes. Comme la première, la troisième condition ne peut être vérifiée que par de nouvelles mesures qui permettraient de déterminer $[\partial \gamma_{Hs} / \partial T]_{J_s} - G'(T)$ et devraient montrer que cette dernière quantité est nulle.

Sans présumer de ces expériences complémentaires, on voit que la loi mise en évidence par ASCHER est directement liée à la constance de R_1 / ϱ^2 , avec ceci de nouveau qu'il s'agit de constance portant sur des valeurs relatives à des *phases différentes* du ferronickel.

5. En conclusion, les résultats d'ASCHER apportent une confirmation partielle de la validité de la théorie de KARPLUS et LUTTINGER appliquée aux ferronickels dans le domaine de température de 0° à 600°. Pour un contrôle plus complet, il faut néanmoins attendre de nouvelles mesures⁵⁾.

Références.

- 1) KARPLUS and LUTTINGER, Phys. Rev. 1154 (1954).
- 2) G. WANNIER, Phys. Rev. 27, 304 (1947).
- 3) E. A. ASCHER, Helv. Phys. Acta 28, 7 (1955).
- 4) La formule (27) de la réf. 3, ainsi que le tableau 2 contiennent tous deux la même erreur d'impression: un facteur 10^3 manque. Voir E. ASCHER, Mémoire déposé à la Bibliothèque Cantonale et Universitaire de Lausanne, p. 120.
- 5) Pendant la rédaction de cette note, l'auteur a pris connaissance de la thèse de J. SMIT (*Galvanomagnetic properties of ferromagnetic metals and alloys*, Leyde 1956), où la théorie de KARPLUS et LUTTINGER est mise en doute, et remplacée par une autre, faisant intervenir à la fois le couplage de spin orbite et les phénomènes de collision entre électrons et réseau cristallin. La théorie de SMIT paraît devoir conduire aussi à la loi $R_1 \sim \varrho^2$.

Transformations chaleur – énergie électrique par conduction anisotrope

par ALBERT PERRIER (Lausanne).

I. La transformation directe de chaleur en énergie électrique à l'aide de couples métalliques n'est susceptible que de rendements dérisoires. Leurs limites ont été précisées depuis de nombreuses années (Lord RAYLEIGH, ALTENKIRCH, d'autres encore). Dans le présent travail, l'auteur reprend le problème par une voie différente.

Soit un gradient thermique maintenu dans un conducteur anisotrope ou doué de propriétés rotationnelles. Outre la force électromotrice intrinsèque classique («Thermokraft») suivant la direction du gradient, il s'en manifeste une autre qui lui est perpendiculaire*). Les dyssymétries caractérisant les milieux considérés ici sont entendues dans leur acception la plus large: naturelles aussi bien qu'accidentelles (dues par exemple à des contraintes mécaniques ou magnétiques); l'effet von Ettingshausen-Nernst en est une manifestation très particulière.

Or, ces conditions permettent d'*entretenir des courants dans des circuits complètement homogènes*: le plus simplement donc suivant

*) Le terme «force électromotrice» (scalaire) est en fait impropre: il faudrait dire «composante d'autocourant» ou «champ électrique d'équilibre». Nous gardons cependant ce vocable familier, lequel ne prête pas ici à équivoque.

la normale au gradient thermique, d'où le qualificatif de «transversaux» dont nous ferons usage; tandis qu'il est impossible, comme on sait, de maintenir en permanence un courant thermoélectrique dans un circuit ne comprenant pas deux conducteurs différents au moins (couples, circuits hétérogènes, courants «longitudinaux»).

Quels sont les rendements, les forces électromotrices et les puissances accessibles? De quoi dépendent ces grandeurs? Ce sont là les problèmes dont les solutions (schématiques, car les éléments manquent encore pour pousser plus avant) sont résumées ici. On les a examinés parallèlement avec les corrélatifs des couples thermoélectriques, bien connus et permettant des comparaisons utiles.

II. Dans un référentiel rectangulaire, situons respectivement dans les directions Ox , Oy , Oz le gradient thermique, la force électromotrice transversale et, où il y a lieu, le champ magnétique \vec{H} . Considérons deux générateurs façonnés en parallépipèdes droits, l'un (1) compact siège des effets transversaux, l'autre (2) constitué par une pile de couples en série; les arêtes sont parallèles aux axes et leurs dimensions dans l'ordre des axes sont a_1, l_1, c_1 et a_2, l_2, c_2 ; le second comprenant n couples de lames d'épaisseur $b = l_2/2n$. Leurs résistances intérieures totales R_1 et R_2 sont fermées sur des résistances extérieures égales Re . Désignons par Q la constante classique de l'effet Ettingshausen-Nernst, par Θ le pouvoir thermoélectrique du type de couple utilisé (f. e. m. par degré) par ϱ_1 et ϱ_2 , λ_1 et λ_2 les résistivités électriques et conductivités calorifiques respectives (pour les couples, valeurs moyennes) par η_1 et η_2 , P_1 et P_2 les rendements et puissances, par Δt enfin la différence de température entre les paires de faces normales à Ox , valeur commune aux deux générateurs; on établit:

$$\eta_1 = \frac{(QH)^2 \cdot \Delta t \cdot R_1}{\varrho_1 \lambda_1 (R_1 + Re)} \qquad \eta_2 = \frac{\Theta^2 \cdot \Delta t \cdot R_2}{4 \varrho_2 \lambda_2 (R_2 + Re)}$$

$$P_1 = \frac{(QH\Delta t)^2 R_1 c_1 l_1}{\varrho_1 (R_1 + Re) a_1} \qquad P_2 = \frac{(\Theta \Delta t)^2 R_2 c_2 l_2}{4 \varrho_2 (R_2 + Re) a_2}$$

Ces expressions contiennent entre autres les conséquences suivantes pour une part assez inattendues.

1. *Toutes autres conditions étant égales d'ailleurs, on peut atteindre avec des générateurs homogènes des rendements quadruples de ceux que fourniraient des couples.*

2. *En conséquence, les puissances accessibles y sont-elles aussi quatre fois plus élevées.*

3. *Avec l'une et l'autre méthode d'autre part, les proportions des paramètres géométriques des dispositifs agissent de la même manière.*

A ce point de vue là, aucun avantage de principe ne distingue les rendements de l'une vis-à-vis de ceux de l'autre.

4. *Les résistivités électriques et calorifiques retrouvent le même rôle dans l'une et l'autre méthode.*

III. *Evaluations numériques.* — Considérons le bismuth, substance bien connue. Un couple Bi/Pb microcristallin donne $E \approx 90 \mu V/\text{degré}$; Bi seul, mais dans $\vec{H} \approx 10000 \text{ Oe}$, et 1 degré/cm , $\vec{E}y \approx 20 \mu V/\text{degré}$; enfin un monocristal dont l'axe est à 45° du gradient (1 degré/cm encore) mais $\vec{H} = 0$ est le siège de $\vec{E}y \approx 30 \mu V/\text{cm}$. On voit que les deux effets transversaux, accidentel comme naturel, sont des phénomènes du même ordre déjà que le longitudinal du couple. Rien a priori d'ailleurs n'empêche de doubler environ $\vec{E}y$ dans un monocristal en additionnant à l'effet anisotropique naturel celui du champ magnétique.

Ces chiffres, s'ils autorisent des rendements seulement du même ordre que ceux de couples \neq ne leur *sont pas supérieurs* et ainsi ne donnent aucun espoir de rendements utilisables avec les métaux traditionnels.

Mais un *fait nouveau* s'est produit au cours de ces dernières années: la découverte d'alliages semiconducteurs dans lesquels l'*effet Hall* notamment apparaît *plus intense dans une proportion considérable* (puissances de 10) que dans les métaux purs. Or, on doit en inférer que l'effet v. Ettingshausen-Nernst lui aussi s'y manifesterait à très grande intensité (liaisons avec Hall prévues par diverses théories, dont une de l'auteur): ce qui est de nature à modifier complètement les conclusions numériques trouvées plus haut.

IV. Il importe toutefois de tenir compte que les solutions du problème abordé ici font intervenir simultanément plusieurs grandeurs spécifiques (g, λ , pouvoir thermoélectrique intrinsèque), les paramètres traditionnels (R, Q) ne donnent qu'un aspect des propriétés: et un effet v. *EN* énorme pourrait très bien correspondre à des rendements et puissances négligeables.

L'auteur montrera ailleurs que la connaissance d'un angle ψ (gradient thermique/champ électrique intérieur) occuperait en thermoélectricité une place comparable à celle de φ en magnétogalvanisme et sera essentielle pour juger des avantages énergétiques d'un milieu. Une condition nécessaire (mais non suffisante) est que cet angle dépasse sensiblement 45° . Or, on dispose déjà de semiconducteurs où il en est bien ainsi pour la rotation φ du champ électrique par effet Hall. Admettons qu'un semiconducteur fortement thermoélectrique soit doué en outre d'un pouvoir rotationnel double ou triple de ce que nous avons envisagé plus haut et faisons entrer de

plus en ligne de compte le facteur 4 de l'expression établie: il ne paraît plus interdit d'arriver à des rendements *8 à 10 fois plus élevés que ceux des couples métalliques les meilleurs*; or, ces derniers sont de l'ordre du %, ce avec des différences de température de l'ordre de la centaine de degrés.

Bien entendu, la conduction calorifique, processus foncièrement irréversible faisant partie intégrante du fonctionnement des générateurs envisagés, il n'est pas question de se rapprocher des limites assignées par le principe de Carnot. Mais ces générateurs transversaux pourraient néanmoins devenir intéressants où l'on disposerait de grandes quantités de chaleur sous faibles différences de température (chaleurs industrielles de déchet, fluides naturels ...). Il convient en effet de souligner à ce propos *cette différence essentielle entre le générateur transversal et le couple*; sa force électromotrice est proportionnelle au *gradient thermique* et non à l'*écart total* de température du second. Elle peut ainsi être élevée à volonté dans des lames d'épaisseur appropriée. Pour le surplus, ce n'est ni le lieu ici ni le temps de s'arrêter aux sérieux écueils techniques ou économiques que l'on peut prévoir, si la question se posait de mise en œuvre.

V. *Appendice: Généralisation de l'effet transversal.* — Sans quitter l'ordre de phénomènes dont cette note se réclame, mais en dehors du problème d'application qui est son objet, l'auteur voudrait signaler un effet très général non encore observé.

Dans un conducteur de l'un quelconque des types évoqués au début et siège également d'un gradient thermique ne coïncidant avec aucune direction privilégiée, *un courant électrique entretenu* par une source extérieure et dont *les lignes d'écoulement sont contenues dans les surfaces isothermes doit provoquer une libération ou une destruction de chaleur* selon son sens et son intensité. Il s'agit là d'un effet réversible comparable à ceux de PELTIER et THOMSON, mais qui s'en distingue en ceci qu'il exclut toute variation du transport d'énergie par les porteurs de courant; il n'est donc pas assimilable non plus aux effets Leduc-Righi et v. Ettingshausen. Seul le travail de forces électromotrices ou contre elles le détermine, comme dans le cas très particulier de v. Ettingshausen-Nernst.

Die Dielektrizitätskonstante von $(\text{NH}_4)_2\text{H}_3\text{JO}_6$ bei 3-cm-Wellenlänge

von W. SCHURTER und H. GRÄNICHNER (ETH., Zürich).

Der Realteil der Dielektrizitätskonstanten (DK) und der Verlustfaktor wurden für die Richtung der kristallographischen a -Achse von Diammoniumtrihydrogenperjodat-Einkristallen bei einer Fre-

quenz von 8,74 kHz im Temperaturbereich von $+20^{\circ}$ bis -70° C untersucht. Die hochfrequente DK ϵ_a' zeigt wie die statische DK¹⁾ einen starken Abfall beim Eintritt in die antiferroelektrische Phase²⁾ unterhalb -20° C. Die Werte bei 3-cm-Wellen sind bei allen Temperaturen wesentlich niedriger und erreichen in der Hochtemperaturphase nur ungefähr einen Drittel des statischen Werts. Für Zimmertemperatur wurde beispielsweise ein Wert für ϵ_a' von etwa 45 gemessen, während statisch etwas mehr als 140 gefunden worden war¹⁾. Der Verlustfaktor $\operatorname{tg} \delta$ durchläuft ein Maximum knapp oberhalb der Umwandlung. Aus den Messungen lässt sich somit schliessen, dass die Dispersionsfrequenz bei Ammoniumperjodat im Vergleich zu andern Ferro- und Antiferroelektrika bei verhältnismässig tiefen Frequenzen liegt.

Das verwendete Messverfahren (Stäbchenmethode) besteht in der Bestimmung der Impedanzänderung eines kurzgeschlossenen Hohlleiters beim Einführen der zylindrischen Probe im Maximum des E -Felds. Diese Methode³⁾ wurde mit verschiedenen Materialien bekannter dielektrischer Eigenschaften: Polyäthylen, Teflon, Plexiglas, KH_2PO_4 , $\text{NH}_4\text{H}_2\text{PO}_4$ und Wasser geprüft. Über die gesammelten Erfahrungen und die erhaltenen Resultate soll in einer Arbeit in der Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Physik (ZAMP) berichtet werden.

Literatur.

¹⁾ P. BÄRTSCH, *Helv. Phys. Acta* **18**, 267 (1945).

²⁾ G. BUSCH, W. KÄNZIG und W. M. MEIER, *Helv. Phys. Acta* **26**, 385 (1953).

³⁾ J. LE BOT und S. LE MONTAGNER, *Comptes rendus* **236**, 469 (1953).

Induzierte Ferroelektrizität von SrTiO_3 bei sehr tiefen Temperaturen und über die Kälteerzeugung durch adiabatische Entpolarisierung

von H. GRÄNICH (ETH., Zürich).

Frühere strukturelle und dielektrische Untersuchungen an (Sr—Ca)/ TiO_3 Mischkristallen¹⁾ weisen darauf hin, dass das bei Zimmertemperatur ideal kubisch kristallisierte SrTiO_3 beim Abkühlen unter 100° K eine Umwandlung zu einer tetragonalen nichtferroelektrischen Phase erleidet. Die Umwandlung in eine ferroelektrische tetragonale Phase wäre nach dem (Ba—Sr)/ TiO_3 -Phasendiagramm erst bei etwa 40° K zu erwarten. Dielektrische Untersuchungen an sehr reinen, optisch klaren SrTiO_3 -Einkristallen, die in verdankenswerter Weise von der Firma National Lead Company, New York zur Verfügung gestellt worden waren, bestätigten diese Voraussagen.

Die Dielektrizitätskonstante (DK) befolgt zwischen 100 und 240° K sehr genau ein Curie-Weiss-Gesetz $\varepsilon = C/T - \Theta$ mit den Werten $C = 83 \cdot 10^3$ und $\Theta = 38^\circ$ K. Unterhalb 100° K sind die DK-Werte stets niedriger, als nach dem Curie-Weiss-Gesetz zu erwarten wäre. Die mit kleiner Feldstärke gemessene DK steigt jedoch bis zu Temperaturen von 2° K monoton an und erreicht Werte von über 20000. (Ähnliche Werte siehe bei 2).)

Der Vergleich der Messungen an Kristallplatten verschiedener Orientierung zeigt, dass unterhalb 90° K eine Anisotropie der DK auftritt, die mit sinkender Temperatur immer grösser wird. Messungen der DK mit einem überlagerten Gleichfeld ergaben, dass in diesem Temperaturbereich die DK stark feldabhängig ist und insbesondere bei Helium-Temperaturen ausgeprägten Sättigungscharakter zeigt.

Hysteresis-Schleifen wurden mit der üblichen Schaltung auf der Kathodenstrahlröhre erhalten und erwiesen sich — abgesehen von Änderungen, die durch die Aufheizung des Kristalls bedingt sind — zwischen 20 und 400 Hz als frequenzunabhängig. Die charakteristischen Grössen der Hysteresis: spontane und remanente Polarisierung und Koerzitivfeld hängen bei fester Temperatur sehr wesentlich vom maximalen angelegten Felde ab. Eine wahre Sättigung wurde mit Feldern bis 13 kV/cm nicht erreicht. Dagegen zeigt sich, dass die charakteristischen Grössen für Felder unterhalb 200–300 V/cm überhaupt null sind. Bei den Hysteresis-Experimenten mit 50 Hz wurden bei 4,2° K und in einem Felde von 8 kV/cm eine totale Polarisierung von etwa $5 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ und eine „spontane“ Polarisierung von $3 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ beobachtet. Die remanente Polarisierung beträgt dabei $1 \mu\text{C}/\text{cm}^2$ oder weniger und das Koerzitivfeld ist nur von der Grösse 300–500 V/cm. Eine Deutung der Hysteresiseffekte durch Raumladungen scheint ausgeschlossen, da die Kristalle piezoelektrisch zu Schwingungen angeregt werden konnten, falls sie durch ein Gleichfeld von wenigstens 600 V/cm polarisiert wurden.

Die bisherigen experimentellen Resultate werden wie folgt gedeutet: Der feldfrei abgekühlte Kristall wird bis 2° K nicht spontan ferroelektrisch. Der ferroelektrische Zustand ist jedoch für Temperaturen unterhalb 50° K energetisch sehr benachbart und kann bereits durch ein kleines äusseres Feld induziert werden. Die dabei auftretende Umwandlung ist höherer Art, wobei sich die Polarisierung stetig mit dem Feld ändert (im Gegensatz zum Verhalten von BaTiO_3 oberhalb der spontanen Umwandlungstemperatur).

Falls diese Deutung richtig ist, so kann man bei SrTiO_3 die durch ein hohes Feld erzeugte Polarisierung nach dem Abschalten zum Verschwinden bringen, da man in die nichtferroelektrische Phase

zurückkehrt. Damit wäre es aber möglich — in teilweiser Analogie zur adiabatischen Entmagnetisierung von Paramagnetika — im Bereiche der Helium-Temperaturen *Kälte durch adiabatische Entpolarisierung* zu erzeugen. Aus den isotherm ausgeführten Messungen der DK mit Vorfeld bei 2° und 4,2° K lässt sich für eine mittlere Temperatur von etwa 3° K die Entropieerniedrigung ΔS bestimmen, die in einem isothermen Prozess durch das Anlegen des elektrischen Feldes erzeugt wird. Mit dem Ausdruck

$$\Delta S = \frac{\epsilon_0}{2} \int \frac{\partial \epsilon}{\partial T} \cdot d(E^2)$$

wurde für die günstige Kristallorientierung und für ein elektrisches Feld von 6,3 kV/cm durch graphische Integration eine Entropie ΔS von $7 \cdot 10^{-4}$ cal/grad Mol gefunden. Die Gitterentropie von SrTiO_3 ist leider nicht bekannt, man kann sie jedoch unter Annahme einer Debye-Temperatur von 430° K, wie sie für BaTiO_3 gelten soll, für 3° K zu $3 \cdot 10^{-4}$ cal/grad Mol abschätzen. Die Feldentropie übertrifft demnach die Gitterentropie und ein deutlicher Kühleffekt sollte erwartet werden können. Versuche zum unmittelbaren Nachweis der Abkühlung sind im Gange.

Die ausführliche Arbeit wird später in den *Helv. Phys. Acta* erscheinen.

Literatur.

- 1) H. GRÄNICH und O. JAKITS, *Suppl. Nuovo Cimento* **11**, 480 (1954).
- 2) J. F. YOUNGBLOOD, *Phys. Rev.* **98**, 1201 (1955).

Über Struktur und Nullpunktsentropie des Eises

von H. GRÄNICH (ETH., Zürich.)

In Eiskristallen sind die Sauerstoffatome tetraedrisch von je vier Nachbarn umgeben und bilden ein hexagonales Gitter. Wie PAULING¹⁾ gezeigt hat, gibt es $(3/2)^N$ Möglichkeiten, die Wasserstoffatome auf den Verbindungslinien zwischen benachbarten Sauerstoffatomen anzuordnen. Dabei soll jede Bindung nur von einem Wasserstoffatom besetzt sein und jedes Sauerstoffatom in seiner Nähe stets zwei Wasserstoffatome besitzen. PAULING machte die Annahme, dass alle diese möglichen Konfigurationen der Wasserstoffatome praktisch die gleiche Energie und daher auch bei tiefen Temperaturen die gleiche Wahrscheinlichkeit besitzen sollen. Damit konnte er die experimentell beobachtete Nullpunktsentropie von 0,82 cal/grad Mol für H_2O ²⁾ sehr gut erklären. Diese Vorstellung

über die Struktur steht auch mit den Resultaten der Neutronenbeugungsexperimente³⁾ nicht im Widerspruch.

Neuere Gitterenergie-Berechnungen^{4) 5) 6)} ergeben jedoch, dass zwischen verschiedenen Konfigurationen Energieunterschiede von der Grössenordnung kT am Schmelzpunkt bestehen. Die Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit (PAULING-Hypothese) ist deshalb nicht haltbar und man hat anzunehmen, dass die Wasserstoffatome bei nicht zu raschem Abkühlen nur eine oder wenige eindeutige Anordnungen annehmen. Diese Anschauung wird gestützt durch die Beobachtung, dass die transversale Relaxationszeit T_2 von Protonenspinresonanzen⁷⁾ schon oberhalb 200° K einem Wert zustrebt, der der Annahme ruhender Protonen entspricht. Der bei Berücksichtigung der elektrostatischen Wechselwirkung nächster Nachbarn energetisch tiefste Zustand wird nach OWSTON⁸⁾ eindeutig in einer monoklinen Struktur mit polarer c -Achse verwirklicht. Diese Struktur soll die Neutronenintensitäten ebenso gut wiedergeben, wie die nach PAULING völlig ungeordnete Struktur (half hydrogen model). Auch RUNDLE⁹⁾ zeigte neulich, dass verschiedene Beobachtungen durch eine polare Struktur des Eises besser gedeutet werden könnten.

Unter diesen Voraussetzungen müsste aber Eis auch Piezoeffekt aufweisen, was bisher mit einer Ausnahme nie beobachtet wurde. Eine Erklärung dafür kann die kürzlich von TRUBY¹⁰⁾ an reinen Eiskristallen entdeckte Mikrostruktur liefern. Seine Elektronenmikroskopaufnahmen von Ätz- und Wachstumsflächen zeigen, dass ein Eiskristall sich aus hexagonalen Prismen von 1–10 μ Länge und $\frac{1}{2}$ –20 μ Dicke aufbaut. Aus der Ähnlichkeit seiner Bilder mit Aufnahmen an Metallen schliesst TRUBY auf einen Dislokationsmechanismus. Die beobachtete Mikrostruktur lässt sich jedoch auch ganz zwanglos durch Domänen mit antiparalleler Orientierung der polaren c -Achse deuten. Da die verschieden orientierten Domänen mit im Mittel gleicher Häufigkeit auftreten, ist sofort verständlich, dass an Eis normalerweise kein Piezoeffekt gefunden werden kann und dass die Neutronenexperimente mit dem „half-hydrogen“-Modell im Einklang sind.

TRUBY stellte ferner fest, dass bei Eis mit Fremddioneeinlagerung von mehr als 10^{-3} molar CsF die Mikrostruktur unterbleibt. Ein Zusammenhang mit der bei dielektrischen Messungen an Eis mit HF-Einlagerung¹¹⁾ beobachteten kritischen Konzentration erscheint sehr wahrscheinlich. Untersuchungen darüber und zur Abklärung der Frage, ob die neue Deutung der Mikrostruktur richtig sei und wie die Domänengrösse von der Temperatur abhängt, werden an unserem Institut ausgeführt.

Da im Sinne unserer Vorstellungen jedes Zwillingssindivium bei tiefen Temperaturen eine geordnete Anordnung der H-Atome annimmt, stellt sich die Frage, wie die beobachtete Nullpunktsentropie zu erklären sei. Eine endgültige Erklärung kann jedoch nicht gegeben werden, bevor neue Experimente ausgeführt werden. Vor allem die folgenden zwei Möglichkeiten sind in Betracht zu ziehen:

a) Wenn das Nernstsche Wärmetheorem erfüllt sein soll, so müsste die Mikrostruktur beim Abkühlen zum absoluten Nullpunkt verschwinden. Es ist aber wahrscheinlicher anzunehmen, dass sie bei nicht sehr tiefen Temperaturen einfriert. Herrührend vom verbleibenden Fehlbau besitzt dann der Kristall bei 0° K Nullpunktsentropie, deren Grösse sich aus Mangel an experimentellen Daten (Einfriertemperatur, Zwillings- bzw. Stapelfehlerenergie) nicht gut angeben lässt. Wahrscheinlich ist jedoch der Entropiebeitrag der Mikrostruktur zu klein.

b) Man kann sich fragen, ob der gefundene Wert der Nullpunktsentropie einwandfrei sei. Die Bestimmung des kalorimetrischen Entropiewerts²⁾ beruht auf Messungen der spezifischen Wärme von 10° K an aufwärts. Aus dem Messwert bei 10° K berechnet sich eine DEBYE-Temperatur von 192° K. Unter der Annahme, dass sich das wahre T^3 -Gebiet bis oberhalb 10° K erstrecke, wurde mit diesem Wert nach der Debyeschen Theorie die Entropie bei 10° K zu $0,022$ cal/grad Mol berechnet. FORSLIND¹²⁾ hat auf Grund gemessener Elastizitätskonstanten das Spektrum der Gitterschwingungen des Eises ausgerechnet. Mit Hilfe seiner Werte für die akustischen Zweige wurde näherungsweise eine DEBYE-Temperatur von nur 100° K gefunden. Diese Diskrepanz deutet darauf hin, dass das wahre T^3 -Gebiet erst wesentlich unterhalb 10° K beginnt. Der mit $\Theta_D = 192^{\circ}$ K bestimmte Entropiewert ist daher vermutlich um wenigstens $0,1$ cal/grad Mol zu klein, bzw. die Nullpunktsentropie um den gleichen Betrag zu hoch (vgl. auch die Ergebnisse der modernen spezifischen Wärme-Bestimmungen¹³⁾¹⁴⁾). Auf jeden Fall wäre es sehr wünschenswert, dass auch unterhalb 10° K sorgfältige kalorimetrische Messungen an Eis ausgeführt würden.

Falls die Deutung der Mikrostruktur durch Zwillinge sich als unrichtig erweisen sollte und die Nullpunktsentropie von $0,8$ cal/grad Mol doch als gesichert zu betrachten wäre, so hätte man aus den strukturellen Ergebnissen und den Gitterenergieberechnungen die Folgerung zu ziehen, dass Eis bei allen Temperaturen bis zum Schmelzpunkt bezüglich der H-Anordnung als „eingefrorene“ Phase zu betrachten ist. Ausser der Bildung von Fehlstellen, die für die elektrische Leitfähigkeit und wahrscheinlich auch für die DEBYE-Dispersion der DK verantwortlich sind, fänden keine Konfigurations-

umlagerungen statt. Das thermodynamische Gleichgewicht unter den $(3/2)^N$ Konfigurationen würde sich erst oberhalb der „Einfriertemperatur“ einstellen, die jedoch weit ausserhalb des Existenzbereichs des festen Wassers liegt.

Literatur.

- ¹⁾ L. PAULING, J. Amer. Chem. Soc. **57**, 2580 (1935), „Nature of the Chemical Bond“, 2. Ed., 301 (1948).
- ²⁾ W. F. GIAUQUE und J. W. STOUT, J. Amer. Chem. Soc. **58**, 1144 (1936).
- ³⁾ E. O. WOLLAN, W. L. DAVIDSON und C. G. SHULL, Phys. Rev. **75**, 1348 (1949); S. W. PETERSON und H. A. LEVY, Phys. Rev. **92**, 1082 (1953) und American Cryst. Ass. Meeting (1956) J—1.
- ⁴⁾ N. BJERRUM, Dan. Mat. Fys. Medd. **27**, Nr. 1 (1951).
- ⁵⁾ J. S. ROWLINSON, Trans. Farad. Soc. **47**, 120 (1951).
- ⁶⁾ E. S. CAMPBELL, J. Chem. Phys. **20**, 1411 (1952).
- ⁷⁾ N. BLOEMBERGEN, E. M. PURCELL und R. V. POUND, Phys. Rev. **73**, 679 (1948).
- ⁸⁾ P. G. OWSTON, J. Chim. Phys. **50**, C 13 (1953).
- ⁹⁾ R. E. RUNDLE, J. Phys. Chem. **59**, 680 (1955).
- ¹⁰⁾ F. K. TRUBY, J. Appl. Phys. **26**, 1416 (1955).
- ¹¹⁾ A. STEINEMANN, Helv. Phys. Acta, demnächst.
- ¹²⁾ E. FORSLIND, Swed. Cem. & Concr. Res. Inst. Proc. Nr. 21, Stockholm (1954).
- ¹³⁾ M. BLACKMAN, Handbuch d. Physik, VII, 1; 325 (1955).
- ¹⁴⁾ P. H. KESOM und N. PEARLMAN, Handbuch d. Physik, XIV; 282 (1956).

Längenänderungen bei Zerstörung der Supraleitung

H. ROHRER, Institut für Kalorische Apparate und Kältetechnik der ETH., Zürich.

Bekanntlich ist die Zerstörung der Supraleitung mit einer kleinen Volumenänderung ΔV des Supraleiters verbunden. Wir haben die Längenänderungen an Pb, In und Tl in Abhängigkeit von der Temperatur gemessen, wobei wegen des polykristallinen Charakters der Proben $\Delta V/V = 3 \Delta l/l$ gilt (Δl = Längenänderung). Ein hochempfindliches Lichtzeigergerät gestattete es uns, Längenänderungen bis $2 \cdot 10^{-8}$ cm zu messen¹⁾. Der supraleitende Zustand wurde durch Anlegen eines überkritischen homogenen Magnetfeldes zerstört. Die Resultate sind in Fig. 1 dargestellt.

Die Ergebnisse können leicht verstanden werden, wenn wir von der Relation

$$V_n - V_s = V_s \frac{H_c}{4\pi} \left(\frac{\partial H_c}{\partial p} \right)_T + \frac{H_c^2}{8\pi} \frac{\partial V_s}{\partial p} \quad (1)$$

Gebrauch machen. Der zweite Term auf der rechten Seite ist klein gegenüber dem ersten, so dass aus der Volumenänderung $\partial H_c / \partial p$

berechnet werden kann. Einfache Überlegungen zeigen, dass für einen Supraleiter mit parabolischer kritischer Feldkurve gilt:

$$\left(\frac{\partial H_c}{\partial p}\right)_T = \frac{\partial H_0}{\partial p} (1 + t^2) - \frac{H_0}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial p} t^2 \quad (2)$$

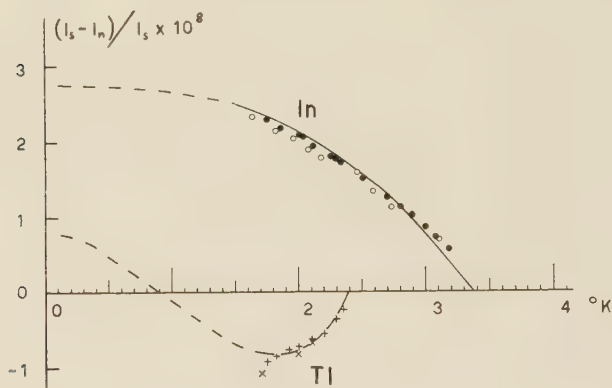


Fig. 1.

Längenänderungen $\Delta l/l$ für In und Tl

● In 1. ○ In 2.

----- Extrapolation, berechnet auf Grund von Gleichung (1) und den Geraden von Fig. 2.

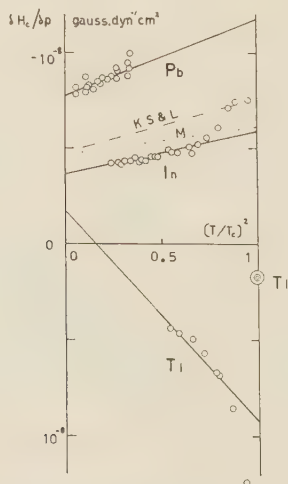


Fig. 2.

$\partial H_c / \partial p$ in Funktion von $(T/T_c)^2$

----- Messungen von MUENCH³⁾.

- - - - - Messungen von KAN, SUDOSTOV und LASAREW²⁾.

⊙ Messungen von FISKE³⁾ und HATTON⁴⁾.

wobei $t = T/T_c$, $H_0 = H_c$ für $T = 0$ und γT die spezifische Wärme pro Volumeneinheit der Elektronen bedeuten.

In Fig. 2 haben wir die aus den Messungen berechneten $\partial H_c/\partial p$ als Funktion von t^2 aufgetragen. Dies sollte also Geraden ergeben, wir haben denn auch die Extrapolation der Längenänderungen in Fig. 1 in diesem Sinne ausgeführt.

Für In sind in Fig. 2 noch die Messungen von KAN, LASAREW und SUDOSTOV²⁾ und von MUENCH³⁾ zum Vergleich eingetragen.

Bei Thallium haben wir erst eine Probe gemessen, so dass die Extrapolation für $\Delta l/l$ auf $t = 0$ noch unsicher ist. Zudem muss noch bemerkt werden, dass unser Wert für $(\partial H_c/\partial p) T_c$ zirka 4mal grösser ist, als ihn FISKE⁴⁾ und HATTON⁵⁾ für kleine Drucke gefunden haben. Diese Diskrepanz ist wahrscheinlich auf eine Anisotropie der Probe zurückzuführen.

Literatur.

¹⁾ P. GRASSMANN und J. L. OLSEN, *Helv. Phys. Acta* **28**, 24 (1955).

²⁾ L. S. KAN, A. L. SUDOSTOV und B. G. LASAREW, *J. Exp. Theor. Phys. USSR* **18**, 825 (1948).

³⁾ N. L. MUENCH, *Phys. Rev.* **99**, 1814 (1955).

⁴⁾ M. D. FISKE, *Phys. Rev.* **94**, 495 (1954).

⁵⁾ J. HATTON, *Phys. Rev.* **100**, 1784 (1955).

— — —

Magnetische Widerstandsänderungen von Metallen in hohen Feldern

von B. LÜTHI,

Institut für Kalorische Apparate und Kältetechnik der ETH., Zürich.

Im Rahmen unserer Messungen von Widerstandsänderungen in hohen Magnetfeldern bei Helium-Temperatur untersuchten wir auch Zinn-Proben in Feldern von 20–200 K Gauss. Wir verwendeten gezogenen, polykristallinen, spektralreinen Zinn Draht von ca. 0,2 mm Durchmesser (freie Weglänge bei Heliumtemperatur ca. 0,02 mm für die reinsten Proben).

In Fig. 1 sind die Resultate im sogenannten Justi-Kohler-Diagramm dargestellt. Im Quersfeld existieren Messungen von KAPITZA¹⁾, ausgeführt bei Stickstoff-Temperatur. Die Widerstandsänderung unserer 2 Proben, von sehr unterschiedlicher Reinheit, stimmen innerhalb der Messgenauigkeit gut miteinander und mit den Messungen von KAPITZA überein. Dies bedeutet, dass die Kohlersche Regel²⁾, wonach $\Delta \rho/\rho_0$ eine Funktion von H/ρ_0 sei, gut erfüllt ist.

Für die magnetische Widerstandsänderung im longitudinalen Magnetfeld existieren bisher noch keine Messungen. Wir haben drei verschiedene Proben untersucht, für die die Kohlersche Regel ebenfalls erfüllt zu sein scheint.

Fig. 2 zeigt die magn. Widerstandsänderung für alle in unserem Labor gemessenen Metalle (Kupfer³), Aluminium⁴) und Zinn) als Funktion von L/R , wobei L = mittlere freie Weglänge der Elektronen im Metall, R = Bahnradius der freien Elektronen im Magnetfeld. Es gilt $H/\varrho_0 = (L/R) \cdot (nec/2)$, mit n = Anzahl der Elektronen pro cm^3 , e = Elementarladung, c = Lichtgeschwindigkeit.

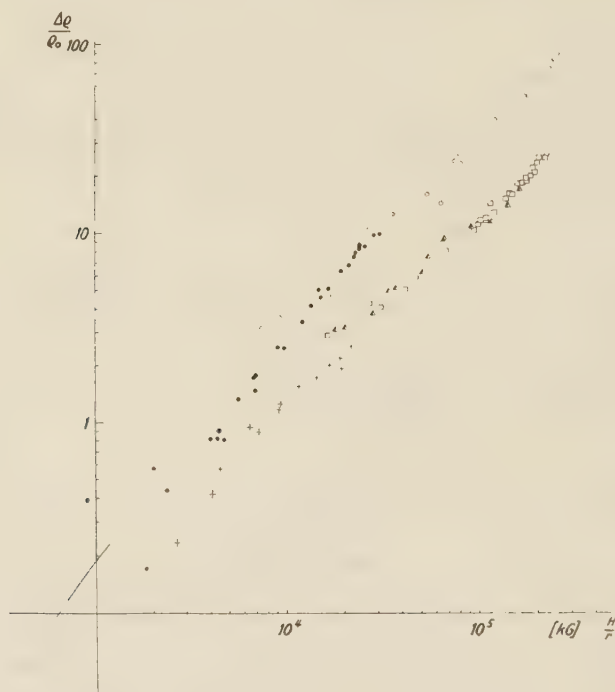


Fig. 1.

○ Sn 4 transv.	0,057%	□ Sn 7 long.	0,066%
● Sn 3 transv.	0,41 %	▲ Sn 8 long.	0,060%
+ Sn 5 long.	0,54%	Restwiderstand.	

$\Theta = 260^\circ \text{ K}$, $r = \varrho_{4.2}/\varrho_\Theta$

— Messungen von KAPITZA.

Unsere Ergebnisse liegen also in Gebieten, wo $L > R$ ist, d. h. wo der Einfluss des Magnetfeldes nicht mehr nur eine kleine Störung bedeutet, sondern den Haupteinfluss darstellt. Die Beschreibung dieser Erscheinungen durch die Boltzmanngleichung fällt also dahin. Theoretisch wurde dieser Fall erst von TITEICA⁵) für freie Elektronen behandelt. Als Resultat erhält er, sowohl für den transversalen als auch für den longitudinalen Fall, eine asymptotische Linearität mit dem Magnetfeld.

Unsere Resultate zeigen insofern etwas Analoges, als der Widerstand für $L \gg R$ unbeschränkt anwächst, und zwar für alle Metalle, auch für solche, die bei kleineren Feldern noch Sättigungserschei-

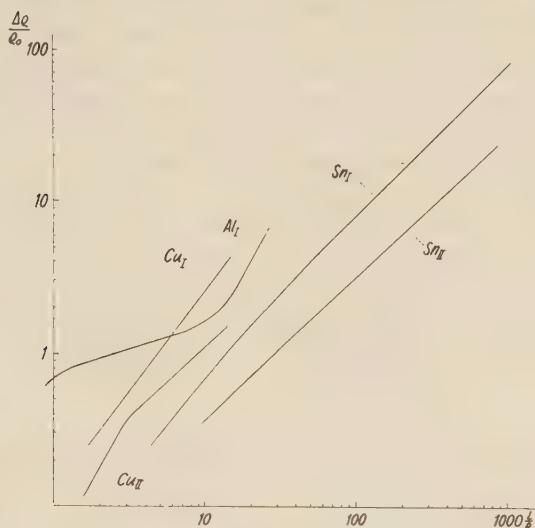


Fig. 2.

L = mittlere freie Weglänge der Elektronen im Metall bei 4,2° K.
 R = Bahnradius der freien Elektronen im Magnetfeld H .

nungen zeigen, wie z. B. Aluminium. Bei $\text{Cu}_{\text{long.}}$ und $\text{Sn}_{\text{transv.}}$ scheint ein lineares Gesetz schon für unsere Werte von L/R zu gelten.

Literatur.

- 1) P. L. KAPITZA: Proc. Roy. Soc. A **123**, 292 (1929).
- 2) M. KOHLER: Ann. d. Phys. **32**, 211 (1938).
- 3) J. L. OLSEN und L. RINDERER: Nature **173**, 686 (1954).
- 4) B. LÜTHI und J. L. OLSEN: Nuovo Cimento **3**, 840 (1956).
- 5) S. TITEICA: Ann. d. Phys. **22**, 129 (1935).

Quadrupolverbreiterung der Kerninduktionslinie von Cl^{35} in flüssigen Verbindungen

von P. DIEHL (Universität Basel).

Bisher hat man verschiedentlich kovalente Verbindungen von Kernen mit Spin $I > 1/2$ in flüssigem Zustand mit Hilfe der Kerninduktion untersucht. Man achtete aber darauf, dass die Verbindung symmetrisch war, um den Einfluss der Quadrupolkopplung

klein zu machen, oder man wählte Kerne mit relativ kleiner Quadrupolwechselwirkung wie z. B. N^{14} und O^{17} (1 bis 8 MHz).

Durch die molekularen Bewegungen wird in Flüssigkeiten und Gasen am Ort des Kerns der mittlere elektrische Feldgradient Null, während seine Schwankungen einen sehr wirksamen Relaxationsprozess darstellen. Falls die Quadrupolkopplungsenergie gross ist, kann die Mittelung unvollständig sein oder die Relaxation sehr stark. Die Kerninduktionslinien werden dann soweit verbreitert, dass sie nicht mehr gesehen werden können.

Ein vereinfachtes Modell liefert für Spin $I = 3/2$ die folgende Beziehung:

$$\text{Linienbreite } \Delta = K \cdot \left(\frac{e^2 q Q}{h} \right)^2 \cdot \tau_c.$$

Hierin bedeutet:

$$\tau_c = \text{Korrelationszeit} = 4 \pi \eta \cdot a^3 / 3 kT.$$

η = Viskosität.

a = Molekülradius.

K ist von der Grössenordnung 1.

Aus Reinquadrupolmessungen sind viele Kopplungskonstanten bekannt. Cl^{35} konnte als günstiger Kern ausgesucht werden, weil besonders viele $(e^2 q Q/h)$ -Werte von Cl^{35} -Verbindungen gemessen sind und diese Werte die Grösse 40 bis 80 MHz aufweisen. Das hat zur Folge, dass $C Cl_4$ theoretisch eine Linienbreite von 10–100 Gauss hat. Aus der Beziehung für die Linienbreite folgt, dass für verschiedene flüssige covalente Cl^{35} -Verbindungen in guter Näherung die Grösse

$$\left(\frac{e^2 q Q}{h} \right)^2 \frac{\eta \cdot a^3}{\Delta}$$

bei gleicher Temperatur konstant sein muss. Deshalb wurden die folgenden Messungen durchgeführt:

Ver- bindung	Quadrat der Quadrupol- kopplung $\left(\frac{e^2 q Q}{h} \right)^2$ $\cdot 10^{15} \text{ Hz}^2$	Viskosität η_{20} $\cdot 10^{-20} \text{ Poise}$	Molekül- Volumen a^3 $\cdot 10^{-24} \text{ cm}^3$	Linien- breite Δ GAUSS	$\frac{(e^2 q Q)^2 \cdot \eta \cdot a^3}{h^2 \cdot \Delta}$ $\cdot 10^{11}$
C Cl_4	6,70	$0,97 \pm 0,02$	5,35	$24 \pm 3,0$	$1,44 \pm 0,21$
Si Cl_4	1,61	$0,69 \pm 0,10$	8,00	$7 \pm 0,5$	$1,26 \pm 0,25$
Sn Cl_4	2,36	$1,05 \pm 0,02$	12,2	$23 \pm 3,0$	$1,31 \pm 0,20$
CH Cl_3	5,87	$0,58 \pm 0,02$	5,35	$16 \pm 2,0$	$1,14 \pm 0,18$
As Cl_3	2,55	$1,30 \pm 0,10$	10,01	$26 \pm 3,0$	$1,27 \pm 0,24$
P Cl_3	2,74	$0,80 \pm 0,10$	8,00	$13 \pm 1,0$	$1,35 \pm 0,26$

Diese Messungen zeigen, dass entgegen den bisherigen Erwartungen die Resonanz von Verbindungen mit (e^2qQ/h) -Werten bis zu 80 MHz in Flüssigkeiten noch gesehen werden kann.

Durch Sättigungsmessungen und Variation der Temperatur wurde ausserdem qualitativ nachgewiesen, dass der Quadrupoleffekt die Verbreiterung bewirkt. Allgemein sind solche Linienbreiten interessant, da man aus ihnen noch unbekannte Reinquadrupolenergien abschätzen und umgekehrt aus Reinquadrupolmessungen berechnen kann, ob die Linie eines bestimmten Kerns noch sichtbar ist.

Für die Ermöglichung dieser Messungen sowie für freundliche Unterstützung bin ich Herrn Prof. Dr. P. HUBER und Herrn Prof. Dr. W. G. PROCTOR sowie für das Bereitstellen der chemischen Proben Herrn Prof. Dr. H. ERLIENMEYER und Herrn Dr. S. FALLAB zu grossem Dank verpflichtet.

Une relation entre la viscosité et la chaleur spécifique des liquides simples

par G. H. WANNIER et P. A. PIROUÉ (Genève).

Il n'y a pas, à proprement parler, une théorie des liquides, c'est-à-dire une théorie moléculaire qui permet de déduire les propriétés d'un liquide à partir des propriétés des molécules qui le constituent. Etant donné ce défaut fondamental, on peut essayer d'élucider certains faits expérimentaux en adjoignant à la théorie certains autres faits expérimentaux. Dans le cas présent, on utilise la viscosité pour estimer la diminution de la chaleur spécifique d'un liquide simple lorsque la température augmente.

Près du point de fusion, les liquides simples ont généralement une chaleur spécifique légèrement inférieure à la valeur de Dulong et Petit, c'est-à-dire $3R$ par mole. Lorsque la température croît, cette valeur diminue et s'approche de $2R$ qui est la valeur au voisinage du point critique.

Il y a longtemps que BRILLOUIN¹⁾ a donné l'explication qualitative de ce comportement: Si on analyse le mouvement intérieur d'un liquide simple par les modes normaux de vibration utilisés pour les solides, alors les deux degrés de liberté transversaux perdent graduellement leur énergie potentielle jusqu'à ce qu'il ne reste que de l'énergie cinétique. Avec la contribution usuelle de kT pour les vibrations longitudinales, on arrive ainsi à la valeur $2R$ pour la chaleur spécifique totale du liquide.

¹⁾ L. BRILLOUIN, Les tenseurs en mécanique et élasticité, 346—349 (1938).

Il est assez difficile de préciser cette idée qualitative qui nous paraît correcte. Malheureusement le spectre de vibration d'un corps est toujours difficilement accessible au travail expérimental. Toutefois, la nature des forces interatomiques ne change pas qualitativement avec la longueur d'onde et il devrait donc être possible d'effectuer une extrapolation réfléchie à partir des ondes longues jusqu'aux ondes courtes; nous disons «réfléchie», car le procédé naturel de prendre le tenseur des tensions π_{ik} et le tenseur des déformations σ_{ik} , et d'écrire pour les composantes non diagonales:

$$\pi_{ik} = 2 \mu \sigma_{ik} + 2 \eta \dot{\sigma}_{ik} \quad (1)$$

où μ est le module de rigidité et η la viscosité ne peut évidemment pas être juste parce qu'il rend le terme en η important pour les ondes courtes et le terme en μ important pour les ondes longues. En vérité, c'est à peu près le contraire qui est vrai: Les ondes courtes conservent leur caractère d'ondes de rigidité au-delà du point de fusion, tandis que, pour les ondes longues, le point de fusion représente une transition discontinue à un caractère visqueux. On tient compte de ces faits expérimentaux si on adopte une autre généralisation de la loi de HOOKE qui est due à MAXWELL:

$$\dot{\pi}_{ik} = 2 \mu \dot{\sigma}_{ik} - \frac{1}{\tau} \pi_{ik} \quad (2)$$

où τ est un temps de relaxation qui est numériquement donné par:

$$\tau = \frac{\eta}{\mu} \quad (3)$$

On comprend cette équation si on se représente la loi de HOOKE comme étant la relation primaire entre les deux tenseurs, et si on suppose ensuite que la tension établie par les déplacements se relâche dans le temps d'une manière telle que l'effet net pour les déformations lentes est l'effet visqueux bien connu.

Cette conception de la viscosité nous paraît saine d'une manière générale, au moins pour la composante dynamique de la viscosité qui est due aux forces exercées par les molécules à travers une surface. Il y a, au contraire, dans la théorie cinétique des gaz, une composante cinétique du coefficient de viscosité qui est due au passage des molécules elles-mêmes à travers une surface. Celle-ci, qui prédomine dans les gaz et qui augmente avec la température, n'a pas du tout ce caractère de relaxation. Mais la composante dynamique, qui diminue avec la température, prédomine dans les liquides proprement dits et a bien ce caractère de relaxation postulé.

Or, l'équation (2) une fois posée, doit avoir des conséquences im-

portantes pour la chaleur spécifique. En effet, si on suppose qu'un oscillateur du spectre de vibration est stimulé continuellement au voisinage de sa fréquence propre par une force et qu'il perd constamment de l'énergie par le processus de relaxation indiqué, alors un tel oscillateur n'obéit plus au théorème d'équipartition, mais au contraire, on trouve que le rapport de l'énergie potentielle moyenne U à l'énergie cinétique moyenne K est donné par:

$$\frac{U}{K} = \frac{1}{1 + 1/\omega^2 \tau^2} \quad (4)$$

où ω est la fréquence circulaire de l'oscillateur.

La signification de l'équation (4) apparaît clairement si on se rend compte que l'énergie cinétique moyenne par degré de liberté est la même pour les solides et les gaz, à savoir $1/2 kT$; il est donc probable que cette valeur est encore la même pour les liquides. L'équation (4) nous fournit alors une expression pour l'énergie potentielle moyenne U , à savoir:

$$U = \frac{1/2 kT}{1 + 1/\omega^2 \tau^2} \quad (5)$$

Nous pensons que l'équation (5) exprime en formule, au moins approximativement, l'idée fondamentale énoncée jadis par BRILLOUIN¹⁾.

En principe, l'équation (5) est susceptible d'être contrôlée expérimentalement parce qu'elle relie deux propriétés du liquide, à savoir sa viscosité et sa chaleur spécifique. Si on essaye d'effectuer un tel contrôle, on se heurte toutefois à des difficultés accidentelles certes, mais pratiquement importantes. D'abord il faut trouver une substance simple pour laquelle les deux quantités sont bien connues dans un intervalle de température étendu. Tel est le cas du mercure liquide. En second lieu, il faut connaître la relation entre la fréquence et la longueur d'onde des ondes transversales pour effectuer l'intégration sur toutes les fréquences, intégration qui est essentielle dans une détermination de la chaleur spécifique. Nous avons pris, à cet effet, la théorie de DEBYE avec le Θ^2) du mercure solide au point de fusion, tout en reconnaissant qu'il s'agit là d'une approximation seulement. D'autre part, la valeur de τ est déterminée par l'équation (3), ce qui nous impose le choix d'un module de rigidité μ «instantané». Cette valeur est nécessairement arbitraire; le solide au point de fusion est anisotrope et nous laisse donc un choix considérable. La valeur choisie dans les résultats numériques présentés ici, est la plus petite des possibilités permises dans le

²⁾ Θ est la température caractéristique de DEBYE.

solide. Finalement, nous nous sommes rendus compte au cours de nos calculs que la contribution cinétique à la viscosité n'est pas du tout négligeable dans le cas présent. La formule (3) doit donc être remplacée par:

$$\tau = \frac{\eta - \eta_{cin}}{\mu} \quad (6)$$

Faute d'une meilleure méthode, nous avons simplement calculé η_{cin} par la formule valable pour les gaz parfaits.

De cette manière, on trouve des valeurs théoriques C_v^* de la chaleur spécifique (à volume constant) du mercure en fonction de la température, valeurs qui sont comparées avec les valeurs expérimentales C_v dans le tableau I.

Tableau I.

Comparaison de la chaleur spécifique C_v (Cal/mole degré) du mercure avec une valeur calculée C_v^* .

T	233	253	273	293	313	333	353	373	393	413	433	453	473
C_v^*	5,77	5,73	5,69	5,65	5,61	5,57	5,53	5,49	5,45	5,41	5,37	5,33	5,29
C_v	6,01	5,92	5,84	5,76	5,69	5,62	5,57	5,51	5,46	5,41	5,36	5,31	5,27

On voit que l'accord est excellent, excepté au voisinage immédiat du point de fusion. Toutefois, cet accord pourrait être trompeur à cause des divers expédients auxquels il a fallu recourir pour permettre la comparaison avec l'expérience.

Nous sommes en train de faire la même comparaison pour l'argon liquide, qui est, en détail, un liquide tout-à-fait différent du mercure. C'est pourquoi le résultat pour l'argon pourrait bien être décisif pour juger de la justesse de notre raisonnement.

Étalon de fréquence à l'ammoniaque

par J. BONANOMI (Laboratoire Suisse de Recherches Horlogères)
et J. HERRMANN (Institut de Physique de l'Université, Neuchâtel).

Utilisant la raie (3,3) du spectre d'inversion de la molécule d'ammoniaque nous avons construit un oscillateur stabilisé sur la fréquence centrale de cette raie située à 23870 MHz. Le système comprenait une cellule d'absorption à NH_3 , et un klystron modulé en fréquence (à 7 kHz avec taux de modulation $m = 7$) dont la fréquence porteuse était stabilisée par servosystème sur le centre de la raie. La comparaison de cet oscillateur avec une horloge à quartz prise comme étalon, révéla des variations de fréquence de l'ordre

de $2 \cdot 10^{-9}$ par jour. Cette instabilité peut être expliquée par la largeur considérable et en partie inévitable de la raie d'absorption (fig. 1).

Pour diminuer la largeur de raie nous avons entrepris la mise au point d'un « maser », dispositif à jet moléculaire utilisant l'émission

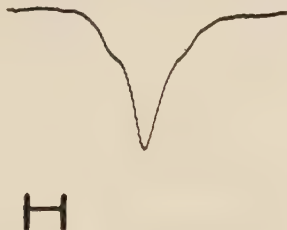


Fig. 1.

Raie (3,3) du spectre d'inversion NH_3 , observée en absorption. Sa largeur est due à l'effet Doppler, sa structure sur ses flancs à des satellites magnétiques incomplètement résolus. Longueur du trait horizontal: 100 kHz.

induite et dont le principe de fonctionnement est décrit en détail dans les articles originaux¹⁾²⁾³⁾. Dans notre installation le focalisateur comporte 12 électrodes supportant une tension de 15–20 kV;

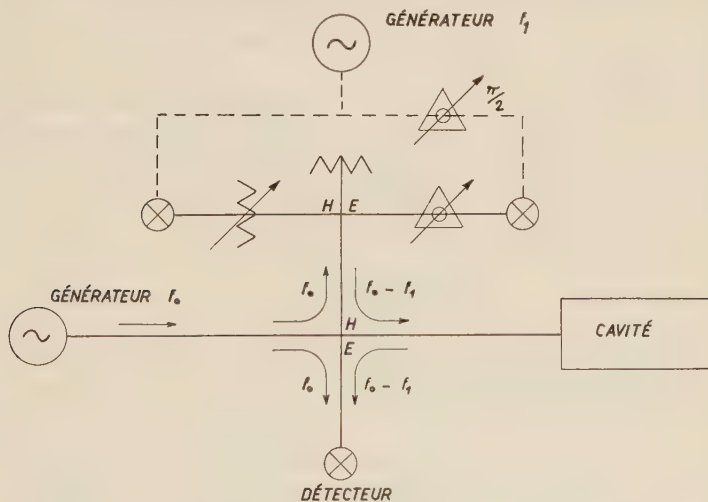


Fig. 2.

Schéma de la détection et modulation à bande latérale unique. $f_0 = 24$ GHz et $f_1 = 2$ MHz.

la cavité est prévue pour le mode TM_{010} ; l'excitation et la détection se font par le même orifice de couplage. L'énergie pour l'exploration de la raie est produite à partir de l'oscillateur local au moyen d'un

modulateur à bande latérale unique, dont le schéma de principe est représenté fig. 2. Ce montage permet une détection cohérente après amplification en moyenne fréquence. L'oscillateur local (klystron X-13 suivi d'un doubleur de fréquence) est synchronisé avec un oscillateur à quartz dont la fréquence est balayée mécaniquement.

Avec le dispositif réalisé, une raie spectrale d'émission induite d'une largeur de l'ordre de 6 kHz a pu être obtenue (fig. 3). Les

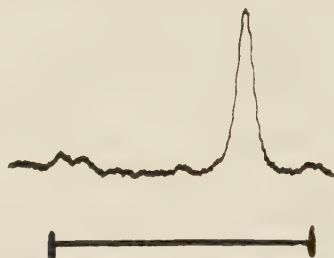


Fig. 3.

Raie (3,3) du spectre d'inversion de NH_3 observée en émission induite avec, à droite, le satellite magnétique supérieur, entièrement séparé de la raie principale. L'origine des 2 satellites, situés à 25 kHz de chaque côté de la raie principale est encore inconnue. Longueur du trait horizontal: 100 kHz.

mesures sont en progrès et les résultats feront l'objet d'une publication ultérieure.

Nos remerciements vont au Professeur ROSSEL pour l'intérêt qu'il a manifesté au travail en cours et à M. P. KARTASCHOFF, qui a largement contribué à la réalisation de la partie électronique. Ces recherches ont bénéficié d'une aide financière du Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique que nous tenons à remercier.

Bibliographie.

- ¹⁾ J. P. GORDON, H. J. ZEIGER et C. H. TOWNES, Phys. Rev. **95**, 282 (1954).
- ²⁾ J. P. GORDON, H. J. ZEIGER et C. H. TOWNES, Phys. Rev. **99**, 1264 (1955).
- ³⁾ J. P. GORDON, Phys. Rev. **99**, 1253 (1955).

Die Linienbreite der induzierten Emission des Ammoniaks

von J. HERRMANN (Institut de Physique de l'Université, Neuchâtel).

Im vorstehenden Bericht wurde gezeigt, wie mittels der Molekularstrahlmethode eine sehr kleine Spektrallinienbreite erzielt werden kann. Diese Linienbreite ist in erster störungstheoretischer Näherung von GORDON u. a.¹⁾ bestimmt worden. Im vorliegenden Be-

nicht werden zwei für die Linienbreite wichtige Einflüsse bei der Berechnung eingehender berücksichtigt. Es ist dies erstens die Geschwindigkeitsverteilung im Molekularstrahl und zweitens der Sättigungseffekt des auf das Molekül wirkenden Feldes.

Wenn man voraussetzen kann, dass das System als Linearkombination zweier seiner ungestörten Eigenfunktionen beschreibbar ist

$$\Psi = C_1(t) \psi_1(q) + C_2(t) \psi_2(q),$$

dann führt die zeitabhängige Schrödingergleichung für einen Dipol in einem oszillierenden elektrischen Feld

$$i \hbar \dot{\Psi} = (H^0 - \vec{\mu} \cdot \vec{E} \cos \omega t) \Psi$$

zu dem Gleichungssystem

$$i \hbar \dot{C}_1 = E_1 C_1 + 2 \hbar \beta \cos \omega t \cdot C_2$$

$$i \hbar \dot{C}_2 = 2 \hbar \beta \cos \omega t \cdot C_1 + E_2 C_2$$

für die Komponenten des Wahrscheinlichkeitsvektors. Hierbei ist H^0 der bereits auf Diagonalform gebrachte Energieoperator des ungestörten Systems mit den Eigenwerten E_1 und E_2 . Das über die Winkel gemittelte Matrixelement von $\vec{\mu} \cdot \vec{E}$ ist mit $2 \hbar \beta$ bezeichnet. Die Anfangsbedingungen lauten $C_1(0) = 0$ und $C_2(0) = 1$.

Wenn das oszillierende Feld die Bedingung $\beta \ll \omega_0 - (E_2 - E_1)/\hbar$ erfüllt und man sich auf den Fall der Resonanz $\omega \approx \omega_0$ beschränkt, dann lautet die Übergangswahrscheinlichkeit²⁾

$$W = C_1 C_1^* = 4 \beta^2 \gamma^{-2} \sin^2 \gamma t / 2$$

mit

$$\gamma(\omega) = [(\omega_0 - \omega)^2 + 4 \beta^2]^{1/2}.$$

Die Mittelung über die Geschwindigkeitsverteilung im Molekularstrahl $n(v) dv = 2 \alpha^{-4} v^3 \exp(-v^2/\alpha^2) dv$ ergibt

$$\overline{W} = 4 \beta^2 \tau^2 P(\gamma \tau),$$

wobei α die wahrscheinlichste Geschwindigkeit der Maxwellverteilung und τ die wahrscheinlichste Zeit der Wechselwirkung des Feldes mit den Molekülen ist. Dabei ist gesetzt

$$P(x) = x^{-2} [1/2 - I(x)]$$

und

$$I(x) = \int_0^\infty \exp(-y^2) y^3 \cos x/y dy.$$

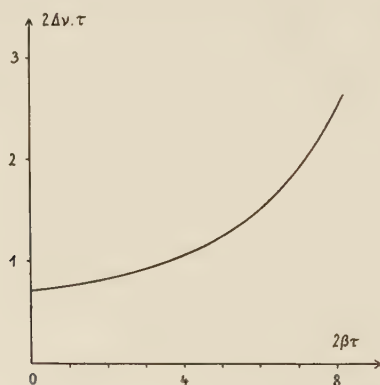
Die Funktion $P(x)$ ist in Tabelle 1 angegeben. Ihre Berechnung erfolgte in Anlehnung an TORREY³⁾, der ähnliche Rechnungen durchgeführt hat. Die Auswertung der Funktion $P(x)$ ergibt die mit

τ multiplizierte Linienbreite als Funktion von $2\beta\tau$, das heisst als Funktion der Intensität des elektrischen Feldes. Für grosse Feldstärken nimmt die Linienbreite proportional dem Feld zu.

Tabelle 1.

x	$P(x)$	x	$P(x)$
0	0,250	7	0,0102
0,5	230	8	68
1,0	196	9	52
1,5	165	10	42
2	130	12	32
3	80	14	26
4	48	16	20
5	28	18	16
6	16	20	0,0013

Der gemessene Wert für die Linienbreite (vorstehender Bericht) ist doppelt so gross wie der berechnete Wert von 3 kHz. Falls die



Abhängigkeit der Linienbreite von der Intensität des Feldes bei Berücksichtigung der Geschwindigkeitsverteilung.

experimentelle Anordnung für die Verbreiterung nicht verantwortlich gemacht werden kann, ist zu vermuten, dass die tatsächliche Linienbreite durch die weitergehende Struktur der Spektrallinie entsteht.

Herrn Prof. J. ROSSEL danke ich für sein Interesse an dieser Arbeit.

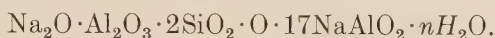
Literatur.

- ¹⁾ J. P. GORDON, H. J. ZEIGER, C. H. TOWNES, Phys. Rev. **99**, 1264 (1955).
- ²⁾ S. H. AUTLER und C. H. TOWNES, Phys. Rev. **100**, 703 (1955).
- ³⁾ H. C. TORREY, Phys. Rev. **59**, 293 (1941).

Über zeolithische Einschlussverbindungen

von R. M. BARRER und W. M. MEIER (Imperial College, London).

Nachstehend soll zusammenfassend über die Struktur eines neuen synthetischen Zeolithen*) und Untersuchungen über dessen Salzeinschlussverbindungen berichtet werden. Der untersuchte Zeolith ist kubisch und besitzt die Zusammensetzung



Die aus Pulveraufnahmen ermittelte Gitterkonstante beträgt $a = 12,27 \pm 0,01$ kX. Die pyknometrisch bestimmte Dichte von $2,01 \text{ g cm}^{-3}$ ergibt sodann 6 der obigen Formeleinheiten pro Elementarzelle. Die beobachteten Interferenzen lassen nur die Raumgruppen P23, Pm3, P43m, P43, und Pm3m zu. Die vollständige Diskussion dieser Raumgruppen führt unter Zuhilfenahme von kristallchemischen Kriterien eindeutig auf die Raumgruppe $\text{O}_h^1\text{-Pm3m}$. Auf das Aluminosilikatgerüst entfallen die folgenden Punktlagen:

12 Si + 12 Al in $(k) 0, y, z$, usw.

48 O in $(n) x', y', z'$, usw.

Die Parameter sind dabei durch die Ionenradien weitgehend festgelegt. Den 12 einwertigen Kationen kann man infolge der sehr offenen Struktur verschiedene Positionen zuordnen. Auf eine Elementarzelle der Struktur entfallen 2 grössere Hohlräume von verschiedener Art: ein kleinerer, isolierter Hohlraum (Sodalithkäfing) mit dem Zentrum in $(0, 0, 0)$ und ein grosser Hohlraum mit dem Zentrum in $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2})$. Der Sodalithkäfing enthält 1 NaAlO_2 als permanenten Einschluss. Die grossen Hohlräume grenzen direkt aneinander, und es ergeben sich auf diese Weise Kanäle in den Achsenrichtungen mit einem minimalen freien Durchmesser von $4,2 \pm 0,2 \text{ \AA}$ an den Verbindungsstellen der Hohlräume. Im hydratisierten Zustand enthalten die grossen Hohlräume je ca. 28 H_2O -Moleküle. Diese lassen sich ohne merkliche strukturelle Änderungen des Wirtsgitters entfernen und durch andere Moleküle ersetzen. Durch Erhitzen des Zeolithen mit niedrig schmelzenden Salzen (Alkalinitrate usw.) über deren Schmelztemperatur lassen sich Salzeinschlussverbindungen herstellen. Ist das Streuvermögen der eingeschlossenen

*) Dieser Zeolith wird in Pulverform von Linde Air Products Co. unter dem Namen *Molecular Sieve 4 A* in den Handel gebracht.

Salze relativ hoch, so vermag die röntgenographische Untersuchung leicht Aufschluss über deren Anordnung zu geben. In mehreren Fällen konnten dabei *Überstrukturlinien* festgestellt werden, welche auf eine *geordnete* Anordnung des Salzeinschlusses hinweisen.

Im Falle der Einschlussverbindung mit AgNO_3 ergibt die Analyse 9,0 AgNO_3 -Moleküle pro Elementarzelle und die Pulveraufnahmen zeigen intensive *Überstrukturlinien*, welche beim vollständigen Extrahieren des eingeschlossenen AgNO_3 mit Wasser wieder restlos verschwinden. Die beobachteten *Überstrukturlinien* lassen auf eine neue, tetragonale Elementarzelle mit $A = 2a$ und $C = a$ schliessen.

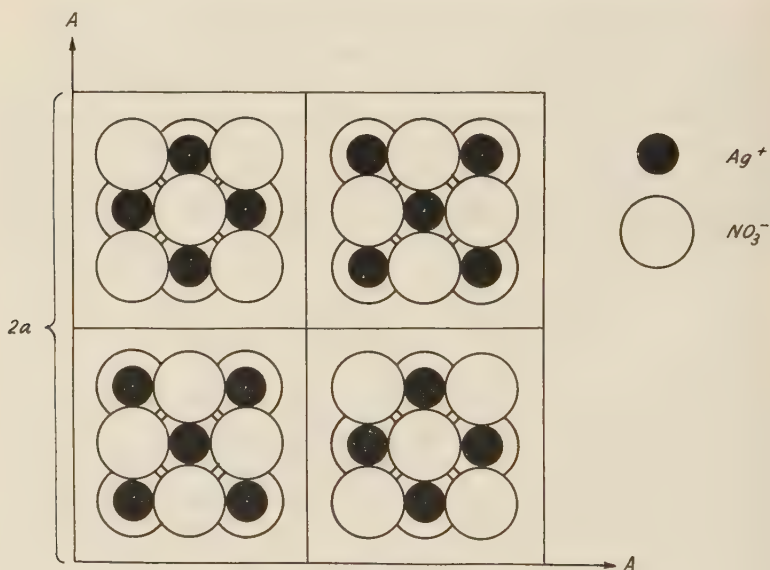


Fig. 1.

Anordnung der Ag^+ und NO_3^- in den grossen Hohlräumen des Zeolithen
(in der Richtung der c -Achse gesehen).

Die einzige Anordnungsmöglichkeit des AgNO_3 -Einschlusses, die zur beobachteten *Überstruktur* führt und sterisch möglich ist, ist in Fig. 1 schematisch wiedergegeben. Die NO_3^- -Ionen sind dabei als Kugeln angedeutet und bilden mit den Ag^+ -Ionen kleine Aggregate mit kubischer Packung vom NaCl-Typ. Interessanterweise sind die Aggregate benachbarter Hohlräume antiparallel polarisiert.

Weitere Untersuchungen sind im Gange. Die ausführliche Arbeit wird anderwärts erscheinen.

Elektronenemissionsmikroskopische Untersuchung der Karburierung von Molybdän aus der Gasphase

von E. B. BAŞ, L. G. PREUSS und W. EPPRECHT
(Institut für technische Physik, ETH., Zürich).

Die Untersuchungen wurden mit einem auf der elektronenoptischen Bank¹⁾ aufgebauten zweistufigen Emissionsmikroskop durchgeführt. Die Objekt-Halterung und Heizung lehnt sich an die Konstruktion der Bolzen-Kathode²⁾ an. Die untersuchten Molybdän-Einkristalle wurden durch Temperung eines Mo-Drahtstückes dicht unterhalb des Schmelzpunktes und unter Zug in einem speziellen Ofen hergestellt. Der Durchmesser der sorgfältig polierten Emissionsfläche der Präparate betrug 1,4 mm. Die Bohrungen des klassischen elektrostatischen Immergeionsobjektives hatten einen Durchmesser von 1 mm. Die Karburierung der Präparate erfolgt im Mikroskop in Butan-Gas bei einem Druck von ca. 10^{-4} bis 10^{-3} Torr.

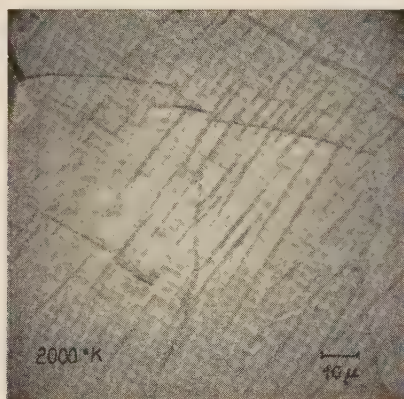


Fig. 1.

Während der Abbildung betrug der Druck ca. 2×10^{-5} Torr. Die Aufnahmen gleich nach einer schwachen Karburierung bei 1750° K zeigen mehr oder weniger unregelmässig verteilte aufgekohlte Partien, in welchen eine leichte Betonung einer bestimmten kristallographischen Richtung festzustellen ist. Lässt man das Präparat bei gleicher Temperatur, so kann man die Diffusion des Kohlenstoffes sowohl entlang der Oberfläche als auch in die Tiefe verfolgen. Das homogene Auflösen des Kohlenstoffes kann durch Erhöhung der Temperatur beschleunigt werden. Kühlt man nun das Präparat auf z. B. 1750° K langsam ab, so entstehen lange Carbid-Lamellen mit bevorzugten kristallographischen Richtungen, welche mit Hilfe von

Röntgen-Rückstrahlaufnahmen als die Schnittlinien der Rhombo-Dodekaeder-Ebenen mit der Emissionsebene bestimmt werden konnten. Kühlt man hingegen schnell ab, so entsteht eine grosse Anzahl von sehr feinen Carbid-Lamellen, bei denen zwar die oben erwähnten Richtungen dominieren, aber auch andere Richtungen vertreten sind. Wird ein Einkristallpräparat stärker karburiert, so beobachtet man gleich nach der Karburierung ein polykristallines Oberflächengefüge, welches den auf der Oberfläche entstandenen Molybdän-carbid (Mo_2C)-Plättchen zuzuschreiben ist. Hält man das Präparat längere Zeit bei einer Temperatur von ca. 2200°K , so kann man verfolgen, wie durch Wegdiffusion von Kohlenstoff diese Carbidplättchen aufgebraucht werden und zum Schluss wieder der ursprüngliche Molybdän-Einkristall zum Vorschein kommt. Im Röntgenbild zeigt dieser Einkristall allerdings starke Mosaikbildung. Karburiert man einen Einkristall noch intensiver und rascher (d. h. bei höherer Temperatur, z. B. 2300°K und bei höherem Butan-Druck von ca. 10^{-3} Torr), so ist die Mosaikbildung auch im Emissionsbild gut sichtbar, wie dies Fig. 1 zeigt. Man beachte die Knickung der Carbid-Lamellen beim Durchqueren von Subkorngrenzen.

Über diese Untersuchungen wird demnächst an anderer Stelle näher berichtet.

Literatur.

- 1) E. B. BAŞ, Z. angew. Phys. **6**, 404 (1954).
- 2) E. B. BAŞ, Z. angew. Phys. **7**, 337 (1955).

Kernphotoeffekt unter Emission eines Tritons

von F. HEINRICH und H. WÄFFLER (Universität Zürich).

Kernphotoprozesse, welche unter Emission eines Nukleons verlaufen ((γ, n) , (γ, p)), lassen sich – zumindest qualitativ – auf Grund der Vorstellung von *zwei* unabhängig nebeneinander laufenden Prozessen erklären:

1. Verdampfung des Nukleons aus dem hochangeregten Zwischenkern und
2. direkte Wechselwirkung des Quants mit *einem* Nukleon des Kernsystems, analog dem Photoeffekt an der Atomhülle.

Bei der Emission zusammengesetzter Teilchen (Deutonen, Tritonen, Alphateilchen) unter Einwirkung energiereicher elektromagnetischer Strahlung sollte man erwarten, dass der Direktprozess 2. fortfällt. Überraschenderweise erfolgt jedoch der (γ, D) -Prozess an

einigen Elementen (beispielsweise Cu) mit einer Häufigkeit, welche um über einen Faktor 100 grösser ist, als man auf Grund des Prozesses 1. erwarten würde. Eine befriedigende Erklärung dieses Effektes konnte bis jetzt nicht gefunden werden.

In der vorliegenden Arbeit haben wir uns zum Ziel gesetzt, auch den (γ, T) -Prozess auf seine Häufigkeit hin zu untersuchen, um eine allfällige, der (γ, D) -Reaktion analoge Anomalie feststellen zu können. Der (γ, T) -Prozess ist bis jetzt an Kernen der Massenzahl $A > 16$ noch nicht beobachtet worden. Die Bestrahlung erfolgte mit dem 31 MeV-Bremsspektrum des Betatrons¹⁾. Es liegen gegenwärtig die Resultate der Messung an den Elementen Al, Co, Cu vor. Der Nachweis der Reaktion erfolgte durch Ausheizen der bestrahlten Präparate in einer Trägergasatmosphäre von Wasserstoff, Adsorption des freigesetzten Tritiums zusammen mit dem Trägergas an Zirkon und anschliessende Überführung des Gases in ein Zählrohr, in dem der radioaktive Zerfall des Tritiums nachgewiesen wurde. Tabelle I zeigt das Resultat der Messungen zusammen mit den nach der statistischen Kerntheorie (Prozess 1.) abgeschätzten Werten. Angegeben ist die (γ, T) -Ausbeute *pro Kern* der bestrahlten Substanz, bezogen auf die entsprechende (γ, n) -Ausbeute:

$$\eta = \frac{\int_0^{31 \text{ MeV}} \sigma(\gamma, T) N(E_\gamma) dE_\gamma}{\int_0^{31 \text{ MeV}} \sigma(\gamma, n) N(E_\gamma) dE_\gamma}$$

$\sigma(\gamma, x)$ Wirkungsquerschnitt der bzw. Reaktion, $N(E_\gamma) dE_\gamma$ Anzahl der Quanten im Energieintervall $E_\gamma \dots E_\gamma + dE_\gamma$

Tabelle 1.

Experimentelle und theoretische nukleare Ausbeute der (γ, T) -Prozesse.

Element	$\eta_{\text{exp}} \times 10^5$	$\eta_{\text{theor}} \times 10^5$
Al	240 ± 14	200
Co	$6 \pm 1,7$	4
Cu	$4,5 \pm 1,5$	3

Diese vorläufigen Ergebnisse weisen darauf hin, dass die (γ, T) -Prozesse, ebenso wie die (γ, α) -Prozesse²⁾, sich in das Bild des rein statistischen Reaktionsablaufs (Prozess 1.) gut einfügen.

Literatur.

¹⁾ Wir möchten dem Leiter der Radiologischen Klinik der Universität, Herrn Prof. Dr. H. R. SCHINZ, auch an dieser Stelle für die Überlassung des Betatrons für unsere Versuche herzlich danken.

²⁾ F. HEINRICH, H. WÄFFLER und M. WALTER, *Helv. Phys. Acta* **29**, 3 (1956).

Eine direkte Bestimmung der Resonanzbreite von $\text{Al}^{27}(p, \gamma)\text{Si}^{28}$ bei 991 keV

von F. BUMILLER, J. MÜLLER und H. H. STAUB (Universität Zürich).

Die Anregungsfunktion der $\text{Al}^{27}(p, \gamma)$ -Reaktion zeigt verschiedene ausserordentlich scharfe Resonanzen¹⁾, deren genaue Vermessung schwierig ist. Bei den vorliegenden Versuchen diente als Impulsanalysator der im elektrostatischen Generator beschleunigten Protonen ein homogener 180° Magnet von 50 cm Radius²⁾. Zur Vermeidung von Korrekturen für Energieverlust und straggling wurden — im Gegensatz zu früheren Messungen von BENDER et al.³⁾ — ausschliesslich dicke Targets verwendet. Die Energieänderung der Protonen erfolgte nicht durch Verstellen des Magnetfeldes, sondern durch Variation des Targetpotentials (um ± 500 V gegen Erde), so dass man eine praktisch fehlerfreie relative Energieskala erhielt. Bei der Berechnung der Ausbeutekurven wurden folgende drei verbreiternde Einflüsse berücksichtigt:

1. Dreieckförmiges Energiespektrum des Magneten (Schlitzbreite = 0,005 cm).
2. Dopplerverbreiterung infolge thermischer Bewegung der Targetatome (170° C).
3. Begrenzte Stabilisierung des Magnetfeldes (1 in 30 000).

Ein Vergleich der experimentellen Werte mit den für verschiedene Halbwertsbreiten Γ berechneten Resonanzkurven ergibt als vorläufiges Ergebnis

$$\Gamma = (50 \pm 30) \text{ eV.}$$

Eine Neubestimmung der Resonanzenergie ergab

$$E_{\text{res}} = 990,8 \text{ keV}$$

in vollständiger Übereinstimmung mit unserem früheren Wert²⁾.

Eine ausführlichere Beschreibung dieser Arbeit erfolgt demnächst in den *Helv. Phys. Acta*.

Literatur.

¹⁾ BROSTRÖM, HUUS and TANGEN, *Phys. Rev.* **71**, 661 (1947).

²⁾ BUMILLER, STAUB und WEAVER, *Helv. Phys. Acta* **29**, 83 (1956).

³⁾ BENDER et al., *Phys. Rev.* **71**, 905 (1947) und *Phys. Rev.* **76**, 273 (1949).

Der Zerfall des W^{181}

von P. DEBRUNNER, E. HEER, W. KÜNDIG und R. RÜETSCHI
(Physikalisches Institut der ETH., Zürich)

CORK et al.¹⁾ fanden bei Untersuchungen an W^{181} , das durch Elektroneneinfang in Ta^{181} übergeht, zwei γ -Linien von 152 und 136 keV. Diese Übergänge wurden hingegen von BISI et al.²⁾ in einer neueren Arbeit nicht festgestellt und sollten nach der von ihnen bestimmten Zerfallsenergie des W^{181} (92 ± 10 keV) überhaupt nicht auftreten.

Unsere Absicht bestand nun darin, das genaue Zerfallschema des W^{181} zu studieren, um durch eventuelle Koinzidenzexperimente das vom Hf^{181} -Zerfall bekannte Niveauschema des Ta^{181} zu ergänzen.

Das durch ($d, 2n$)-Prozess hergestellte W^{181} *) wurde über einen organischen Komplex³⁾ von Ta und anderen Verunreinigungen getrennt. Die Fig. 1 und 2 zeigen das γ -Szintillations-Spektrum und das Konversionselektronen-Spektrum. In beiden erscheinen deutlich

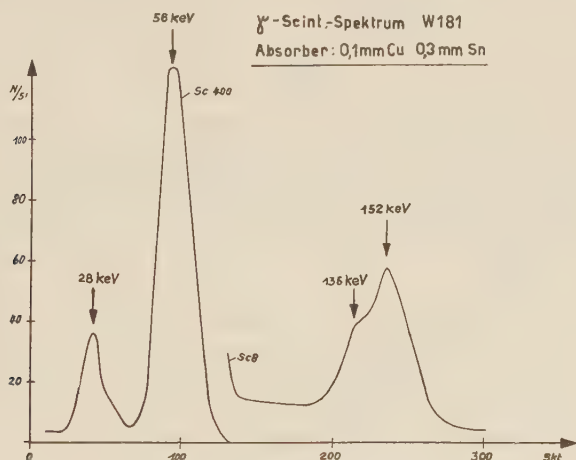


Fig. 1.

die von CORK¹⁾ beobachteten Übergänge. Zwischen den K -Röntgenlinien und den beiden γ -Linien wurden keine prompten Koinzidenzen gefunden. Ebenso sind die beiden γ -Linien unter sich nicht in Koinzidenz.

Bei der 136 keV-Linie handelt es sich offenbar um den vom Hf -Zerfall und von der Coulombanregung bekannten Übergang des ersten Rotationsniveaus in den Grundzustand. Ihr K -Konversions-

*) Für die Herstellung des W^{181} sind wir Prof. A. H. W. ATEN-JUNIOR (Institut voor Kernfysisch Onderzoek, Amsterdam) zu Dank verpflichtet.

koeffizient beträgt: $\alpha_K = 1,2^4$). Durch Intensitätsvergleich der K -Konversionslinien und der γ -Linien erhält man daraus leicht

$$\alpha_{K(152 \text{ keV})} = 1,0 \pm 0,2.$$

Vergleicht man diesen Wert mit den theoretischen Konversionskoeffizienten, so ergibt sich, dass es sich beim 152 keV-Übergang

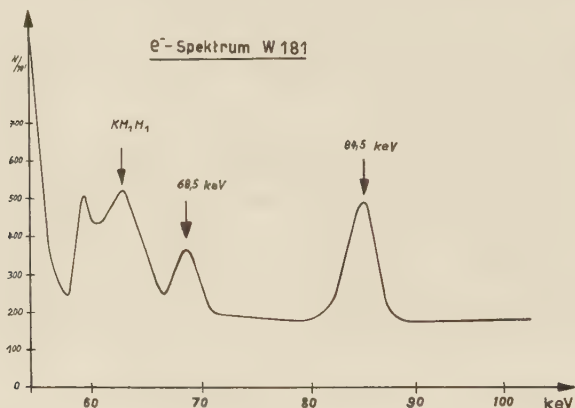


Fig. 2.

entweder um reine magnetische Dipolstrahlung oder um eine Mischung aus elektrischer Dipol- und magnetischer Quadrupolstrahlung handeln muss. Diese beiden Möglichkeiten stehen auch in Einklang mit dem von Corrk¹⁾ angegebenen α_K/α_L -Verhältnis von 8 ± 2 .

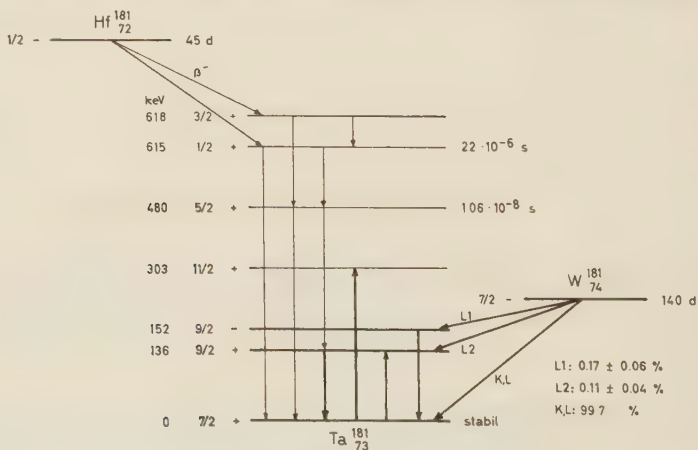


Fig. 3.

In Fig. 3 ist das von uns vorgeschlagene Zerfallschema des W^{181} dargestellt. Bei der sehr kurzen Lebensdauer des 136 keV-Niveaus

darf aus dem Fehlen von γ - γ -Koinzidenzen geschlossen werden, dass auch die 152 keV-Linie direkt in den Grundzustand führt. Ein 152-keV-Niveau, das beim Hf-Zerfall nicht angeregt wird, muss $I \geq 9/2$ besitzen. Nach der Konversion kommt nur $I = 9/2$ in Frage. Sowohl die γ -Übergangswahrscheinlichkeit wie auch das Nilsson-Modell legen negative Parität nahe. Daraus folgt für den 152 keV-Übergang ein Mischungsverhältnis von ca. 85% $E_1 + 15\%$ M_2 und eine Lebensdauer des 152-keV-Niveaus nach WEISSKOPF von $\sim 10^{-4}$ sec. Der E_1 -Übergang wäre also $\sim 10^9$ fach verboten!

Wir bestimmten ferner die Verzweigungsverhältnisse der Elektroneneinfänge nach den verschiedenen Niveaus auf 2 Arten:

1. Aus den Intensitätsverhältnissen der γ - zu den Röntgen- K -Linien.
2. Aus den Intensitätsverhältnissen der K -Konversionslinien zu den Auger-Linien.

Unter Benützung der Konversionskoeffizienten, einer K -Fluoreszenzausbeute von 94% und des Intensitätsverhältnisses von K -Einfang zu L -Einfang $I_K/I_L = 2,6$ nach BISI²⁾, ergeben die beiden Methoden übereinstimmend die in Fig. 3 angegebenen Verzweigungsverhältnisse.

Das Fehlen direkter Koinzidenzen zwischen 136 keV γ -Strahlung und Röntgen K -Strahlung lässt sich durch die Annahme verstehen, dass aus Energiegründen nur L -Einfang in dieses Niveau erlaubt ist. Die Zerfallsenergie des W^{181} liegt somit zwischen 160 und 200 keV. Nimmt man für den Grundzustand des W^{181} einen Spin von $I = 7/2$ und negative Parität an – was nach dem Nilsson-Modell plausibel ist – so lassen sich die experimentell gefundenen Verzweigungsverhältnisse zwangslos verstehen: Der erlaubte Übergang L_1 ist aus Energiegründen nicht häufiger als der einfach verbotene L_2 . Die einfach verbotenen Elektroneneinfänge in den Grundzustand sind ebenfalls aus Energiegründen einige hundertmal stärker.

Literatur.

- 1) J. M. CORK, W. H. NESTER, J. M. LEBLANC und K. W. RICE, Phys. Rev. **92**, 119 (1953).
- 2) A. BISI, S. TERRANI und L. ZAPPA, Nuovo Cimento **10**, I, 651 (1955).
- 3) S. H. ALLAN und M. G. HAMILTON, Anal. Chem. Acta **7**, 483 (1952).
- 4) F. BOEHM und P. MARMIER, Phys. Rev. (im Druck).

Die Konversionsspektren hoher Energie von Hg^{195} und Hg^{193}

von J. BRUNNER, J. HALTER und H. J. LEISI (ETH., Zürich).

Wir haben bereits in früheren Arbeiten über die Zerfälle von Hg^{195} und Hg^{193} berichtet ¹⁾²⁾³⁾. Zur Abklärung der komplizierten Zerfallsschemata erwies es sich als notwendig, die Energien der auftretenden γ -Übergänge mit möglichst grosser Genauigkeit zu bestimmen. Die Konversionselektronen der γ -Linien mit über 500 keV Energie, die bisher nur aus Messungen am Linsenspektrometer von W. ZÜRRI bekannt waren, wurden inzwischen in einem Halbkreispektrographen mit Permanentmagnet an unserem Institut sowie in den doppelfokussierenden Spektrometern des Nobelinstitutes in Stockholm ⁴⁾⁵⁾ und des Gustaf-Werner-Institutes in Uppsala ⁶⁾ gemessen. Ferner konnte im doppelfokussierenden Spektrometer des Nobelinstitutes zum ersten Mal im Hg^{193} eindeutig ein Positronenspektrum festgestellt werden.

Die Quellen für die Messungen in Zürich wurden aus Au-Bestrahlungen im Synchrocyclotron von HARWELL, für die Messungen in Schweden aus Bestrahlungen im Synchrocyclotron des Gustaf-Werner-Institutes hergestellt.

Die Resultate für die in Au^{195} konvertierten Linien sind in Tabelle 1 zusammengestellt. Die Intensitätsangaben stammen aus-

Tabelle 1.

Au^{195}

γ -Energie	β -Energie		Halbwertszeit	Intensität HWZ 40 h	Intensität HWZ zusammen- gesetzt
525,6	K	444,8	40 h	0,08	
	L_I	510,1		0,015	
560,5	K	479,9	40 h	1	
	L_I	546,1		0,21	
	M_I	557,4		0,05	
584,8	K	504,1		0,11	0,11
	L_I	570,5		0,022	0,028
599,5	K	518,8	40 h + 9,5 h		0,36
	L_I	584,7			0,08
	M_I	596,5			0,01
780,4	K	699,7	40 h + 9,5 h		1
	L_I	766,2			0,21
821,0	K	740,3		0,022	0,046
930,4	K	849,7	40 h + 9,5 h		
1110	K	1029,2	40 h + 9,5 h		0,153
	L_I	1095,2			0,036
1172	K	1091,1	40 h + 9,5 h		0,069
	L_I	1157,8			
1242	K	1161,0	40 h		

Tabelle 2.Au¹⁹³.

γ -Energie	β -Energie		Intensität	Bemerkungen
499,7	<i>K</i>	419,0	0,98	nur H. K.-Spektrograph
	<i>L_I</i>	485,5		
510,2	<i>K</i>	429,5		nur H. K.-Spektrograph
	<i>L_I</i>	495,1		
535,4	<i>K</i>	454,7		nur H. K.-Spektrograph
	<i>L_I</i>	520,8		
537,3	<i>K</i>	426,6	0,35	nur H. K.-Spektrograph
	<i>L_I</i>	523,0		
573,6	<i>K</i>	492,9	28,8	
	<i>L_I</i>	559,3	6,22	
	<i>M_I</i>	570,1	1,79	
	<i>N</i> ?	574,2	0,3	
601,0	<i>K</i>	520,2	5,54	mit Au ¹⁹⁵ gemischt
	<i>L_I</i>	586,2	0,97	
675,1	<i>K</i>	594,4	1,11	eventuell doppelt
	<i>L_I</i>	660,2	0,59	
701,3	<i>K</i>	620,6	0,55	γ -Linie eventuell doppelt
	<i>L_I</i>	687,2	0,27	
761,8	<i>K</i>	681,1		HWZ zusammengesetzt
	<i>L_I</i>	747,1		
861,2	<i>K</i>	780,5	0,70	
870,8	<i>K</i>	790,2	0,80	
878,7	<i>K</i>	798,0	1,45	
	<i>L_I</i>	864,5	0,18	
913,8	<i>K</i>	833,1	1,02	
	<i>L_I</i>	900,7	0,19	
933,1	<i>K</i>	852,4	4,29	
	<i>L_I</i>	918,9	0,67	
996,9	<i>K</i>	916,2	0,63	
	<i>L_I</i>	982,4	0,13	
1113	<i>K</i>	1031,8	0,35	eventuell doppelt
	<i>L_I</i>	1098,3	0,39	
1175	<i>K</i>	1094,3	0,48	
1243	<i>K</i>	1162,3	0,83	schwach
	<i>L_I</i>	1229,0		

Tabelle 2 (Fortsetzung)

γ -Energie	β -Energie		Intensität	Bemerkungen
1328	K L_I	1247,6 1315,0	0,50 0,18	γ -Linie eventuell doppelt
1343	K L_I	1262,2 1329,6	0,34 0,18	γ -Linie eventuell doppelt
1489	K	1407,8	0,32	
1646	K	1585	0,14	

schliesslich von den Messungen in den doppelfokussierenden Spektrometern, während die Energien den bisher zuverlässigsten Messreihen in Halbkreispektrograph oder doppelfokussierendem Spektrometer entnommen sind. Bei einigen Linien lässt sich eine Beimischung der 9,5-h-Aktivität zum 40-h-Zerfall nicht ausschliessen, so dass die Intensitäten auf die beiden Zerfallsmöglichkeiten bezogen wurden.

In Tabelle 2 sind die Resultate für die in Au^{193} konvertierten γ -Linien aufgeführt. Die Intensitäten sind berechnet unter der Annahme, dass die Linien eine reine Halbwertszeit von 11 h besitzen.

Die Energieangaben besitzen eine Genauigkeit von 2⁰/₁₀₀. In unseren Messungen treten noch eine Anzahl unzugeordneter Konversionslinien auf. Die Aufstellung von Zerfallsschemata soll nun mit Hilfe von Koinzidenzmessungen versucht werden.

Wir möchten den Herren Prof. M. SIEGBAHN und Prof. H. SLÄTIS für die Gastfreundschaft, die zwei von uns am Nobelinstitut geniessen durften, herzlich danken. Herrn Prof. T. SVEDBERG und Herrn Dr. Å. SVANHEDEN sind wir für die Ausführung mehrerer Bestrahlungen im Cyclotron des Gustaf-Werner-Institutes sehr zu Dank verpflichtet. Herrn Prof. P. SCHERRER danken wir für die fördernde Unterstützung unserer Arbeiten.

Literatur.

- ¹⁾ R. JOLY, J. BRUNNER, J. HALTER und O. HUBER, *Helv. Phys. Acta* **28**, 403 (1955).
- ²⁾ J. BRUNNER, H. GUHL, J. HALTER und O. HUBER, *Helv. Phys. Acta* **28**, 85 (1955).
- ³⁾ J. BRUNNER, H. GUHL, J. HALTER und H. J. LEISI, *Helv. Phys. Acta* **28**, 475 (1955).
- ⁴⁾ A. HEDGRAN, K. SIEGBAHN und N. SVARTHOLM, *Proc. Phys. Soc.* **63**, 960 (1950).
- ⁵⁾ A. HEDGRAN, *Ark. f. Fysik* **5**, Nr. 1 (1952).
- ⁶⁾ E. ARBMAN und N. SVARTHOLM, *Ark. f. Fysik* **10**, Nr. 1 (1955).

Quellstärke-Messungen radioaktiver Präparate mit Hilfe der Koinzidenzmethode

von K. P. MEYER, P. SCHMID und P. HUBER
(Physikalisches Institut der Universität Basel).

Eine ausführliche Arbeit erscheint demnächst in den *Helv. Phys. Acta*.

Cäsiumjodid als Szintillations-Phosphor

von H. KNÖPFEL, E. LOEPFE und P. STOLL (ETH., Zürich).

Für die Energiespektroskopie von Korpuskularstrahlen kleiner Eindringtiefe erweisen sich die üblicherweise benützten Einkristalle aus thalliumaktiviertem Natriumjodid infolge ihrer starken Hygro-skopizität als sehr umständlich in der Handhabung. Schon die kleinste Trübung der Oberfläche kann eine monoenergetische Linie

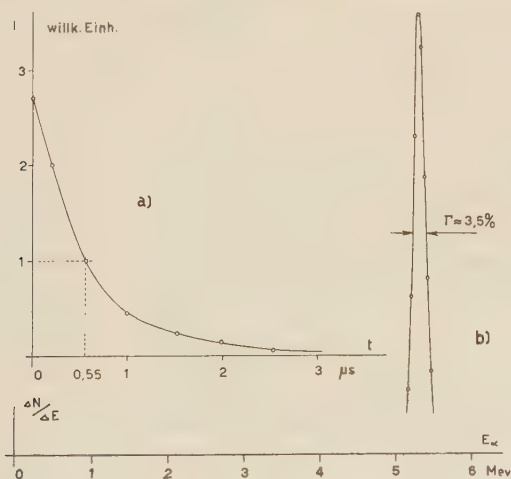


Fig. 1.

- a) Abklingverlauf bei Anregung mit Alphateilchen;
b) Auflösung der 5,3 MeV Polonium- α -Linie.

vollständig ausschmieren. Das Anbringen absolut dichter, beständiger und genügend homogener Schutzschichten in der Dicke von einigen μ hat sich bisher als erfolglos erwiesen.

Es schien daher nützlich, nach einem nichthygroskopischen anorganischen Phosphor zu suchen, der dieselbe hohe Energieausbeute wie NaJ(Tl*), eine genügend kurze Abklingzeit und eine für die

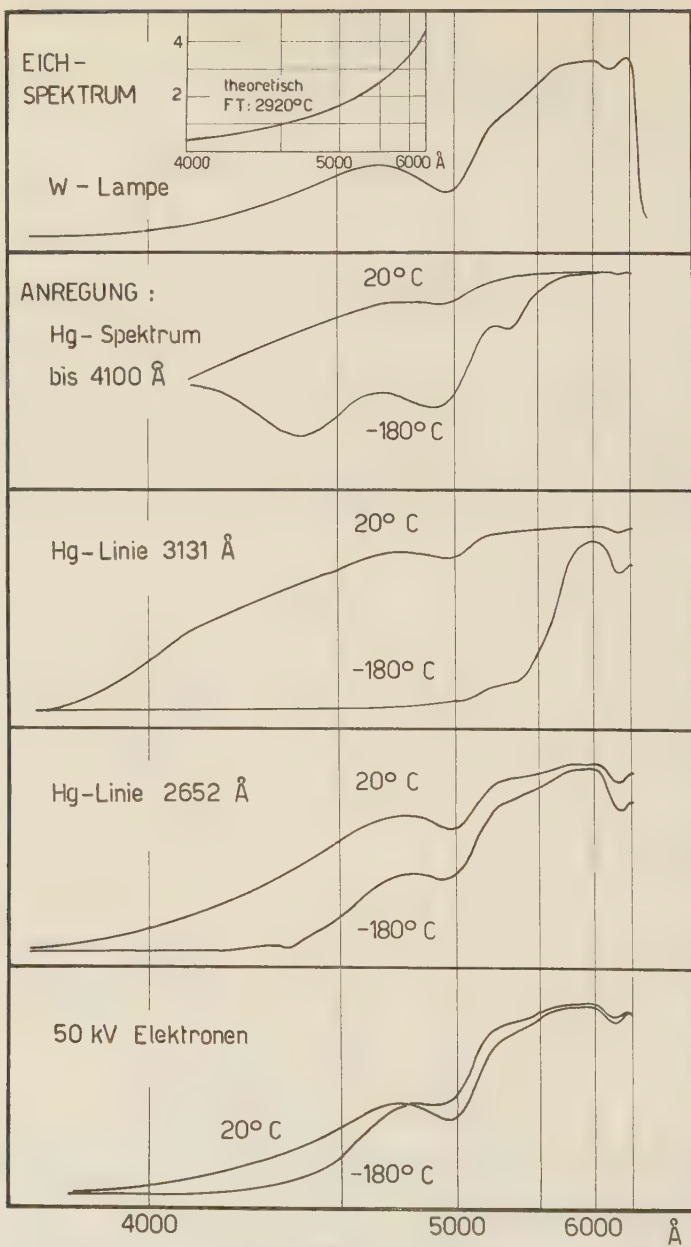


Fig. 2.

Emissionsspektren bei UV- und Elektronen-Anregung.

Photo-Sekundärvervielfachung geeignete Spektralverteilung des emittierten Lichtes aufweist; ausserdem sollten sich leicht genügend grosse Einkristalle züchten lassen. Arbeiten von ROSSEL und Mitarbeitern¹⁻³⁾ deuteten auf Cäsiumjodid, doch sollte nach Möglichkeit die hohe Quantenausbeute schon bei Zimmertemperatur erreicht werden. Eine Aktivierung mit Thallium führte auf die in den Fig. 1 und 2 dargestellten Ergebnisse.

Fig. 1a zeigt den oszillographisch ermittelten zeitlichen Verlauf der Lichtemission nach Anregung mit Alphateilchen von 5,3 MeV; die ausgezogene Kurve stellt die Exponentialfunktion für $\tau = 0,55 \mu\text{s}$ dar (analoger Wert von NaJ(Tl*): $0,3 \mu\text{s}$). Fig. 1b gibt eine Anschauung des erreichten energetischen Auflösungsvermögens für die 5,3 MeV Polonium- α -Linie. Die Kristallgrösse betrug $5 \times 5 \times 0,5 \text{ mm}$, und als Multiplier diente eine RCA 6655-Röhre. Die Impulshöhe ist in Verbindung mit der 6655 dieselbe wie bei NaJ(Tl*), mit einer 6292 von DuMONT 10% höher.

Fig. 2 zeigt die mit einem Fuess-Prismenspektrographen aufgenommenen und ausphotometrierten spektralen Emissionsverteilungen bei verschiedener Anregung und verschiedenen Temperaturen. Ein grosser Teil der sehr breiten Emissionsbande liegt im Roten, so dass in Anbetracht der spektralen Empfindlichkeit der verwendeten Multiplier (blau-grün) die absolute Lichtausbeute dieselbe Grösse wie bei Zinksulfid-Phosphoren erreicht. Damit ist das Material von Interesse als monokristalliner Elektronen-Indikator.

Durch Überhitzen der Schmelze lassen sich (ohne Schwermetallzusatz) Energieausbeuten von zweimal derjenigen von NaJ(Tl*) erreichen. Die Natur der Zentren dürfte in einem durch thermische Dissoziation herbeigeführten Cs-Überschuss zu suchen sein. Bemerkenswert ist, dass die Abklingkonstante innerhalb der Messgenauigkeit dieselbe bleibt wie bei thalliumaktivierten Kristallen.

Cäsiumjodid wird für Prismen in Infrarot-Spektrographen verwendet⁴⁾; die Einkristalle sind demzufolge bereits im Handel erhältlich*).

Literatur.

¹⁾ J. BONANOMI und J. ROSSEL, *Helv. Phys. Acta* **25**, 725 (1952).

²⁾ B. HAHN und J. ROSSEL, *Helv. Phys. Acta* **26**, 271 (1953).

³⁾ B. HAHN und J. ROSSEL, *Helv. Phys. Acta* **26**, 803 (1953).

⁴⁾ N. ACQUISTA und E. K. PLYLER, *J. opt. Soc. Am.* **43**, 977 (1953).

*) Harshaw Chemical Company, Cleveland, Dr. KARL KORTH, Kiel.

Doppeltfokussierendes β -Spektrometer neuer Bauart

H. WILD und O. HUBER (Physik. Institut der Universität Fribourg).

Unter den gebräuchlichen β -Spektrometern weist der doppeltfokussierende Typ mit dem Feld

$$H(r) = H_0 \cdot \left[1 - \alpha \left(\frac{r-a}{a} \right) + \beta \left(\frac{r-a}{a} \right)^2 \dots \right]$$

mit $\alpha = 1/2$, $\beta = 3/8^1$) die grösste Lichtstärke auf. Dabei verschwindet die achsiale sphärische Aberration, d. h. die Poldistanz des Magneten wird sehr gross. Die hierdurch bedingten Randeffekte verunmöglichen Messungen bei sehr hohen Auflösungsvermögen.

Die Störungen durch die Randeffekte sollen durch die folgende Magnetkonstruktion eliminiert werden:

Erregerspulen befinden sich sowohl innen wie auch aussen und sind unterteilt in je 6 einzelne unabhängige Spulen. Zwischen je zwei Einzelspulen liegt ein Leitblech, das mit dem Eisenkern innen

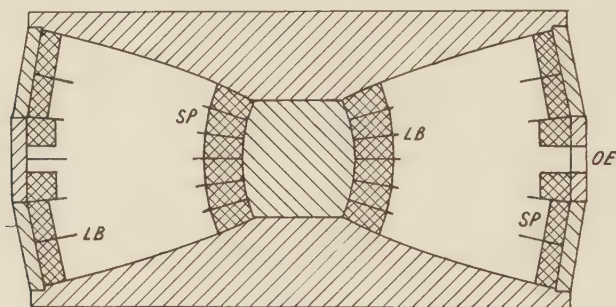


Fig. 1.

Magnetquerschnitt; SP Erregerspulen; LB Leitbleche; OE Öffnung für Quelle.

oder mit dem Eisenmantel aussen verbunden ist. Durch eine Steuerung des Stromes durch die einzelnen Spulen kann den Leitblechen ein beliebiges magnetisches Potential aufgezwungen werden, wodurch sich die Koeffizienten α und β der Feldentwicklung innerhalb weiter Grenzen einstellen lassen. Durch ein System von drei rotierenden Pie-up-Spulen und einer elektronischen Steuerung werden diese Werte stabilisiert. Mit dieser Konstruktion beabsichtigen wir bei hohen Auflösungsvermögen den theoretisch maximalen Raumwinkel zu erreichen.

Zur Bestimmung der optimalen Anfangsbedingungen wurden die Aberrationen dritter Ordnung für eine flache ausgedehnte Quelle

berechnet. Es ergibt sich daraus, dass die Lichtstärke bei hohen Auflösungsvermögen mit dem dritten Feldkoeffizienten $0,298 \leq \gamma \leq 0,312$ maximal wird.

Die Berechnung der Elektronenbahnen für beliebige Impulse und Anfangsbedingungen bis dritter Ordnung hat auf folgende Ergebnisse geführt:

Mit dem Feld

$$H(r) = H_0 \cdot \left[1 - \frac{1}{2} \frac{r-a}{a} + \frac{3}{8} \left(\frac{r-a}{a} \right)^2 - \frac{5}{16} \left(\frac{r-a}{a} \right)^3 \dots \right]$$

lassen sich gleichzeitig Elektronen verschiedener Impulse fokussieren und auf Filmen registrieren, wie es bisher nur beim Halbkreispektrographen möglich war. Die doppelte Fokussierung bleibt dabei über den ganzen Messbereich erhalten, wodurch sich eine Verkürzung der Belichtungszeiten gegenüber dem Halbkreispektrographen um einen Faktor ca. 50 ergibt. Die Fokussierungsfläche ist schwach gekrümmt und ihre Form ist vom Winkel zwischen der Quelle und der Austrittsblende abhängig.

Ein solches doppeltfokussierendes Spektrometer befindet sich gegenwärtig bei uns im Bau und weist die folgenden Charakteristiken auf:

Normalradius	30 cm
Austrittswinkel	$\text{tg } \varphi_z = 0,4$ maximal, in achsialer Richtung $\text{tg } \varphi_r = 0,28$ maximal, in radialer Richtung
Raumwinkel	3,6% maximal, bei ca. 2% Auflösung 2,2% bei 1% Auflösung 0,2% bei 0,01% Auflösung
Filmlänge	18 ... 24 cm
Impulsbereich	$p_0 \pm 8\%$ bei 18 cm Film $p_0 \pm 11\%$ bei 24 cm Film

Wahlweise kann mit Zählrohr oder mit Filmen gemessen werden. Der Einbau von Scintillationszählern für β - γ -Koinzidenzmessungen ist möglich.

Eine ausführliche Arbeit erscheint demnächst in den *Helv. Phys. Acta*.

Literatur.

- ¹⁾ A. HEDGRAN, K. SIEGBAHN und N. SVARTHOLM, *Proc. Phys. Soc.* **63** A, 960 (1950); F. B. SHULL und D. M. DENNISON, *Phys. Rev.* **71**, 681 (1947); *Phys. Rev.* **72**, 256 (1947); E. PERSICO und C. GEOFFRION, *Rev. Scient. Instr.* **21**, 945 (1950).

Kernrelaxationszeit in Edelgasen

von H. STAUB (Universität Zürich).

In einem einatomigen, idealen diamagnetischen Gas ist die Wechselwirkung der Kernmomente der einzige mögliche Relaxationsmechanismus. Die sich daraus ergebende Relaxationszeit ist umgekehrt proportional dem Druck und gewöhnlich ausserordentlich lang¹⁾.

$$\frac{1}{T_1} = \frac{2 \gamma^4 \hbar^2 n}{R_0^4 v^2}$$

γ = gyromagnetisches Verhältnis des Kerns.

n = Zahl der atomaren Zusammenstösse pro Zeiteinheit.

R_0 = Atomdurchmesser.

v^2 = mittlere quadratische Molekulargeschwindigkeit.

Xenon enthält die ungeraden Isotopen Xe^{129} (Häufigkeit 26,2%, $I = 1/2$, $\mu = -0,7726 \mu_n$) und Xe^{131} (Häufigkeit 21,2%, $I = 3/2$, $\mu = +0,6868 \mu_n$). Damit würde die Relaxationszeit von Xe^{131} bei 80 Ata Gesamtdruck nach dem obigen Prozess 10^7 sec betragen.

Da Xenon ziemlich grosse van der Waalskonstanten aufweist und Xe^{131} ein elektrisches Kernquadrupolmoment

$$(Q = -0,15 \times 10^{-24} \text{ cm}^2)$$

besitzt, so wurde vermutet, dass durch die von den attraktiven van der Waalskräften bewirkten Deformationen der Elektronenhüllen die Kernrelaxationszeit sehr viel kürzer ist, als die obige Beziehung ergibt. In der Tat zeigte sich schon bei der Messung des magnetischen Momentes von Xe^{131} , dass bei 80 Ata T_1 nur etwa 10^{-2} sec betrug²⁾.

Die van der Waals-Quadrupolrelaxation kann auf folgende Weise abgeschätzt werden. Der Hamiltonoperator für die Anziehung zweier Atome im Abstand R ohne Berücksichtigung von Spineffekten ist in 1. Näherung³⁾:

$$\mathfrak{H}_w = e^2/R^3 [X_1 X_2 + Y_1 Y_2 - 2 Z_1 Z_2]; X_1 = \sum_i x_{i1}, \text{ usw.}$$

x_{i1} ist die x -Koordinate des i -ten-Elektrons des 1. Atomes. Die Annäherung der beiden Atome erfolgt in einer Zeit von der Grössenordnung 10^{-12} sec, d. h. langsam im Vergleich zur Umlaufzeit der Elektronen. Entwickelt man gemäss der zeitunabhängigen Störungsrechnung die gestörte Eigenfunktion

$$\Psi = \sum_{nn'} a_{nn'} \psi_n^0(1) \cdot \psi_{n'}^0(2), \quad (2)$$

so sind die Koeffizienten a in 1. Ordnung:

$$a_{nn'} = \frac{\langle n n' | \mathfrak{H}_w | n_0 n_0 \rangle}{2 E_0 - E_n - E_{n'}},$$

wenn die beiden ungestörten Atome mit der Energie E_0 im Zustand n_0 sind. Die Störungsenergie W ergibt sich in 2. Ordnung zu:

$$W = \sum_{\substack{nn' \\ \neq n_0}} a_{nn'} \langle n_0 n_0 | \mathfrak{H}_w | n n' \rangle = \sum_{\substack{nn' \\ \neq n_0}} |a_{nn'}|^2 \cdot (2 E_0 - E_n - E_{n'}) = -C_w/R^6.$$

C_w hängt mit den van der Waalskonstanten α und β und der Avogadro'schen Zahl zusammen:

$$\alpha = \frac{2\pi}{3} N^2 C_w / R_0^3; \quad \beta = \frac{2\pi}{3} N R_0^3,$$

wobei R_0 den „Atomdurchmesser“ darstellt. Entsprechend hängen C_w und R_0 mit den Konstanten ε und σ des van der Waals Potentials zusammen:

$$V = 4\varepsilon \left[\left(\frac{\sigma}{R} \right)^{12} - \left(\frac{\sigma}{R} \right)^6 \right].$$

Beschränkt man sich auf die langreichweitigen attraktiven Kräfte des zweiten Terms und nimmt als Minimalabstand der beiden Atome den Wert beim Potentialnullpunkt so ist:

$$R_0 = \sigma; \quad C_w / R_0^6 = 4\varepsilon.$$

Der Grundzustand des Xe ist ein $1S_0[5s^2 5p^6]$ -Zustand, der erste angeregte Zustand $P[5s^2 5p^5 6s^4]$. Sieht man von Spineffekten, insbesondere Austausch u. dgl. ab und vernachlässigt die Beiträge aller höheren Zustände, so beschränkt man sich also auf den Zustand $1P_1$ und nur die Kombinationen $m_{l_1}, m_{l_2} = (+1, -1), (0,0)$ und $(1, -1)$ ergeben von Null verschiedene Koeffizienten, so dass

$$W = 2(E_0 - E_1) (|a_{1-1}|^2 + |a_{00}|^2 + |a_{-11}|^2) = -C_w/R^6$$

wird, wobei $E_1 - E_0$ die Anregungsenergie des $1P_1$ -Zustandes bedeutet.

Die Deformation der Elektronenhülle erzeugt am Ort des Kerns ein inhomogenes, in bezug auf die Stosszentrale axialsymmetrisches elektrisches Feld, dessen Gradient durch die Ladungsverteilung gegeben ist:

$$\varphi_{zz} = \int \varrho(\vec{r}) \cdot \frac{3 \cos^2 \vartheta - 1}{r^3} d\tau.$$

Der Beitrag des zweiten stossenden Atoms am Kernort des ersten kann als klein vernachlässigt werden, so dass:

$$\varphi_{zz} = \varphi_{zz}^0 (|a_{1-1}|^2 - 2 |a_{00}|^2 + |a_{-11}|^2)$$

wird, wobei φ_{zz}^0 der Gradient des elektrischen Feldes am Kernort für $m_J = J = 1$ bedeutet und aus dem spektroskopischen Wert der Quadrupolkoppelungskonstanten oder aus den von CASIMIR⁵⁾ angegebenen Formeln (in unserem Falle für L - S -Koppelung) berechnet werden kann. Damit wird:

$$\varphi_{zz}(t) = \frac{\varphi_{zz}^0}{2(E_0 - E_1)} C_w / R^6(t).$$

Die Wechselwirkung des atomaren Feldes mit dem Kernquadrupolmoment Q und Spin I ist für das in bezug auf die Stosszentrale Z axialsymmetrische Feld:

$$\mathfrak{H}_Q = \frac{e Q \varphi_{zz}(t)}{4 I (2 I - 1)} (3 I_z^2 - I^2).$$

Sie gibt Anlass zu Übergängen zwischen den ungestörten Zeeman-niveaus des Kerns im statischen Magnetfeld, dessen Richtung, die Z_0 -Achse, den Winkel Θ mit der Stosszentrale einschliessen möge. Die Zeitabhängigkeit von \mathfrak{H}_Q ist infolge der Stösse statistisch mit einem uniformen Frequenzspektrum bis zu Frequenzen von der Grössenordnung $\omega \approx 1/\tau \gg \omega_L$, wenn τ die Korrelationszeit und ω_L die Larmorfrequenz des Kerns bedeutet. Die Übergangswahrscheinlichkeit des Kerns zwischen den Zeemanniveaus m und m' wird, da bei der Quadrupolwechselwirkung $\Delta m = \pm 2$ und ± 1 erlaubt ist:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}_{m \rightarrow m \pm 2} &= \frac{9}{32} \tau \left(\frac{\varphi_{zz}^0 e Q}{\hbar} \right)^2 \left(\frac{C_w}{R^6 (E_1 - E_0)} \right)^2 \cdot \overline{\sin^4 \Theta} \cdot \frac{(m | I_{x0}^2 | m \pm 2)^2}{I^2 (2 I - 1)^2} \\ \mathfrak{M}_{m \rightarrow m \pm 1} &= \frac{9}{32} \tau \left(\frac{\varphi_{zz}^0 e Q}{\hbar} \right)^2 \left(\frac{C_w}{R^6 (E_1 - E_0)} \right)^2 \cdot \overline{\sin^2 \Theta \cos^2 \Theta} \cdot \\ &\quad \cdot \frac{(m | I_{x0} I_{z0} + I_{z0} I_{x0} | m \pm 1)^2}{I^2 (2 I - 1)^2}. \end{aligned}$$

Die von WANGSNES und BLOCH⁶⁾ angegebenen Bedingungen für das Auftreten einer definierten Relaxationszeit, d. h. einer zeitlich exponentiell verlaufenden Reorientierung des gestörten Spinsystems in den thermischen Gleichgewichtszustand sind erfüllt. Die Berechnung von T_1 erfolgt analog derjenigen von BLOEMBERGEN, PURCELL und POUND⁷⁾ für eine Flüssigkeit, wobei für die Korrelationszeit eines Stosses im Abstand R : $\tau = R/\bar{v}$ angenommen wird. Damit ergibt sich:

$$\frac{1}{T_1} \approx \frac{1}{T_2} = \frac{3 \pi}{80} \frac{N_0 R_0^4}{\bar{v}} \left(\frac{\varphi_{zz}^0 e Q}{\hbar} \right)^2 \left(\frac{C_w / R_0^6}{E_1 - E_0} \right)^2 \cdot \frac{I^2 + I - 3/4}{I^2 (2 I - 1)^2},$$

wobei R_0 den Minimalabstand zweier Atome, N_0 die Zahl der Atome pro cm^3 bedeutet. Für $I = 3/2$, $R_0 = \sigma$ und $C_w/R_0^6 = 4 \varepsilon$ ergibt sich damit

$$\frac{1}{T_1} = \frac{\pi}{5} \frac{N_0 \sigma^4}{\bar{v}} \left(\frac{\varphi_{zz}^0 e Q}{\hbar} \right)^2 \cdot \frac{\varepsilon^2}{(E_1 - E_0)^2}.$$

Für die Berechnung wurden folgende Werte zugrunde gelegt:

$\varepsilon = 2,937 \times 10^{-14} \text{ erg}^8$; $\sigma = 4,22 \times 10^{-8} \text{ cm}^8$; $\bar{v} = 2,2 \times 10^4 \text{ cm/sec}$; $(E_1 - E_0)/hc = 77186 \text{ cm}^{-14}$; $\varphi_{zz}^0/e = -0,64 \times 10^{26} \text{ cm}^{-3}$. Für die Dichte N_0 wurden die Werte von ⁸⁾ benützt. Bei $p = 58 \text{ Ata}$, $N_0 = 2,69 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$, bei $p = 76 \text{ Ata}$; $N_0 = 7,04 \times 10^{21} \text{ cm}^{-3}$. Damit ergibt sich bei diesen Drucken: $T_1 = 25,7 \times 10^{-2} \text{ sec}$, bzw. $T_1 = 9,6 \times 10^{-2} \text{ sec}$. Vorläufige, der experimentellen Schwierigkeiten wegen nur sehr grobe Werte von T_1 , die bei diesen Drucken durch Vergleich mit Protonensignalen in paramagnetischen, wässrigen Lösungen gemessen wurden, ergaben $T_1 = 2,4$ bzw. $2,0 \times 10^{-2} \text{ sec}$. Die grössenordnungsmässige Übereinstimmung scheint in Anbetracht der sehr vereinfachenden Annahmen recht befriedigend.

Literatur.

- 1) N. BLOEMBERGEN: Dissertation, Leiden 1948.
- 2) E. BRUN, J. OESER, H. STAUB und C. G. TELSCHOW, Phys. Rev. **93**, 904 (1954).
- 3) H. MARGENAU, Rev. Mod. Phys. **11**, 1 (1939).
- 4) W. F. MEGGERS, TH. DE BRUIN und C. J. HUMPHREY, Bureau of Stand. Journ. of Res. **3**, 731 (1920).
- 5) H. B. G. CASIMIR, Preisschrift Teylers Tweede Genootshap (1936).
- 6) R. K. WANGSNES und F. BLOCH, Phys. Rev. **89**, 728 (1953).
- 7) N. BLOEMBERGEN, E. M. PURCELL und R. V. POUND, Phys. Rev. **73**, 679 (1948).
- 8) H. MICHELS, T. WASSENAAR und P. LOUWERSE, Physica **20**, 99 (1954).

Effet Overhauser*)

par CLAUDE MANUS et JEAN-PIERRE BOREL (Laboratoire de Physique, E.P.U.L., Lausanne).

Considérations générales.

Notre but est de présenter ici un appareil de grande sensibilité destiné à étudier l'effet OVERHAUSER ¹⁾²⁾. Il nous a permis déjà de procéder à quelques observations préliminaires signalées plus loin, qui constituent plutôt pour l'instant un critère de son fonctionnement.

*) Subside du Fonds National Suisse pour la recherche scientifique (FN 528).

Les points sur lesquels ont été axées les caractéristiques d'ensemble de l'installation sont les suivants :

1° Sensibilité considérablement accrue de la réception du signal de résonance nucléaire. Les conditions de sensibilité sont telles qu'il est possible d'observer directement le signal de résonance du lithium 7 sous forme métallique à l'oscillographe. L'observation sur enregistreur se fait par conséquent avec un rapport signal sur bruit très élevé.

2° Puissance considérable — 400 W — du générateur de haute fréquence produisant le champ magnétique d'excitation de la résonance électronique. Ceci dans le but de saturer d'une façon plus complète les niveaux électroniques.

3° Fabrication de colloïdes sur un principe nouveau³⁾ qui nous a permis d'obtenir des colloïdes dont la dimension moyenne des grains est très nettement inférieure à celle obtenue par le procédé classique du brassage à grande vitesse.

D'autre part, l'installation est prévue pour fonctionner sur enregistreur.

Spectrographe pour l'observation de la résonance nucléaire.

Certaines raies de résonance dans les métaux sont étroites. Les observations doivent pouvoir être faites par conséquent avec une résolution suffisante de l'ordre de quelques milligauss. Notons par exemple que la raie de résonance du lithium à une température de 200° C présente une largeur de 3 milligauss⁴⁾. Ceci implique de plus que le dispositif soit très stable. Remarquons enfin que pour que l'installation s'adapte bien à l'investigation d'un certain nombre de métaux, elle doit pouvoir fonctionner dans une bande de fréquence assez large. Ces considérations nous ont amenés à la réalisation d'un spectrographe fonctionnant entre 25 Kc/sec et 200 Kc/sec⁵⁾⁶⁾.

Ses particularités sont les suivantes :

L'oscillateur de haute stabilité en amplitude et en fréquence peut être réglé facilement à un cycle près sur 100 Kc/sec. Sa dérive est de l'ordre de 10^{-5} en une heure. En ce qui concerne la réception, les principes exposés dans ⁷⁾ ont été repris. Signalons brièvement les points suivants :

1. 1^{er} étage d'amplification sans résistance de plaque, de façon à supprimer tout effet de scintillation produit par des résistances de carbone.

2. 2^e étage, sélectif. Les deux étages précédant la détection permettent une amplification globale de 400. La scintillation de la diode de détection apporte ainsi une faible contribution aux différentes sources de bruit de l'installation⁸).

3. La détection est suivie d'un filtre passe-bas à fréquence de coupure variable comprise entre 30 c/sec et 10 Kc/sec.

4. L'amplificateur B. F. à cascode d'entrée est muni à sa sortie d'un filtre variable analogue au précédent (voir³). Il est possible de ne laisser passer ainsi qu'une bande de fréquence adaptée à la fréquence de balayage et à la forme du signal étudié.

Tête de résonance.

Elle est du type BLOCH. Les bobines de haute fréquence ont un diamètre de 11 cm. Deux bobines de réception permettent de couvrir toute la bande de fréquence. Le Q n'est jamais inférieur à 120. En basse fréquence, le volume des échantillons est de 25 cm³. En plus haute fréquence, de 13 cm³.

Générateur de haute fréquence à puissance élevée.

Le champ H. F. est produit par un système de fils de LÉCHER demi-onde dont le plan est parallèle au plan des bobines d'émission du dispositif de résonance nucléaire. L'écartement entre fils a été choisi de façon à obtenir un champ suffisamment homogène sur tout le volume de l'échantillon. Le générateur permet de délivrer une puissance de 400 W dans une bande de fréquence comprise entre 80 Mc/sec et 160 Mc/sec. Pour des raisons de découplage entre les installations électronique d'une part et nucléaire de l'autre, des dispositifs ont été prévus de façon à ce que la tension de sortie soit presque totalement dénuée de modulation parasite.

Signalons qu'un système assez complexe de filtres a été posé sur le récepteur de résonance nucléaire, afin de supprimer les couplages parasites entre les deux installations.

L'oscillateur pilote à fréquence variable comprise entre 3 Mc/sec et 6 Mc/sec est un transitron dont la stabilité est comparable à l'oscillateur commandant la résonance nucléaire, à savoir 10^{-5} . Trois étages tripleurs de fréquence précèdent l'étage final monté en «push-pull».

Toute l'alimentation des différents étages se fait au moyen de stabilisateurs de tension. Un stabilisateur spécial à 10^{-4} de taux de stabilisation alimente exclusivement le pilote et son buffer.

Champ magnétique.

Il est produit par une paire de bobines de HELMHOLTZ de 50 cm de diamètre étudiées de façon à ce qu'elles n'introduisent pas une inhomogénéité supérieure à 2 milligauss sur le volume total de l'échantillon (25 cm³).

La stabilité du champ magnétique est contrôlée au moyen d'un potentiomètre. Les bobines sont alimentées à travers un jeu de résistances réglables (à plots) de haute stabilité (de l'ordre de 10^{-6}).

Premiers résultats.

L'échantillon est constitué par une suspension de lithium 7 à 40% en volume dans une paraffine chimiquement pure. Dimension moyenne des grains: 15 μ . Le signal de résonance nucléaire a été observé directement sur l'oscillographe dans un champ de 41,33 oerstedt.

L'enclenchement de la haute fréquence produit une augmentation du signal en même temps qu'une élévation de température assez rapide.

A 70° C, on note un accroissement du signal d'un facteur 8 dû à l'effet de température et un effet OVERHAUSER correspondant à un facteur 5. Les deux valeurs sont obtenues par enclenchement et déclenchement de la haute fréquence et repérées en un temps suffisamment petit pour que l'élévation de température puisse être négligée⁹).

Cette assez faible augmentation du taux de polarisation nucléaire est attribuable:

1° à la dimension des grains (15 μ) nettement supérieure à l'épaisseur de peau. Ainsi, seule une faible portion de la suspension a été atteinte par le champ de haute fréquence.

2° à la saturation incomplète de la résonance électronique en raison de la pureté insuffisante du lithium avec lequel a été préparé l'échantillon.

Des dispositifs de purification du lithium sont actuellement à l'étude. Les observations sont poursuivies sur des colloïdes préparés par évaporation³) avec un métal hautement purifié.

Nous remercions Monsieur le Professeur R. MERCIER qui a dirigé ces recherches. Nos remerciements s'adressent également au Fonds National qui a financé ces travaux.

Références.

¹) A. W. OVERHAUSER, P. R. **92**, 411 (1953).

²) A. W. OVERHAUSER, P. R. **89**, 689 (1953).

³) J. P. BOREL et C. MANUS, *Helv. Phys. Acta* (à paraître).

- 4) D. F. HOLCOMB et R. E. NORBERG, P. R. **98**, 1074 (1955).
- 5) J. WINTER, C. MANUS, G. BÉNÉ, P. DENIS et R. EXTERMANN, Arch. des Sc. **7**, 231 (1954).
- 6) J. WINTER, J. SALMON, C. MANUS, G. BÉNÉ, P. DENIS et R. EXTERMANN, C. R. **239**, 803 (1954).
- 7) C. MANUS, G. BÉNÉ, R. EXTERMANN et R. MERCIER, Helv. Phys. Acta **28**, 617 (1955).
- 8) J. P. BOREL, C. MANUS et R. MERCIER, Helv. Phys. Acta **28**, 454 (1955).
- 9) T. R. CARVER et C. P. SLICHTER, P. R. **92**, 212 (1953).

Production de Colloïdes métalliques*)

J. P. BOREL et C. MANUS (Laboratoire de Physique, E.P.U.L, Lausanne).

Dans une précédente communication¹⁾, nous avons signalé la possibilité de réaliser des colloïdes de différents métaux par évaporation sous vide poussé et condensation des vapeurs métalliques à la surface d'un liquide. Nous ne reviendrons pas sur les considérations qui nous ont conduit à cette méthode, mais nous décrirons un appareil qui a été mis au point au laboratoire de physique de l'E.P.U.L. Nous donnerons ensuite les quelques résultats qui ont été obtenus.

Une vue d'ensemble du dispositif est reproduite à la fig. 1. Les parties essentielles en sont:

1° Un groupe de pompage comportant une pompe rotative, une pompe à diffusion d'huile, un condenseur à glace carbonique.

2° Un récipient cylindrique muni de deux fenêtres, d'un manipulateur, et d'une jauge à vide.

3° Ce récipient est surmonté d'un tube en acier inoxydable qui peut être porté à une température de 1100° C par un four électrique (non visible sur la photo). L'évaporateur proprement dit se place à l'intérieur de ce tube.

4° Le récipient cylindrique est fermé à sa partie inférieure par une platine en acier munie d'un joint en caoutchouc.

*) Subside du Fonds National Suisse pour la recherche scientifique (FN 528).

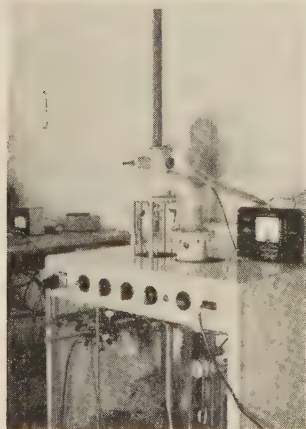


Fig. 1.

Le liquide dispersant est placé dans un récipient spécial solidaire de la platine. Dans de nombreux cas, ce liquide était de la paraffine fondue ce qui a nécessité un dispositif supplémentaire de chauffage et de contrôle de la température. Finalement, la platine est munie d'un joint à huile permettant de faire tourner depuis l'extérieur une hélice dans le liquide. Cette opération est indispensable si l'on veut avoir des particules assez petites et un colloïde homogène.

Nous n'insisterons pas davantage sur cette construction qui fera l'objet d'une publication plus détaillée.

Des essais ont été faits avec les corps suivants:

Cd, Zn, In, Na, Li.

Dans ce dernier cas nous avons obtenu 40 cm^3 de colloïde dont la concentration était de 25 g de Li pour 100 cm^3 . Les particules avaient une dimension moyenne de l'ordre du micron.

La vitesse de condensation était relativement grande: $0,15 \text{ g/min}$ sur une surface de 60 cm^2 , la vitesse de rotation de l'hélice étant de 120 t/min .

On peut obtenir des particules plus petites encore en diminuant la vitesse de condensation et en augmentant la vitesse de rotation.

Les colloïdes préparés par cette méthode sont destinés à remplacer les suspensions métalliques réalisées par les procédés classiques (vibrations sonores, ultrasonores ou rotation très rapide d'une hélice) afin de poursuivre les recherches commencées dans notre laboratoire sur l'effet OVERHAUSER²).

Pour conclure, nous dirons à titre de comparaison que les particules obtenues par les procédés classiques ont une dimension moyenne de 15 microns environ. On voit que la méthode décrite ici produit des particules beaucoup plus petites.

Références.

¹) J. P. BOREL, *Helv. Phys. Acta* **27**, 485 (1954).

²) C. MANUS, J. P. BOREL, *Helv. Phys. Acta* (à paraître).

Differentieller Wirkungsquerschnitt und Polarisation elastisch gestreuter schneller Neutronen

von A. E. REMUND (ETH., Zürich).

Die ausführliche Arbeit erscheint demnächst in den *Helv. Phys. Acta*.

Totaler Wirkungsquerschnitt von N^{15} für Neutronen im Energiebereich von 2,8–3,3 MeV

E. BAUMGARTNER, W. FRANZEN, P. HUBER, L. SCHELLENBERG und F. SEILER
(Physikalisches Institut der Universität Basel).

Zur Messung des totalen Wirkungsquerschnittes von N^{15} steht uns ein Gasgemisch von 63 % N^{15} mit 37 % N^{14} zur Verfügung¹⁾. Das Gas befindet sich in einem dünnwandigen Stahlzylinder mit dem Durchmesser 1,3 cm und der Länge 30 cm unter einem Druck von ca. 190 atü. Ein zweites identisches Gefäß enthält dieselbe Anzahl N^{14} -Atome wie der erste Zylinder. Dies gestattet uns den totalen Wirkungsquerschnitt durch eine Differenzmessung zu bestimmen. Die Neutronen werden durch die (d,d) -Reaktion in einer

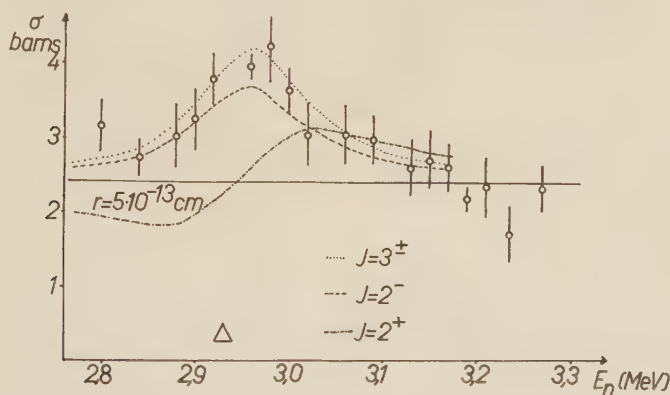


Fig. 1.

Totaler Wirkungsquerschnitt von N^{15} . Δ = Energiebreite der Neutronen.

D_2 -Gastarget erzeugt und durch Szintillationszähler in Koinzidenz mit den gleichzeitig entstehenden He^3 -Kernen nachgewiesen²⁾. Mit Hilfe eines vollen Plexiglasstabes gleicher Geometrie wie die Transmissionsgefäße, kann der Neutronenzähler von den Targetneutronen abgeschirmt werden. Dies erlaubt die zufälligen Koinzidenzen zu messen. Die dadurch hervorgerufene Korrektur der Stosszahlen beim Transmissionsexperiment beträgt nur 3 bis 10 %.

Die Hauptungenauigkeit des gemessenen Wirkungsquerschnittes rührt von den statistischen Fehlern der Stosszahlen her. Die Bedingung, in der kürzesten Messzeit den kleinsten statistischen Fehler für σ_t zu erreichen, ergibt eine Transmission von 0,35 bis 0,70. Um diese Bedingung mit nur 5 g N^{15} zu erfüllen, sind die oben angegebenen geometrischen Masse der Stahlzylinder gewählt worden.

Fig. 1 zeigt den gemessenen totalen Wirkungsquerschnitt von 2,8–3,1 MeV. Die angegebenen Fehler sind die statistischen. Es

wurde keine Korrektur für Vorwärtsstreuung angebracht, weil der Raumwinkel zwischen Transmissionsgefäß und Neutronenzähler nur 0,006 steradian beträgt.

Die ausgezogene Kurve gibt die harte Kugelstreuung für einen Radius von $5 \cdot 10^{-13}$ cm wieder. Weil das erste angeregte Niveau von N^{15} erst bei 5,28 MeV liegt, ist inelastische Streuung energetisch unmöglich. Deshalb wird der totale Querschnitt in sehr guter Näherung nur durch elastische Streuung zustande kommen. In

Tabelle 1.

J	$\Delta\sigma_r \cdot 10^{24} \text{ cm}^2$	$\gamma^2 \cdot 10^{12} \text{ MeV cm}$	γ^2/γ_w^2
0 ⁻	,25	,020	,012
0 ⁺		,026	,016
1 ⁻	,77	,020	,012
1 ⁺		,026	,016
2 ⁻	1,28	,058	,035
2 ⁺		,026	,016
3 ⁻	1,8	,058	,035
3 ⁺		,31	,19
4 ⁻	2,3	2,4	1,5
4 ⁺		,31	,19

Tabelle 1 ist $\Delta\sigma_r$ angegeben, d. h. die Differenz zwischen dem maximalen und minimalen Wert des Wirkungsquerschnittes beim Durchlaufen der Resonanz unter der Annahme eines isolierten Niveaus mit dem Spin J . Der experimentelle $\Delta\sigma_r$ -Wert beträgt unter Berücksichtigung der Unsicherheit der harten Kugelstreuung 1,1 bis 2,1 b und die Halbwertsbreite $\Gamma = 140 \pm 40$ keV. In der dritten Kolonne ist die reduzierte Breite γ^2 angegeben, ausgerechnet mit $R = 5 \cdot 10^{-13}$ cm und unter der Annahme, dass nur der kleinstmögliche Bahndrehimpuls eine Rolle spielt. In der letzten Kolonne befindet sich deren Verhältnis zur Wigner Limite γ_w^2), wobei $\gamma^2/\gamma_w^2 \leq 1$ sein sollte. Aus dieser Tabelle sieht man, dass nur $J = 2$ oder 3 in Frage kommen. In Fig. 1 ist der entsprechende Verlauf des totalen Wirkungsquerschnittes eingetragen, und man bemerkt, dass eine 2⁺-Resonanz wegen der starken Interferenz mit der $l = 1$ Partialwelle der Kugelstreuung ebenfalls ausgeschlossen werden kann.

Literatur.

- ¹⁾ Wir sind Herrn Prof. Dr. K. CLUSIUS für die Herstellung des Gasgemisches sehr zu Dank verpflichtet. Das Gemisch N^{15} und N^{14} wurde aus der NH_4 -Gruppe von NH_4NO_3 gewonnen.
- ²⁾ W. FRANZEN, P. HUBER und L. SCHELLENBERG, Z. f. Natf. **10a**, 820 (1955).
- ³⁾ E. P. WIGNER, Am. J. Phys. **17**, 99 (1949).

Kernladungsverteilung von Isotopen und Isotonen

von B. HAHN und R. HOFSTADTER (Universität Fribourg und Stanford).

Erscheint im Physical Review.

Eine graphische Darstellung der Energieniveaus der ungeraden schweren Kerne

von CH. TERREAUX (Theoretisch-Physikalisches Seminar der Universität Zürich).

Es wurde versucht, einen möglichst allgemeinen Vergleich zwischen den experimentellen Tatsachen und den Voraussagen einer Schalentheorie für schwere Kerne durchzuführen. Zu diesem Zweck wurden die folgenden experimentellen Grössen verwendet (für N ungerade, Z gerade und A von 40 bis 240): Die genauen Werte der Bindungsenergien nach WAPSTRA¹), Spin und Parität der Grundzustände und die Energien der angeregten Zustände, soweit deren Zuordnungen bekannt sind.

Die Schalenstruktur legt nun nahe, diese Grössen in folgender Weise graphisch zusammenzustellen: Zunächst bilde man mit Hilfe der Bindungsenergien die „Ablösungsenergie“ des letzten Neutrons, indem man die halbe Differenz der Bindungsenergien zweier aufeinanderfolgender ungerader Kerne bildet. (Es hat sich gezeigt, dass man hier unbedingt nur ungerade Kerne unter sich vergleichen soll; die Bindungsenergien der geraden Kerne verlaufen recht unregelmässig). Diese Ablösungsenergien werden nun als „Funktion“ von N (nach „unten“) aufgetragen und die Punkte, welche gleichen Zuordnungen und gleichen Z entsprechen, werden durch Kurvenstücke miteinander verbunden; diese Kurven verlaufen nun sehr gleichmässig und sind für verschiedene Werte von Z (Protonenpaare hinzugefügt) fast parallel, während für verschiedene Zuordnungen typische Unterschiede vorkommen.

Die Kurven können sehr erweitert werden durch Verwendung der Anregungsenergien und deren Zuordnungen: Von den soeben konstruierten Punkten, welche den Grundzuständen entsprechen, trage man die Anregungsenergien (nach „oben“) auf und erhält damit neue Punkte mit bestimmten Z -Werten und Zuordnungen: Diese bilden jetzt die natürlichen Fortsetzungen der entsprechenden, bereits konstruierten Kurvenstücke.

Auf diese Weise wird ein ineinandergreifendes System von Kurven erhalten (kleine Partien davon ohne Verwendung der Bindungsenergien wurden schon oft betrachtet), welches ein sehr grosses empirisches Material (einige hundert Messpunkte) übersichtlich zusammenfasst: Der Verlauf der Kurven ist so regelmässig, dass z. B. die Zuordnung eines Kernniveaus heuristisch durch Extrapolation

des entsprechenden Bogens bestimmt werden kann. Es ist also zunächst ein nützliches, praktisches Prinzip für eine Einordnung von Kerndaten gewonnen.

Die Konstruktion entspricht²⁾ natürlich einer Einpartikelvorstellung des Kernaufbaues, wobei aber massive „Beimischungen“ nicht ausgeschlossen sind. Da man nun ein grosses Stück des periodischen Systems mit der „absoluten“ Lage (Ablösungsenergien) der Kurven überblickt, ergibt sich eine recht eindruckliche empirische Bestätigung für viele charakteristische Eigenschaften der Schalenstruktur:

1. Man erhält in der Tat die berechneten Energiesprünge bei den magischen Zahlen $N = 20, 28, 50, 82$ und 126 von ca. 4 MeV und kleinere Sprünge bei den halbmagischen Zahlen $N = 38, 40$ und 64 von 1 bis $1,5$ MeV. (Es ist dabei wesentlich, dass man die Kurven extrapolieren kann, da die Kerne in den tiefen Mulden vor den magischen Zahlen vielfach fehlen, d. h. β -instabil sind, wie zu erwarten ist.)

2. Die Niveaukurven werden bei den magischen Zahlen unterbrochen, während diese zwischen den magischen Zahlen im allgemeinen den zu erwartenden Einpartikelzuständen entsprechen.

3. Einige charakteristische Werte der Schalenstruktur können bestimmt werden: Das Radiusgesetz (als Funktion von A) wird in Übereinstimmung mit den Messungen über die Ladungsverteilungen gefunden; die Art und Grösse der Spin-Bahn-Kopplung wird in der nachfolgenden Mitteilung näher diskutiert werden.

Dem Forschungsrat des schweizerischen Nationalfonds möchte ich meinen besten Dank für die weitere Gewährung eines Forschungsstipendiums aussprechen.

Literatur.

¹⁾ A. H. WAPSTRA, *Physica* **21**, 367, 385 (1955) und J. R. HUIZENGA, *Physica* **21**, 410 (1955).

²⁾ Vgl. K. BLEULER und CH. TERREAUX, *Helv. Phys. Acta* **28**, 245 (1955).

Die Spin-Bahn-Kopplung in der Schalenstruktur der Atomkerne

von K. BLEULER und A. SCHRÖDER

(Theoretisch-physikalisches Seminar der Universität Zürich).

Mit Hilfe der experimentellen Werte für die mittleren Abtrennergien und für die elektromagnetischen Radien kann man die Dimensionen der mittleren Kernpotentiale $V(r)$, welche für die Schalenstruktur der Kerne charakteristisch sind, in eindeutiger Weise bestimmen. Die erhaltenen Werte sind in guter Übereinstimmung mit der Analyse der Streuexperimente mit Neutronen¹⁾ und er-

füllen auch allgemeine Bedingungen über die Konsistenz des Modells (Konstante Potentialtiefe als Funktion von A , entsprechend der konstanten Nukleonendichte). Es wurde auch gezeigt²⁾, dass die *Form* der Ladungsverteilung gut mit den experimentellen Befunden übereinstimmt, wenn die Abschägung der Wände der Potentialmulden geeignet gewählt wird.

Bei diesen Betrachtungen spielt der *numerische Wert* der Spin-Bahn-Kopplung praktisch keine Rolle. Dies ändert sich jedoch, sobald man die theoretischen Werte mit den experimentellen Tatsachen über die Einteilchenzustände der ungeraden Kerne vergleicht (vgl. die Mitteilung von Dr. CH. TERREAUX). Insbesondere ist die Grösse der Energiestufen bei den magischen Zahlen sehr empfindlich auf die Wahl des numerischen Wertes der Spin-Bahn-Kopplung. Durch explizite Konstruktion der Termschemata für verschiedene Werte der Spin-Bahn-Kopplung und durch Vergleiche über das ganze periodische System konnte der richtige Wert verhältnismässig genau bestimmt werden. Eine eingehende Analyse hat auch gezeigt, dass man unbedingt den „Gradientansatz“ (entsprechend dem elektromagnetischen Fall) zu verwenden hat.

Damit erhalten wir für die Spin-Bahn-Wechselwirkung den folgenden Term im Hamiltonoperator eines Nukleons:

$$H' = -0,38 \frac{\hbar^2}{m_\pi^2 c^2} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} \frac{(\vec{l} \cdot \vec{S})}{\hbar^2},$$

wobei $V(r)$ das entsprechende zentralsymmetrische skalare Potential darstellt. Dieser Wert ist in guter Übereinstimmung mit den folgenden Tatsachen:

1. Mittelwert der Spin-Bahn-Aufspaltung bei den leichten Kernen: He⁵, C¹³, N¹³, O¹⁷, F¹⁷, deren Struktur weitgehend den Alkalien entspricht.

2. Wert der Spinbahnaufspaltung bei den „idealen“ Einpartikelzuständen (abgeschlossene Schale \pm ein Partikel) bei Pb²⁰⁷, Ca⁴¹, Ca⁴⁹, Sc⁴¹ und Sc⁴⁹.

3. Wert aus den Polarisationsmessungen bei Protonstreuung an verschiedenen Kernen und bei verschiedenen Energien³⁾.

Einer von uns (SCH.) möchte sich bei der Martha-Selve-Gerdzen-Stiftung für die Gewährung eines Stipendiums bedanken.

Literatur.

¹⁾ H. FESHBACH, C. E. PORTER und V. F. WEISSKOPF, Phys. Rev. **95**, 448 (1954).

²⁾ K. BLEULER und CH. TERREAUX, Helv. Phys. Acta **28**, 245 (1955).

³⁾ Vgl. z. B. S. KÖHLER, Nuovo Cimento, Nov. (1955); T. ERIKSON, Nuovo Cimento, Nov. (1955).

Mesonenerzeugung bei der Wechselwirkung hochenergetischer α -Teilchen

von F. HÄNNI (Physikalisches Institut der Universität Bern).

Erscheint demnächst in den Helv. Phys. Acta.

Über die Masse des negativen K-Mesons

von F. HÄNNI, C. LANG, E. LOHRMANN, M. TEUCHER und H. WINZELER
(Physikalisches Institut der Universität Bern).

Erscheint demnächst im Nuovo Cimento.

Ionisationsmessungen bei sehr hohen Energien in Kernemulsionen

von H. WINZELER (Physikalisches Institut der Universität Bern).

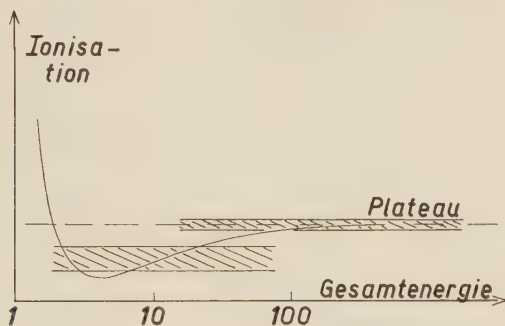
Es ist für die Physik mit Kernemulsionen von Wichtigkeit, die Bewegungsparameter von Teilchen, deren Spuren man sieht, zu ermitteln. Bei den an Maschinen exponierten Platten, wo man heute Energien von 6 BeV erreicht, ist die Energie von vornherein angebar. Bei Emulsionen, die der kosmischen Strahlung ausgesetzt waren hingegen, muss man dieselbe erst bestimmen. Des weiteren handelt es sich oft um bedeutend höhere Energien, als sie die Maschinen liefern.

Es stehen grundsätzlich 2 voneinander unabhängige Messmethoden zur Verfügung. Die eine besteht darin, dass man die durch die coulombsche Vielfachstreuung hervorgerufene Ablenkung des Teilchens von der geraden Bahn misst, die andere verwendet die Abhängigkeit der Ionisation von der Teilchengeschwindigkeit. Der Anwendbarkeitsbereich der ersten Methode wurde in der letzten Zeit von verschiedenen Autoren untersucht. Es stellte sich heraus, dass Teilchen mit einem $p\beta$ von 4 BeV c nur noch in seltenen Fällen erfassbar sind. Das kommt im wesentlichen daher, dass die Kernemulsionen, wie wir sie heute benutzen, kleine, nach Betrag und Richtung verschieden verzerrte Gebiete enthalten, die einen Streuuntergrund liefern ('spurious scattering')¹⁻⁴ und somit die Möglichkeit einer Streumessung bei grösseren Energien praktisch ausschalten.

Was für Aussichten hat die Ionisationsmessung in diesem Falle? Die Theorie liefert für die Abhängigkeit der Ionisation von der Teilchengeschwindigkeit einen Wiederanstieg ('relativistic rise')⁵⁻⁸, im Gebiete 4—100 (E, E_0) (siehe Figur). Oberhalb 200 BeV ist das

sogenannte Plateau der Ionisation bei Protonen praktisch erreicht. Über die Grösse des Wiederanstieges gibt es einige schlecht miteinander übereinstimmende Messungen, welche die sogenannte 'blob'-Dichte als Mass für die Ionisation verwendet haben. Deren Angaben liegen zwischen 7 und 14 % Wiederanstieg⁹⁻¹¹). Das dürfte von der Variation der Entwicklung sowie von den Schwankungen der auf Grund von Streumessungen angegebenen Energien herühren.

Wir haben ebenfalls versucht, den Betrag des Wiederanstieges in Ilford G5-Platten zu ermitteln, unter Anwendung grösstmöglicher Vorsicht, um daraufhin die Frage beantworten zu können, ob es möglich ist, den 'relativistic-rise' zur Energiemessung zu verwenden. Um den Einfluss verschiedener Entwicklung möglichst klein zu halten, wurde die mittlere Lückenlänge \bar{G} als Parameter für die



Ionisation verwendet¹²). Des weiteren wurde immer durch die ganze Schichtdicke hindurch gemessen, um über Entwicklungsänderungen mit der Tiefe in der Schicht zu integrieren. Ausserdem wurden nur Spuren verwendet, von denen man die Energie gut angeben konnte. In der Tabelle sind die Messergebnisse zu sehen.

Wie man anhand der 10 samples erkennen kann, liegen die Schwankungen in vernünftigen Grenzen. Für 3000 Lücken benötigt man eine Spurlänge von etwa 20 mm. Das entspricht einer Messdauer von 3 Stunden. Setzt man voraus, dass das Plateau mit 1% Genauigkeit festgelegt worden ist, so ergibt sich damit die in der Figur schraffiert angedeutete Situation, und man erkennt, dass sich noch Energien abschätzen lassen, die höher liegen, als sie durch Streumessung erreichbar sind, für Protonen unter normalem Messaufwand etwa 30 BeV. Der Fehler beträgt in dem Fall $\pm \frac{40}{10}$ BeV.

Abschliessend sei darauf hingewiesen, dass weder b noch $1/\bar{G}$ direkt proportional zur Ionisation zu sein brauchen. Darauf deutet

auch unser Messergebnis hin. b wurde bestimmt, unter Verwendung aller Lücken $\geq 0,2 \mu$. Für so kleine Lückenlängen gilt kein exponentielles Verteilungsgesetz, wie die Ausgleichsrechnung zur Ermittlung von \bar{G} gezeigt hat.

Ereignis	N_1	N_7	N_0	ΔR (mm)	\bar{G} (μ)	b (100μ) ⁻¹	Identität	Platte Nr.	$\gamma(E/E_0)$	N_7/N_1
S_6	2282		2550		3,88		e	32 c	> 200	
S_6	1460	39	1568		3,74		e	32 c	> 200	0,027
S_4	1985	52	2195	10,77	4,13	18,4	π	32 a	> 400	0,026
S_2	1430	39	1613	7,53	3,90	19,0	e	32 b	> 400	0,027
S_2	1556	50	1768	8,49	4,16	18,3	e	31 b	> 400	0,032
S_2	1361	38	1520	7,29	4,08	18,7	e	33 b	> 400	0,028
S_9	2567	85	2808	13,68	4,13	18,5	e	32 b	$> 10^4$	0,033
	10359	303	9905	47,95	4,00	18,6				0,0292
S_5	4384	194	4710	24,80	4,47	17,0	π	32 b	$4,3 \pm 0,4$	0,044
S_3	2888	122	3133	16,73	4,50	17,3	π	31-32 a	$6,7 \pm 1,6$	0,042
S_5	4806	193	5208	26,98	4,41	17,8	π	33 b-d	$4,3 \pm 0,4$	0,040
	12078	509	13051	68,51	4,45	17,6				0,0423

$$\bar{G}_{\min}/\bar{G}_{pl} = 1,115 \pm 0,015$$

$$b_{pl}/b_{\min} = 1,060$$

Zur Tabelle: N_i ist die Anzahl von Lücken $\geq G_i$, N_0 wurde extrapolatorisch ermittelt als Anzahl von Lücken > 0 .

Literatur.

- ¹⁾ S. BISWAS, B. PETERS and RAMA: Proc. Ind. Acad. **A 41**, 154 (1955).
- ²⁾ H. FAY, Z. f. Natf. **10a**, 572 (1955).
- ³⁾ E. LOHRMANN and M. TEUCHER, Nuovo Cim. **30**, 59 (1956).
- ⁴⁾ F. A. BRISBOUT, C. DAHANAYAKE, A. ENGLER, P. H. FOWLER, and P. B. JONES, Preprint (1956).
- ⁵⁾ BETHE, BLOCH, WILLIAMS, siehe z. B.: B. ROSSI, 'High Energy Particles'.
- ⁶⁾ E. FERMI, Phys. Rev. **57**, 485 (1940).
- ⁷⁾ G. C. WICK, Nuovo Cim. **1**, 302 (1943).
- ⁸⁾ O. HALPERN and H. HALL, Phys. Rev. **73**, 477 (1948).
- ⁹⁾ J. CRUSSARD, V. FOUCHÉ, J. HENNESSY, G. KAYAS, L. LEPRINCE-RINGUET, D. MORELLET et F. RENARD, Nuovo Cim. **3**, 746 (1956).
- ¹⁰⁾ A. HUSAIN and E. PICKUP, Phys. Rev. **98**, 136 (1955).
- ¹¹⁾ M. M. SHAPIRO and B. STILLER, Phys. Rev. **87**, 682 (1952).
- ¹²⁾ C. O'CEALLAIGH, B. S. 11 (1954).

Ein einfaches Dekaden-Zählgerät mit umschaltbaren Kanal- und Untersetzungszahlen

von W. BEUSCH und D. MAEDER (ETH., Zürich).

Das hier beschriebene Gerät erfüllt die in der Kernphysik häufige Aufgabe, Zählimpulse aus verschiedenen Kanälen separat, aber gleichzeitig zu summieren. Die elektronischen Untersetzerstufen vor dem elektro-mechanischen Zählwerk können so kombiniert werden, dass zehn 20-fache oder fünf 200-fache Untersetzer zur Verfügung stehen. Weiter erlaubt das Gerät Ablesung und Nullstellung in 5 Zählkanälen ohne Unterbrechung des Zählvorgangs.

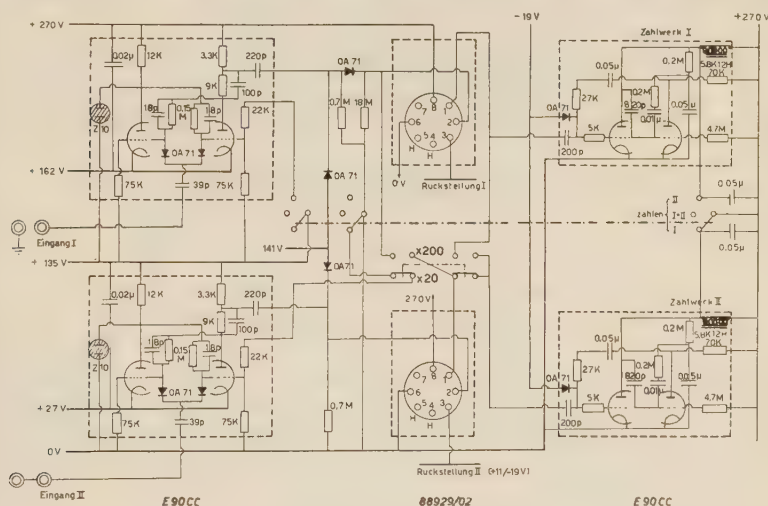


Fig. 1.

Schema von zwei benachbarten Zählkanälen.

Widerstandswerte in $k\Omega$ bzw. $M\Omega$, Kapazitätswerte in pF bzw. μF .

Dies wird in einem relativ kleinen und leichten Gerät (16 kg) mit folgenden Mitteln ermöglicht:

1. Verwendung von 10 dekadischen Untersetzereinheiten¹⁾ und 10 elektro-mechanischen Zählwerken.

2. Jede Dekadenstufe kann a) einzeln betrieben, b) mit einer benachbarten Stufe zu einem hundertfachen Untersetzer kombiniert werden.

3. Jeder der 10 Eingänge enthält einen relativ hochauflösenden zweifachen Untersetzer (Totzeit $\tau = 1,5 \mu s$, Totzeit der Dekade $\tau_0 = 27 \mu s$, ergibt 1,5% Verluste bei 5000 Impulsen/sec).

¹⁾ Der Firma Philips-Electronica danken wir für die anlässlich des ETH-Jubiläums erfolgte Schenkung der betriebsfertigen Steckeinheiten des Typs 88929/02 mit EIT-Dekadenröhren.

4. Ein gemeinsamer Schalter erlaubt a) alle Zählwerke dauernd, b) wahlweise je eine Gruppe von 5 Zählwerken in Betrieb zu setzen und von der andern Gruppe im Fall 2a) den ganzen Zählkanal, im Fall 2b) das Zählwerk stillzulegen.

5. Die Eingänge sollen auf kurze (Anstieg $\lesssim 0,5 \mu s$, Abfall $\gtrsim 1 \mu s$) negative Impulse von $\geq 15 V$ Amplitude ansprechen. Auf eine Diskriminatorstufe wird verzichtet; für die Zweifachuntersetzung und Erzeugung spezieller Impulse zur Auslösung der dekadischen Untersetzer genügt eine Doppeltriode.

6. Die Zählwerke haben einen Widerstand von 5800Ω , so dass man sie mit Doppeltrioden $E 90 CC$ betreiben kann. Sie sprechen 25 Mal/sec sicher an.

Einzelheiten der Schaltung, insbesondere die für die Umschaltungen notwendigen Schalter sind aus dem Schema Fig. 1 ersichtlich, das eine von den 5 identischen Gruppen zu je 2 Kanälen darstellt.

Eine ausführliche Beschreibung erscheint in der ZAMP.

Laufzeitketten mit Ferritspulen

D. MAEDER (ETH., Zürich).

Anwendungsbeispiele von Laufzeitketten (LZK) zur Umformung der von Strahlungsdetektoren der Kernphysik gelieferten Impulse sind in Fig. 1 dargestellt. Bei Übertragung durch kapazitiv gekoppelte Verstärker ergeben sich für die Impulsformen I, II, III abnehmende Nullpunktsverschiebungen (z. B. für $RC = 10 T$: um -18% bzw. $+0,9\%$ bzw. $-0,02\%$).

Die technische Ausführung solcher Netzwerke [(a) Koaxialkabel, (b) Verzögerungsleitungen mit verteilten L und C , (c) LZK mit konzentrierten L und C] richtet sich nach Laufzeit T und Anstiegszeit T_a . Für $T \gtrsim 1 \mu sec$ ist (c) durch geringere Baulänge bevorzugt, wobei T_a annähernd durch

$$T/T_a = \text{Güteziffer} \approx 0,9 N^{2/3} \quad (N = \text{Gliederzahl})$$

gegeben ist¹⁾. Mit LZK sind nicht so hohe Güteziffern wie mit (a) und (b) erreichbar, dafür kann der Wellenwiderstand $Z = \sqrt{L/C}$ unterhalb

$$Z_{\max} = \frac{T}{NC_{\min}} \approx \frac{0,85 T_a}{C_{\min}} \sqrt{\frac{T_a}{T}} \quad (C_{\min} \gg \text{Wicklungskapazität von } L)$$

frei gewählt werden. Bei vielgliedrigen LZK sind induktive Kopplungen zur Korrektur des Phasenganges erforderlich²⁾.

Die Verwendung der in den letzten Jahren entwickelten Ferritmaterialien hoher Permeabilität³⁾ in LZK verspricht grosse Vorteile:

1. Verkleinerte Abmessungen, Einfluss der Umgebung auf Selbstinduktionen und induktive Kopplungen geringer.

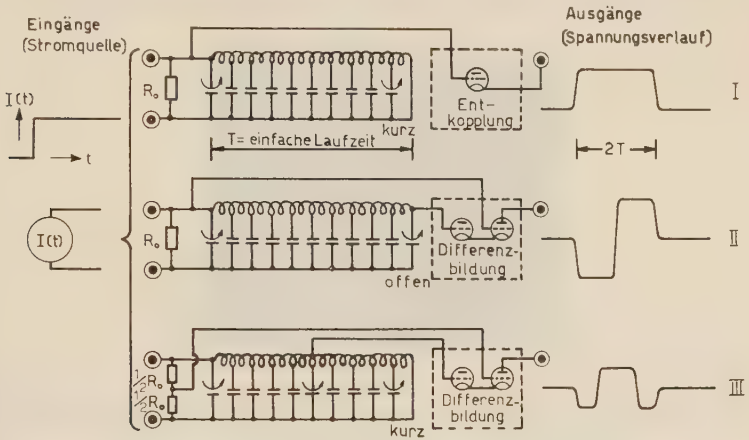


Fig. 1.

Verschiedene Impulsformungen mittels Laufzeitketten.

2. Infolge kleinerer Windungszahlen werden die Wicklungskapazitäten kleiner, so dass Z höher gewählt werden kann.

3. Auch extrem lange Laufzeiten sind realisierbar.

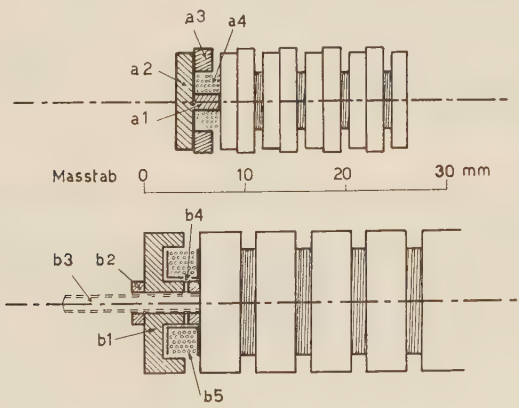


Fig. 2.

Schnitt durch Laufzeitketten mit Ferrit-Kernen.

4. Verstärkte Kopplung zwischen entfernten Gliedern, wodurch eine Phasenkorrektur hoher Ordnung⁴⁾ ermöglicht wird.

Bei einer ersten Ausführungsform (Fig. 2, oben) wurden möglichst kleine Abmessungen angestrebt, wobei die Bestandteile a1, a2, a3 von längeren FXC-Stäbchen und -Röhrchen abgeschnitten werden mussten. Bei der in Fig. 2 unten gezeigten Konstruktion werden normale FXC-D14-8-Bestandteile verwendet*), wobei sich die passende Kopplung mit Hilfe des Isolierscheibchens b4 einstellen lässt.

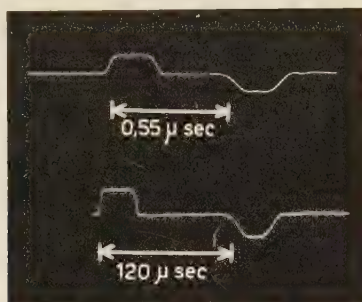


Fig. 3.

Impulsverläufe an den Eingängen je einer am entfernten Ende kurzgeschlossenen Laufzeitkette von 25 Ferrit-Spulen nach Fig. 2b.

Oben: $Z = 800 \Omega$, $2T = 0,55 \mu\text{sec}$, $T_a = 0,06 \mu\text{sec}$

Unten: $Z = 6 k\Omega$, $2T = 120 \mu\text{sec}$, $T_a = 10 \mu\text{sec}$

Die in Fig. 3 abgebildeten gemessenen Impulsverläufe veranschaulichen den weiten Anwendungsbereich solcher LZK. Auf die mit Phasenkorrekturen nach ⁴⁾ erreichten Verbesserungen (welche in Fig. 3 noch nicht berücksichtigt sind) werden wir in einer ausführlichen Arbeit eingehen.

*) Der Fa. Philips-Electronica danken wir für die bereitwillige Unterstützung durch Materiallieferungen.

Literatur.

- ¹⁾ ELMORE and SANDS, Electronics, Experimental Techniques (Mac Graw-Hill, New York 1949).
- ²⁾ Siehe z. B. LEWIS and WELLS, Millimicrosecond Pulse Techniques (Pergamon Press, London 1954): $k_{\text{opt}} \approx 22\%$ zwischen Spulenhälften, bzw. 11° zwischen ganzen Spulen.
- ³⁾ J. L. SNOEK, Philips Techn. Rundschau **8**, 353 (Dez. 1946).
- ⁴⁾ M. J. E. GOLAY, Proc. I.R.E. **34**, 138 P (1946).

Über hochenergetische Kernstösse von α -Teilchen der kosmischen Strahlung

von Walter Winkler (Universität Bern*).

(7. IV. 1956.)

I. Einleitung.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Untersuchung von 34 „Sternen“, die durch hochenergetische Heliumkerne der kosmischen Strahlung in der photographischen Emulsion erzeugt worden sind. In der Literatur findet sich ein beträchtliches experimentelles Material¹⁻¹⁰, in welchem die Erzeugung von „Schauern“ durch Kerne der kosmischen Strahlung besprochen wird. Doch hat man sich meistens auf „Sterne“ mit höchstens vier „schwarzen“ Spuren beschränkt, eine Einschränkung, die wir teilweise haben fallen lassen.

Die untersuchten Sterne stammen von drei verschiedenen Ballonflügen auf je ca. 30 km Höhe mit einer Dauer von ungefähr 3,–7 und 40 Stunden. Total sind 117 cm³ Emulsion mit einer 200fachen Vergrösserung durchmustert worden. Die Identifizierung des primären α -Teilchens ist durch Messung der Ionisation nach der Methode der mittleren Lückendichte¹¹⁾ vorgenommen worden. Wir fanden für die mittlere Lückendichte der α -Teilchen 0,84 μ und für die „Schauerteilchen“ 3,38 μ .

II. Ermittlung der Winkelverteilung und Fehlerbetrachtung.

Wir bezeichnen den Winkel, welchen die Spur des primären Heliumkernes mit der Photoplattenebene einschliesst, mit α , denjenigen eines „Schauerteilchens“ mit ψ ; den auf die Plattenebene projizierten Winkel zwischen der Spur des Primär- und der Spur des „Schauerteilchens“ mit φ . Für den räumlichen Winkel Θ_L zwischen den beiden Spuren erhalten wir

$$\cos \Theta_L = \sin \alpha \sin \psi + \cos \alpha \cos \psi \cos \varphi. \quad (1)$$

*) Jetzt: Forschungsabteilung Escher-Wyss, Zürich.

Die Winkel φ sind für $\varphi > 2^\circ$ mit dem Leitzschen Winkelokular und für $\varphi < 2^\circ$ auf dem Koordinaten-Komparator von Leitz durch Messen von Koordinatendifferenzen bestimmt worden.

Der Einfluss des Fehlers von φ auf Θ_L beträgt

$$d\Theta_L(\alpha, \psi, \Theta, \varphi, d\varphi) = \frac{\cos \alpha \cos \psi \sin \varphi}{\sin \Theta} d\varphi. \quad (2)$$

Der maximale Fehler in φ beträgt ≈ 5 Minuten. Zur Beurteilung des Fehlers in Θ_L kann der Fehler von φ gegenüber den Fehlern in α und ψ vernachlässigt werden. α und ψ sind durch Höhendifferenzmessungen mit dem Mikroskop bestimmt worden. Ist η die Höhendifferenz der Primärspur und ξ diejenige der Sekundärspur, so erhalten wir für $d\Theta_L$

$$d\Theta_L = -\frac{1}{\sin \Theta_L} \left\{ \frac{\delta \cos \Theta_L}{\delta \eta} d\eta + \frac{\delta \cos \Theta_L}{\delta \xi} d\xi \right\}. \quad (3)$$

III. Die Bestimmung der Energie des Primärteilchens aus der Winkelverteilung der „Schauerteilchen“.

Wir haben die Energie des primären Heliumkernes unter der Voraussetzung, dass ein Nukleon-Nukleon-Stoß stattgefunden hat, bestimmt. Wir definieren als S -System ein solches, in welchem die Summe der Impulse Null ist, und setzen darin Symmetrie ^{3) 8)} der emittierten Teilchen bezüglich einer Ebene senkrecht zur Spur des Primärteilchens voraus. Mit Hilfe der relativistischen Mechanik erhalten wir

$$E \text{ (pro primäres Nukleon)} = m_0 c^2 [2 \gamma_s^2 - 1], \quad (4)$$

wobei mit E die Total- und mit $m_0 c^2$ die Ruhe-Energie des Nukleons bezeichnet wird.

$$\gamma_s = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_s^2}}; \quad \beta_s = \frac{v_s}{c}, \quad (5)$$

wobei v_s die Geschwindigkeit des S -Systems gegen das Laborsystem ist.

Liegt im Laborsystem die Hälfte aller emittierten Teilchen innerhalb eines Kegels vom halben Öffnungswinkel $\Theta_{\frac{1}{2}L}$, so entspricht diesem Winkel im S -System der Winkel $\Theta_s = \pi/2$. Ist die Verteilung im S -System nicht isotrop, so ist $\Theta_s < \pi/2$. Diesen Fall werden wir in den Abschnitten IV und V besprechen. Durch Anwendung der Lorentztransformation erhalten wir, falls $\Theta_s = \pi/2$ und $v_s/v_{sM} = 1$ gesetzt werden, wobei v_{sM} die Geschwindigkeit der Mesonen im S -System ist,

$$E \text{ (pro primäres Nukleon)} = m_0 c^2 \left[\frac{2}{\sin^2 \Theta_{\frac{1}{2}L}} - 1 \right]. \quad (6)$$

In Tabelle 1 sind die nach (6) bestimmten Energien mit den nach (3) berechneten Fehlern aufgeführt.

Tabelle 1.

Stern	N_h	n_g	n_s	Halbwinkel	Energie in $m_0 c^2$
1	1	0	24	3,0°	700 ± 100
2	5	1	6	4,3°	340 ± 30
3	3	1	10	4,5°	310 ± 30
4	4	1	9	5,3°	225 ± 25
5	4	1	11	5,3°	225 ± 20
6	8	3	10	6,7°	141 ± 10
7	0	4	27	7,0°	130 ± 10
8	3	0	11	8,6°	85 ± 5
9	4	0	19	9,8°	74 ± 5
10	1	0	6	10,6°	58 ± 2
11	2	1	9	11,0°	52 ± 2
12	1	0	6	11,2°	52 ± 2
13	6	4	7	11,5°	48 ± 2
14	5	4	17	11,8°	45 ± 2
15	3	0	7	12,2°	44 ± 2
16	2	1	9	13,0°	38 ± 2
17	4	3	7	13,0°	38 ± 2
18	2	1	13	13,1°	38 ± 2
19	2	0	14	13,6°	35 ± 2
20	4	0	25	14,0°	33 ± 2
21	3	0	12	14,1°	33 ± 2
22	15	6	14	14,4°	31 ± 2
23	5	1	11	14,8°	29,5 ± 2
24	2	1	9	15,6°	28 ± 2
25	11	4	29	15,5°	27 ± 2
26	9	0	11	17,0°	23 ± 2
27	11	3	12	16,9°	22 ± 1
28	3	1	8	8,0°	18 ± 1
29	2	0	10	20,0°	16 ± 1
30	2	0	12	20,5°	16 ± 1
31	8	4	8	21,7°	14 ± 0,5
32	3	2	6	25,0°	10,2 ± 0,5
33	6	5	12	22,0°	13,5 ± 0,5
34	3	1	16	22,2°	11,8 ± 0,5

In der ungekürzten Arbeit wird die Transformationsgleichung

$$\operatorname{tg} \Theta_L = \frac{1}{\gamma_s} \frac{\sin \Theta_s}{\cos \Theta_s + \beta_s / \beta_s M} \quad (7)$$

an Hand von Figuren eingehend diskutiert. Wir haben die folgenden drei Fälle zu unterscheiden: 1. $\beta_s/\beta_{sM} < 1$, 2. $\beta_s/\beta_{sM} > 1$ und 3. $\beta_s/\beta_{sM} = 1$.

$$1. \text{ Fall: } \beta_s/\beta_{sM} < 1,$$

d. h. die Geschwindigkeit der Mesonen im S -System ist grösser als die Geschwindigkeit des Schwerpunktes gegen das Laborsystem. Dieser Fall kann aus energetischen Gründen nur bei kleiner Multiplizität¹²⁾ vorhanden sein. Aus der Transformationsgleichung (7) folgt, falls wir $\gamma_s \text{tg } \Theta_L$ mit $\text{tg } \Theta_L^*$ bezeichnen, dass zu jedem Θ_L^* genau ein Θ_s existiert.

$$2. \text{ Fall: } \beta_s/\beta_{sM} > 1,$$

d. h. die Geschwindigkeit der Mesonen im S -System ist kleiner als die Geschwindigkeit des Schwerpunktes gegen das Laborsystem. Dieser Fall ist aus energetischen Gründen bei grosser Multiplizität¹²⁾ stets vorhanden. Aus (7) folgt

$$\text{tg } \Theta_L < \sqrt{1 - \beta_s^2} < 1 \quad (8)$$

und daraus für den maximalen Öffnungswinkel im Laborsystem $\Theta_L \text{ Max} < \pi/2$, falls $\beta_s/\beta_{sM} > 1$. Für den Maximalwinkel $\Theta_s \text{ Max}$ im S -System folgt

$$\cos \Theta_s \text{ Max} = - \frac{\beta_{sM}}{\beta_s}. \quad (9)$$

PEYROU et al.¹³⁾, der als Erster auf die Existenz eines Grenzwinkels $\Theta_s \text{ Max}$ im S -System hingewiesen hat, gab folgende Formel

$$\sin \Theta_L \text{ Max} = \frac{\beta_{sM}}{\sqrt{1 - \beta_{sM}^2}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \beta_s^2}}{\beta_s}, \quad (10)$$

welche mit (9) identisch ist.

$$3. \text{ Fall: } \beta_s/\beta_{sM} = 1.$$

In diesem Falle ist $\text{tg } \Theta_s/2$ lediglich der um den Faktor γ_s vergrösserte $\text{tg } \Theta_L$. Speziell für $\Theta_L < 5^\circ$ folgt

$$\gamma_s \Theta_L \approx \frac{\Theta_s}{2}. \quad (11)$$

IV. Die Bestimmung der Mesonengeschwindigkeit β_{sM} im S -System.

Aus Gleichung (10) lässt sich nach PEYROU et al.¹³⁾ und HOANG²⁾ das $\gamma_{sM} = 1/\sqrt{1 - \beta_{sM}^2}$, falls die Mesonengeschwindigkeiten β_{sM} im S -System nicht stark voneinander verschieden sind, berechnen:

$$\sin \Theta_L \text{ Max} = \frac{\beta_{sM}}{\sqrt{1 - \beta_{sM}^2}} \cdot \frac{\sqrt{1 - \beta_s^2}}{\beta_s}, \quad (10)$$

also falls $\beta_s \approx \beta_{sM}$

$$\gamma_{sM} \approx \gamma_s \sin \Theta_L \text{ Max} \quad (11)$$

und daraus

$$\beta_{sM} \approx 1 - \frac{1}{2\gamma_{sM}^2}, \quad \varepsilon \approx 1 - \beta_{sM} \approx \frac{1}{2\gamma_{sM}^2}. \quad (12)$$

Tabelle 2.

Stern	$\Theta_{\frac{1}{2}L}$	γ_s	$\Theta_L \text{ Max}$	ε
2 6(1),6	4,3°	13,2	74,0°	0,003
4 5(1),9	5,3°	10,8	54,1°	0,007
5 5(1),11	5,3°	10,8	27,7°	0,021
6 11(3),10	6,7°	8,5	53,8°	0,011
7 4(4),27	7,0°	8,1	48,8°	0,013
8 3,11	8,6°	6,6	34,8°	0,035
9 4,19	9,8°	5,8	75,7°	0,016
11 3(1),9	11,0°	5,1	66,0°	0,023
13 10(4),7	11,5°	4,9	44,3°	0,042
15 3,7	12,2°	4,6	53,8°	0,036
16 3(1),9	13,0°	4,3	30,2°	0,11
17 7(3),7	13,0°	4,3	54,6°	0,055
18 3(1),13	13,1°	4,3	42,3°	0,059
21 3,12	14,1°	4,0	25,6°	0,17
22 21(6),14	14,4°	3,9	56,6°	0,047
23 6(1),11	14,8°	3,8	55,8°	0,052
24 3(1),9	15,6°	3,6	66,7°	0,046
25 15(4),29	15,5°	3,6	82,1°	0,039
26 9,11	17,0°	3,3	45,8°	0,091
27 14(3),12	16,9°	3,3	35,3°	0,14
28 4(1),8	18,0°	3,1	32,8°	0,18
29 2,10	20,0°	2,8	40,0°	0,16
30 2,12	20,5°	2,7	65,3°	0,085
31 12(4),8	21,7°	2,5	42,3°	0,13
32 5(2),6	25,0°	2,2	37,8°	0,29
34 4(1),16	22,2°	2,5	54,2°	0,13

Die Zahl vor dem Komma gibt die Anzahl der „schwarzen Spuren“ N_h ; in Klammern ist angegeben, wieviel der N_h „grau“ sind. Hinter dem Komma steht die Anzahl der „Schauerspuren“ n_s .

In Tabelle 2 sind die nach (12) ermittelten ε für diejenigen Sterne, bei welchen ein $\Theta_{L\text{Max}} < \pi/2$ gemessen werden konnte, zusammengestellt.

V. Die Transformation vom Laborsystem ins S -System.

Aus Gleichung (7) folgt, falls $\beta_s/\beta_{sM} = 1$, dass

$$\cos \Theta_s = \frac{-2\gamma_s^2 \operatorname{tg}^2 \Theta_L \pm \sqrt{(2\gamma_s^2 \operatorname{tg}^2 \Theta_L)^2 - 4(\gamma_s^2 \operatorname{tg}^2 \Theta_L + 1)(\gamma_s^2 \operatorname{tg}^2 \Theta_L - 1)}}{2(\gamma_s^2 \operatorname{tg}^2 \Theta_L + 1)} \quad (13)$$

Fig. 1 zeigt das Histogramm von 34 Sternen mit total 414 Spuren, die auf diese Weise transformiert worden sind.

Die Spitze bei $\Theta_s = 90^\circ$ im S -System ist erzwungen, indem in der Gleichung (10) der zu $\Theta_{\frac{1}{2}L}$ im S -System gehörige Winkel $\Theta_s(\Theta_{\frac{1}{2}L}) = 90^\circ$ gesetzt worden ist. Diese 90° -Spitze hat auch ENGLER et al.¹⁰⁾

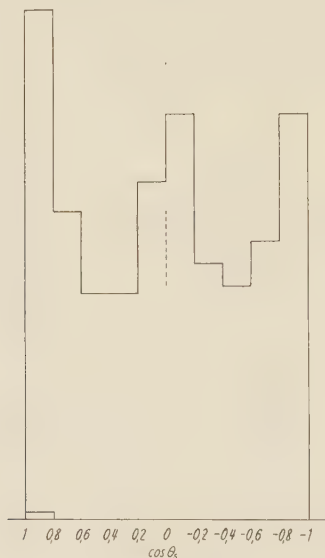


Fig. 1.

Transformation ins S -System mit γ_s und $\beta_s/\beta_{sM} = 1$.

bei der Transformation von Protonensternen gefunden. Wir werden im nächsten Abschnitt zeigen, dass bei Verwendung des von der Romgruppe⁴⁾ vorgeschlagenen γ_s , künftighin γ_{sR} genannt, diese besprochene 90° -Spitze verschwindet.

Bei der eben behandelten Transformation hatten wir das Verhältnis der Geschwindigkeiten der Mesonen im S -System zur Geschwindigkeit des Schwerpunktes β_s gegen das Laborsystem $\beta_s/\beta_{sM} = 1$ gesetzt. Dadurch werden alle Winkel Θ_s im S -System verkleinert,

falls $\beta_s/\beta_{sM} > 1$. Für den Korrekturwinkel $\Delta\Theta_s$ folgt durch Taylor-Entwicklung

$$\Delta\Theta_s = \frac{\sin \Theta_s}{1 + \cos \Theta_s} (\beta_s/\beta_{sM} - 1). \quad (14)$$

In Fig. 2 sind 6 Sterne, bei welchen $\beta_s/\beta_{sM} \geq 1,10$ ist, mit γ_s ins S -System transformiert worden. Die Darstellung I zeigt die Winkel-



Fig. 2.

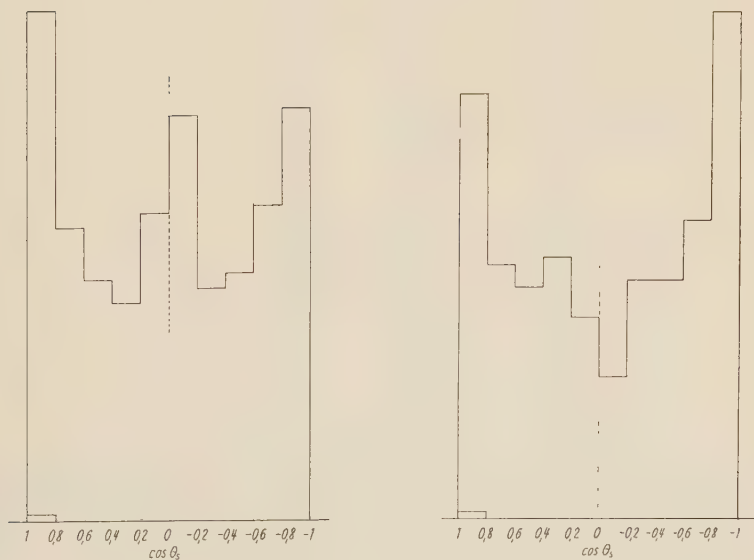


Fig. 3.

Transformation ins S -System mit γ_s ,
wobei für $\beta_s/\beta_{sM} \geq 1,10$ die Winkel Θ_s nach 14 korrigiert worden sind.

Fig. 4.

Transformation ins S -System
mit γ_{sR} und $\beta_s/\beta_{sM} = 1$.

verteilung im S -System, falls $\beta_s/\beta_{sM} = 1$ gesetzt wird. Von total 56 Spuren gehen 10 mehr nach vorne als nach hinten, was eine Verletzung der Symmetrie darstellt. Im Histogramm II sind die gleichen Spuren aufgetragen, jedoch wurde hier für jede einzelne Spur das $\Delta\theta_s$ aus dem Verhältnis β_s/β_{sM} nach (14) berechnet. Von den total 56 Spuren gehen in diesem Falle 28 nach vorne und 28 nach hinten.

In Fig. 3 sind alle 34 untersuchten Sterne aufgetragen und für diejenigen, bei denen $\beta_s/\beta_{sM} \geq 1,10$ beträgt, die Winkel im S -System

Tabelle 3.

Stern	β_s	β_{sM}	β_s/β_{sM}
2 6(1),6	0,997	0,997	1,00
4 5(1),9	0,995	0,993	1,00
5 5(1),11	0,996	0,979	1,02
6 11(3),10	0,991	0,989	1,00
7 4(4),27	0,985	0,987	1,01
8 3,11	0,983	0,965	1,02
9 4,19	0,985	0,984	1,00
11 3(1),9	0,982	0,977	1,01
13 10(4),7	0,979	0,958	1,02
15 3,7	0,976	0,964	1,01
16 3(1),9	0,973	0,890	1,10
17 7(3),7	0,997	0,945	1,06
18 3(1),13	0,974	0,941	1,04
21 3,12	0,968	0,830	1,17
22 21(6),14	0,967	0,953	1,02
23 6(1),11	0,965	0,948	1,02
24 3(1),9	0,961	0,954	1,01
25 15(4),29	0,961	0,961	1,00
26 9,11	0,952	0,909	1,05
27 14(3),12	0,952	0,860	1,11
28 4(1),8	0,947	0,820	1,18
29 2,10	0,932	0,840	1,11
30 2,12	0,930	0,915	1,02
31 12(4),8	0,919	0,870	1,06

entsprechend korrigiert worden. In Tabelle 3 sind für alle Sterne, bei denen ein $\theta_{L\text{Max}} < \pi/2$ existiert, die Verhältnisse β_s/β_{sM} aufgetragen.

Im folgenden werden wir die Transformationen mit dem von CASTAGNOLI et al.⁴⁾ vorgeschlagenen γ_{sR} vornehmen:

$$\ln \gamma_{sR} = -\frac{1}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \ln \operatorname{tg} \theta_{L,i}. \quad (15)$$

Aus der Tabelle 4 sind von 34 α -Sternen sowohl die $\gamma_s = \text{ctg } \Theta_{\frac{1}{2}L}$ sowie die γ_{sR} , welche nach (15) ermittelt worden sind, ersichtlich.

Tabelle 4.

Stern	γ_s	γ_{sR}	Stern	γ_s	γ_{sR}
1 1,24	19,1	25,2	18 3(1),13	4,3	4,0
2 6(1),6	13,2	8,0	19 2,14	4,1	4,1
3 4(1),16	12,7	7,2	20 4,25	4,0	3,9
4 5(1),9	10,8	7,2	21 3,12	4,0	7,3
5 5(1),11	10,8	13,0	22 21(6),14	3,9	3,7
6 11(3),10	8,5	7,3	23 6(1),11	3,8	3,8
7 4(4),27	8,1	6,4	24 3(1)9	3,6	3,6
8 3,11	6,6	6,9	25 15(4),29	3,6	3,2
9 4,19	5,8	12,3	26 9,11	3,3	4,3
10 1,6	5,3	10,3	27 14(3),12	3,3	4,1
11 3(1),9	5,1	3,4	28 4(1),8	3,1	4,7
12 1,6	5,1	8,3	29 2,10	2,8	3,1
13 10(4),7	4,9	3,6	30 2,12	2,7	2,8
14 9(4),17	4,8	5,6	31 12(4),8	2,5	3,7
15 3,7	4,6	5,0	32 5(2),6	2,2	3,9
16 3(1),9	4,3	4,9	33 11(5),12	2,5	2,8
17 7(3),7	4,3	6,0	34 4(1),16	2,5	3,1

Fig. 4 zeigt die Winkelverteilung im S -System von 34 α -Sternen, welche mit γ_{sR} und $\beta_s/\beta_{sM} - 1$ transformiert worden sind. Die Spitzen bei $\Theta_s = 90^\circ$, welche in den Fig. 3 und 1 ersichtlich sind, sind hier verschwunden.

Von total 414 Spuren gehen im S -System 14 ($\sim 3,5\%$) mehr nach hinten als nach vorne. Diese Tendenz kann zwei Ursachen haben. Erstens gibt die Gleichung (15) den grossen Winkeln Θ_L im Laborsystem ein zu grosses Gewicht, so dass das γ_{sR} leicht überschätzt ist. Zweitens kann die Spitze bei 180° durch sekundäre Stösse verursacht worden sein. In Fig. 5 sind diejenigen Sterne aufgetragen, bei denen die Zahl der „schwarzen“ und „grauen“ Spuren kleiner oder gleich drei ist. Von total 106 Spuren gehen im S -System 7 ($\sim 6,5\%$) mehr nach vorne als nach hinten. Der angedeutete Überschuss nach vorne dürfte durch die Protonen des primären Heliumkernes verursacht sein. In Fig. 6 sind diejenigen Sterne aufgetragen, bei denen die Zahl der „schwarzen“ und „grauen“ Spuren grösser als vier ist. In diesem Falle gehen im S -System von total 161 Spuren 7 ($\sim 4,5\%$) mehr nach hinten als nach vorne.

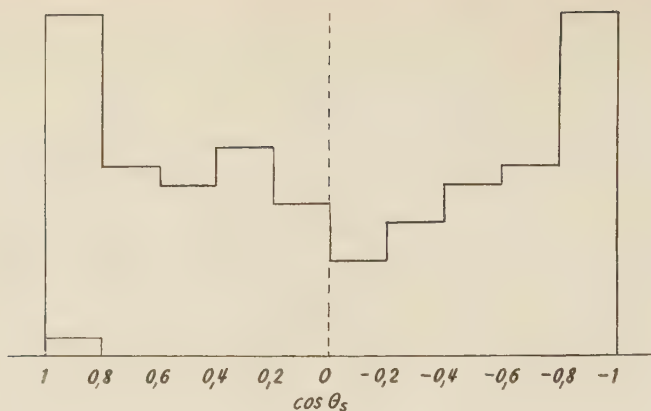


Fig. 5.

Zahl der „schwarzen“ und „grauen“ Spuren kleiner oder gleich drei.

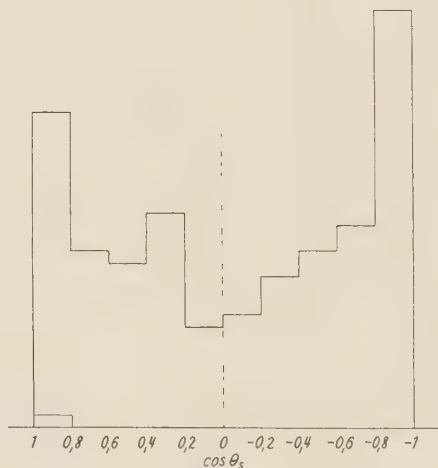


Fig. 6.

Zahl der „schwarzen“ und „grauen“ Spuren grösser als vier.

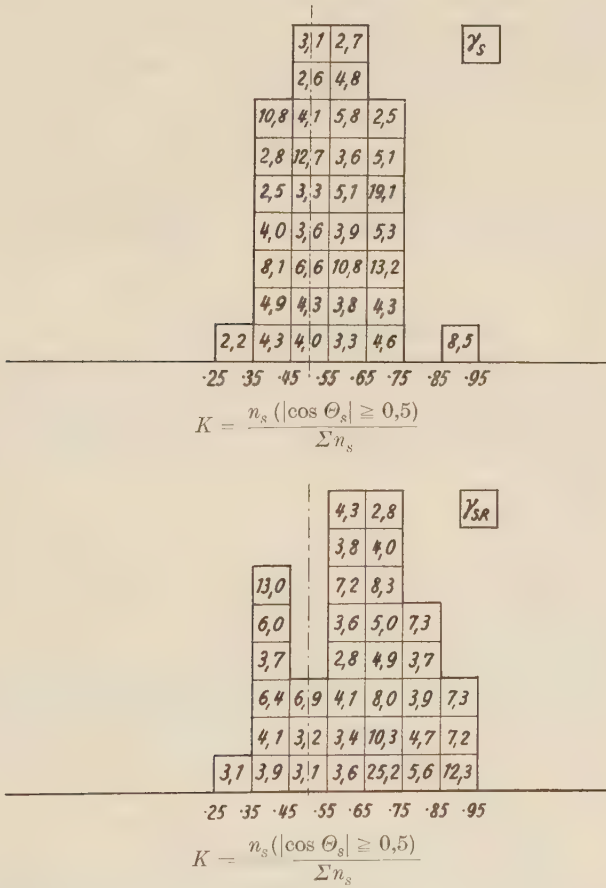
VI. Betrachtungen über die Anisotropie im S -System.

Nach FERMI¹⁴⁾ ist die Anisotropie im S -System eine Folge der Erhaltung des Drehimpulses. Nach ihm sollten Sterne — im Falle des Nukleon-Nukleon-Stosses — mit kleiner Multiplizität grössere Anisotropie zeigen als solche grosser Multiplizität. Nach HEISENBERG¹⁵⁾ und LANDAU¹⁶⁾ sollte die Anisotropie K mit wachsendem γ_s zunehmen.

Wir führen als Mass für die Anisotropie den Quotienten

$$K = \frac{n_s(|\cos \Theta_s| \geq 0,5)}{\sum_1^{n_s} n_s} \tag{16}$$

ein, d.h. denjenigen Bruchteil der „Schauerteilchen“, der im halben Raumwinkel um die Achse des Primärteilchens liegt. Transfor-



a) Sterne mit $n_s \leq 10$ (total 15 Sterne)

$$K = \frac{72}{117} = 0,615, \quad (17)$$

b) Sterne mit $n_s > 10$ (total 16 Sterne).

$$K = \frac{156}{258} = 0,605. \quad (18)$$

Die Anisotropie der Sterne mit $n_s \leq 10$ und derjenigen mit $n_s > 10$ ist also ungefähr gleich.

In Fig. 7 sind 34 α -Sterne in Funktion von

$$K = \frac{n_s(|\cos \Theta_s| \geq 0,5)}{\Sigma n_s}$$

sowohl für γ_s , wie auch für γ_{sR} aufgetragen. Aus dem Histogramm lässt sich kein Zusammenhang zwischen γ_s bzw. γ_{sR} und der Anisotropie erkennen.

VII. Die Multiplizität der α -Sterne.

Der Vergleich zwischen den Multiplizitäten von „Sternen“, die durch einfach geladene Teilchen, und solchen, die durch α -Teilchen erzeugt worden sind, ist in der Arbeit von ENGLER et al.¹⁰⁾ eingehend

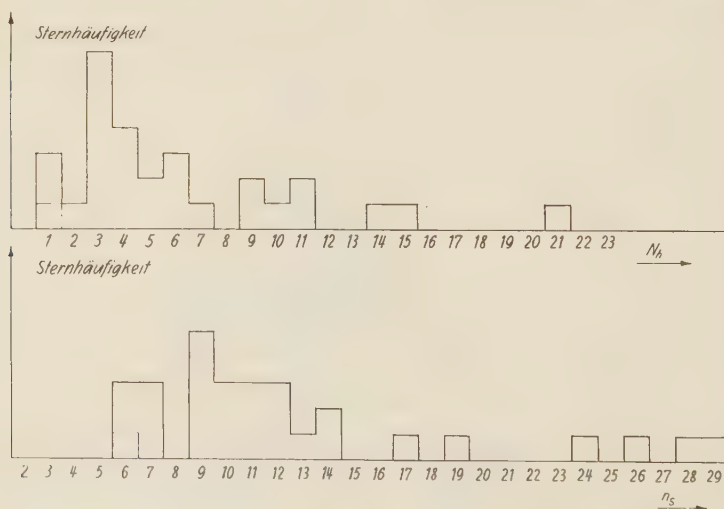


Fig. 8.

diskutiert worden. ENGLER et al. haben nur Sterne mit einfach geladenen Primärteilchen, die fünf und mehr „Schauerspuren“

besitzen, untersucht. Bei den durch α -Teilchen erzeugten Sternen haben wir hinsichtlich der Schauerteilchenzahl keine Einschränkung vorgenommen. Ferner dürfen für den Vergleich nur Sterne mit einer Primärenergie, die pro Nukleon grösser als $65 m_0 c^2$ ist, betrachtet werden, denn unterhalb $65 m_0 c^2$ sind nicht alle gefundenen Sterne mit einfach geladenem Primärteilchen untersucht worden. Bilden wir den Mittelwert der „Schauerteilchenzahl“ n_s , $m = \Sigma n_s / \nu$, wo ν die Zahl der Sterne ist, so erhalten wir für die Sterne mit einfach geladenem Primärteilchen $m = 9,5$, $\nu = 63$ und für die Sterne mit einem primären α -Teilchen $m = 14,3$, $\nu = 7$. Zum Vergleich der Multiplizitäten ziehen wir bei den α -Sternen 2 „Schauerspuren“ und bei den durch einfach geladenes Primärteilchen erzeugten Sternen $1/2$ „Schauerspur“ ab, d. h. wir bilden den Quotienten $n_s^\alpha - 2/n_s^\nu - 1/2$ und erhalten dafür den Wert 1,3.

In Fig. 8 ist die Häufigkeit der 34 untersuchten α -Sterne in Funktion der „Schauerspuren“ n_s und „schwarzen Spuren“ N_h dargestellt.

VIII. Verdankungen.

Herrn Prof. Dr. F. G. HOUTERMANS, der das Thema für diese Arbeit gestellt hat, bin ich für viele wertvolle Ratschläge und Diskussionen und sein stets förderndes Interesse zu tiefem Dank verpflichtet.

Herrn Prof. Dr. C. PEYROU danke ich für seine Ratschläge und Diskussionen.

Herrn Dr. M. TEUCHER, der mich in die Photoplattentechnik eingeführt hat, danke ich für alle seine Bemühungen aufs herzlichste.

Herrn Dr. U. HABER-SCHAIM und Herrn Dr. W. THIRRING danke ich für die Erläuterungen der theoretischen Arbeiten.

Ebenso danke ich den Mikroskopbeobachterinnen Frau B. MESSMER, T. RIESEN, H. THIRRING und R. MÜLLER.

IX. Literaturverzeichnis.

- 1) K. GOTTSTEIN und M. TEUCHER, *Naturforschung* **8a**, 120 (1953).
- 2) T. F. HOANG, *J. Phys. Radium* **14**, 395 (1953); **15**, 337 (1954).
- 3) C. C. DILWORTH, S. J. GOLDSACK, T. F. HOANG und L. SCARSI, *C. R., Nuovo Cimento* **10**, 1201 (1953).
- 4) C. CASTAGNIOLI, G. CORTINI, C. FRANZINETTI, A. MANFREDINI und D. MORENO, *Nuovo Cimento* **10**, 1539 (1953).
- 5) M. DEMEUR, C. C. DILWORTH und M. SCHOENBERG, *Nuovo Cimento* **9**, 92 (1952).

- ⁶⁾ R. R. DANIEL, J. H. DAVIES, J. H. MULVEY und D. H. PERKINS, *Phil. Mag.* **43**, 753 (1952).
 - ⁷⁾ V. D. HOPPER, S. BISWAS und J. F. DARLY, *Phys. Rev.* **87**, 545 (1952).
 - ⁸⁾ H. L. BRADT, M. F. KAPLON und B. PETERS, *Helv. phys. Acta*, **23**, 24 (1950).
 - ⁹⁾ E. PICKUP und L. VOIVODIC, *Phys. Rev.* **84**, 1191 (1951).
 - ¹⁰⁾ A. ENGLER, U. HABER-SCHAIM und W. WINKLER, *Nuovo Cimento* **12**, 930 (1954).
 - ¹¹⁾ W. WINZELER, Dissertation, Bern (1955).
 - ¹²⁾ K. SYMANZIK, *Kosmische Strahlung*, S. 562 (1953).
 - ¹³⁾ C. PEYROU, B. D'ESPAGNAT und L. LEPRINCE-RINGUET, *C. R. Acad. Sci.* **228**, 1777. (1949).
 - ¹⁴⁾ E. FERMI, *Phys. Rev.* **81**, 683 (1951).
 - ¹⁵⁾ W. HEISENBERG, *Z. Phys.* **133**, 65 (1952).
 - ¹⁶⁾ L. D. LANDAU, *Jzw. Akad. Navk SSSR. Ser. Fiz.* **17** (1953).
-

Aufspaltung schwerer Kerne der Primärkomponente der kosmischen Strahlung und Wechselwirkung der dabei entstehenden α -Teilchen

von F. Hänni (Universität Bern).

(7. IV. 1956.)

Inhaltsangabe: Aus Aufspaltungen schwerer Kerne der Primärkomponente werden die mittleren freien Weglängen für Stöße in Emulsion und die Spaltwahrscheinlichkeiten bestimmt. Aufspaltungen in mehrere α -Teilchen werden herangezogen, um bei sekundären Wechselwirkungen von α -Teilchen die Häufigkeit der Mesonen als Funktion der Energie zu bestimmen und die Halbwinkelmethode zur Energiebestimmung zu überprüfen.

Die vorliegenden Messungen wurden in 2 Stacks von Kernemulsionsplatten Ilford G 5, 600 μ dick, ausgeführt, nämlich in

Stack S 13, bestehend aus 40 Platten mit einer Fläche von $10 \times 15 \text{ cm}^2$, exponiert in Sardinien (geomagn. Breite 40° N);

Stack T, bestehend aus 108 Platten mit einer Fläche von $20 \times 30 \text{ cm}^2$, wovon uns 24 Platten zur Verfügung standen; exponiert in Texas (geomagn. Breite 42° N).

Die Platten wurden nach schweren Kernen der Primärkomponente mit Ladungen $Z \geq 6$ und deren Aufspaltungen durchmustert. Die Ladungsbestimmung erfolgte durch Messung der δ -Strahldichten an zwei möglichst weit voneinander entfernten Stellen der Spuren. Die Abschneideenergie beträgt für Kerne der Ladung $Z \geq 2$ bei beiden Flügen 1,7 GeV/nuc; dementsprechend ist die Geschwindigkeit der meisten Kerne nahezu gleich der Lichtgeschwindigkeit, und ihre δ -Strahldichte ist über die gesamte Spurlänge konstant¹⁾. Die Kerne und ihre Spaltprodukte werden in Gruppen eingeteilt, und diese entsprechend den Ladungen

$$\begin{aligned} Z > 10 & \text{ mit } H, \\ 6 \leq Z \leq 10 & \text{ mit } M, \\ 3 \leq Z \leq 5 & \text{ mit } L, \\ Z = 2 & \text{ mit } \alpha \text{ bezeichnet.} \end{aligned}$$

In Stack S 13 wurden 208 Spuren von schweren Primärkernen auf einer totalen Länge von 607 cm verfolgt. Dabei wurden 60 Wechselwirkungen mit Kernen der Emulsion gefunden. Tabelle 1 zeigt die Verteilung der Anzahl Spuren N_0 , der Aufspaltungen s und der verfolgten Längen Σl_i auf die beiden Gruppen H und M . Ebenfalls eingetragen sind die experimentellen Werte der mittleren freien Weglängen λ_s für Stöße in Emulsion.

Tabelle 1.

Gruppe	N_0	s	Σl_i	λ_s	\bar{A}
M	156	41	449 cm	$11,0 \pm 1,7$ cm	16,0
H	52	19	158 cm	$8,4 \pm 1,9$ cm	28,6

Die theoretischen freien Weglängen λ_{th} für Stöße sind bei geometrischem Wirkungsquerschnitt gegeben durch:

$$\lambda_{th} = \frac{1}{\Sigma (A^{1/3} + A_j^{1/3})^2 \cdot n_j \cdot r_0^2}$$

n_j = Kerne der Sorte j pro cm^3 Emulsion

A = mittlere Atomgewichte der beiden Gruppen, aus dem Ladungsspektrum bestimmt.

Die theoretischen freien Weglängen hängen von der Wahl des Nukleonradius r_0 ab. Übereinstimmung zwischen dem experimentellen (λ_s) und dem theoretischen Wert (λ_{th}) erhalten wir für $r_0 = (1,15 \pm 0,09) \cdot 10^{13}$ cm.

Die Spaltwahrscheinlichkeit P_{ik} ist der Quotient gebildet aus der Anzahl n der Restkerne der Sorte i , welche bei s Aufspaltungen von Kernen der Sorte k entstehen, und der Anzahl s .

Unter 60 Aufspaltungen von schweren Primärkernen befinden sich 41, bei welchen Bruchstücke mit Ladungen $Z \geq 2$ weiterfliegen. In Tabelle 2 stehen in der zweiten und fünften Spalte die Quotienten n/s , und in der dritten und sechsten Spalte die Werte dieser Verhältnisse.

Tabelle 2.

P_{HH}	$\frac{0}{16}$	0			
P_{MH}	$\frac{7}{16}$	$0,44 \pm 0,17$	P_{MM}	$\frac{3}{25}$	$0,12 \pm 0,07$
P_{LH}	$\frac{8}{16}$	$0,50 \pm 0,18$	P_{LM}	$\frac{13}{25}$	$0,52 \pm 0,15$
$P_{\alpha H}$	$\frac{25}{16}$	$1,56 \pm 0,31$	$P_{\alpha M}$	$\frac{21}{25}$	$0,84 \pm 0,18$

Bei Aufspaltungen schwerer Kerne in mehrere α -Teilchen weicht die Energie pro Nukleon der α -Teilchen im Laborsystem nicht stark von derjenigen des Primärkerns ab; man erhält so nahezu mono-energetische α -Teilchen. Die Energie dieser α -Teilchen kann sowohl aus der relativen Streuung (E_{sc}), als auch aus dem mittleren Öffnungswinkel der α -Teilchen (E_0) bestimmt werden. Der maximale Öffnungswinkel der α -Teilchen ergibt eine obere Schranke (E_{max}) für die Energie der Aufspaltung²⁾.

Im gesamten wurden 47 solche Aufspaltungen untersucht. Dabei entstehen 131 α -Teilchen, welche auf einer Länge von 368 cm 20 Wechselwirkungen machen. Dies ergibt eine mittlere freie Weglänge für Stöße hochenergetischer α -Teilchen in Emulsion von 72 ± 16 g/cm². Unter Anwendung von Gleichung (1) erhält man daraus für $r_0 = (1,08 \pm 0,12) \cdot 10^{-13}$ cm.

Untersuchungen an sekundären Wechselwirkungen von α -Teilchen aus Aufspaltungen, deren Energie mittels der obenerwähnten Methode bestimmt wird, erlauben die Abhängigkeit der Anzahl erzeugter Mesonen von der Energie des stossenden Teilchens zu messen. Die Wechselwirkungen mit den grössten Multiplizitäten dünner Spuren können zur Überprüfung der oft für Energiebestimmungen benutzten Halbwinkelmethode herangezogen werden.

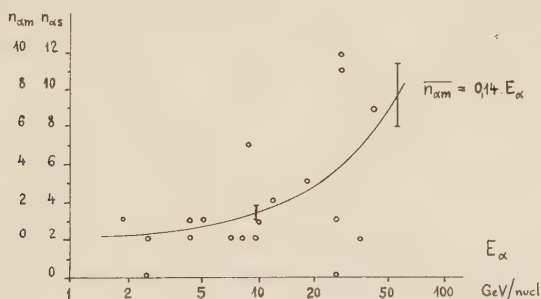


Fig. 1.

Von den 19 in Emulsion gefundenen Wechselwirkungen relativistischer α -Teilchen ist in Fig. 1 die Anzahl der dünnen Spuren $n_{\alpha s}$ als Funktion der Energie E_α des α -Teilchens aufgetragen.

Die Sterne werden in 3 Gruppen entsprechend den Energien 2 bis 6, 6 bis 18 und 18 bis 54 GeV/nucleon zusammengefasst und in jeder Gruppe die mittlere Anzahl $\overline{n}_{\alpha s}$ der dünnen Spuren pro Stern bestimmt. Die durchschnittliche Anzahl von Mesonen $\overline{n}_{\alpha m}$, welche pro α -Stern in diesen Energieintervallen erzeugt werden, erhält man unter Berücksichtigung des Umstandes, dass im Durchschnitt bei

jedem Stern 2 Spuren vom aufspaltenden α -Teilchen herrühren, wenn man diese Zahl bei jedem Stern abzieht und den neuen Mittelwert bildet. In der folgenden Tabelle sind die Werte von $\overline{n_{\alpha s}}$ und $\overline{n_{\alpha m}}$ zusammengestellt.

Tabelle 3.

Energieintervall GeV/nucI	Mittlere Energie E_α GeV/nucI	$\overline{n_{\alpha s}}$	$\overline{n_{\alpha m}}$
2—6	3,5	$2,2 \pm 0,9$	$0,5 \pm 0,2$
6—18	9,5	$3,3 \pm 1,3$	$1,3 \pm 0,5$
18—54	29,5	$6,0 \pm 2,5$	$4,0 \pm 1,5$

In Emulsionen, welche am Bevatron mit Protonen im Energieintervall 3 bis 6 GeV beschossen wurden, bestimmte JOHNSON³⁾ die mittlere Anzahl von dünnen Spuren $\overline{n_{ps}}$ bei Wechselwirkungen von Protonen an Kernen der Emulsion als Funktion der Energie E_p des Primärteilchens. Unter der Annahme, dass im Mittel bei Protonensternen 0,5 dünne Spuren pro Stern vom weiterfliegenden Primärteilchen herrühren, erhält man die mittlere Anzahl $\overline{n_{pm}}$ von Mesonen bei Protonensternen, indem man von $\overline{n_{ps}}$ 0,5 subtrahiert.

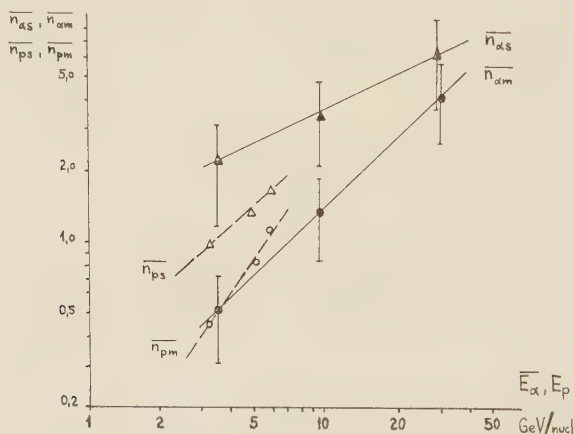


Fig. 2.

In Fig. 2 sind die Werte $\overline{n_{ps}}$ und $\overline{n_{pm}}$ für Protonen mit den Werten $\overline{n_{\alpha s}}$ und $\overline{n_{\alpha m}}$ bei gleicher Energie pro Nukleon verglichen.

Das Verhältnis der pro Stern erzeugten dünnen Spuren bei α -Teilchen und Protonen liegt bei 2. Nach Anbringen der Korrektur wegen des weiterfliegenden Primärteilchens beträgt das Verhältnis der pro Stern erzeugten Mesonen $\overline{n_{\alpha m}} / \overline{n_{pm}}$ ungefähr 1.

Unter ganz anderen Voraussetzungen erhalten ENGLER et al.⁴⁾ für das Verhältnis $\overline{n_{\alpha m}}/\overline{n_{pm}}$ den Wert 1,13.

Die Anzahl der pro Stern erzeugten Mesonen von α -Teilchen und Protonen mit gleicher Energie pro Nukleon des Primärteilchens scheint sich nicht stark zu unterscheiden. Selbst wenn die Voraussetzungen für die Korrektur (Ladungsaustausch beim Stoss und kleine Inelastizität des Stosses) nicht vollständig zutreffen sollten, wächst das Verhältnis $\overline{n_{\alpha m}}/\overline{n_{pm}}$ nicht über den Faktor 2.

3 Wechselwirkungen von α -Teilchen mit grosser Multiplizität wurden zur Überprüfung der Halbwinkelmethode herangezogen. In Tabelle 4 sind die an den entsprechenden Aufspaltungen gemessenen Energien zusammengestellt. Sie werden verglichen mit den Energien ($E'_{\Theta \frac{1}{2}}$), welche aus dem Halbwinkel der Schauer der α -Sterne unter der Annahme eines Nukleon-Nukleon-Stosses folgen, sowie mit den extremalen Energien (E'_{\min}), resp. (E'_{\max}), falls im Schauer die zwei innersten, resp. die zwei äussersten Spuren Protonen des aufspaltenden α -Teilchens sind.

Tabelle 4.

Primär- kern	Spalt- prod.	Energie aus Primär- aufspaltung GeV/nucleon			Sekundär- stern	Energie aus Sekundär- stern GeV/nucleon		
		E_{sc}	E_0	E_{\max}		$E'_{\Theta \frac{1}{2}}$	E'_{\min}	E'_{\max}
$_{11}\text{Na}$	5α	30^{+20}_{-12}	29^{+10}_{-15}	39	I	11(5)+12	14	(8)
					II	5(1)+11	225	160 (470)
?	3α	> 16	42^{+34}_{-21}	76	III	6(3)+9	150	70 (175)

Aus den Messungen geht hervor, dass bei Sternen, welche von monoenergetischen α -Teilchen erzeugt werden, der Halbwinkel in sehr weiten Grenzen schwankt, und dass er gegenüber der Halbwinkel-Energie-Beziehung beim Nukleon-Nukleon-Stoss sowohl vergrössert als auch verkleinert sein kann.

Herr Prof. Dr. F. G. HOUTERMANS gab mir die Anregung, diese Arbeit auszuführen. Ihm und Herrn Prof. Dr. Ch. PEYROU möchte ich für ihre Unterstützung und ihr förderndes Interesse meinen besten Dank aussprechen. Ferner bin ich besonders Herrn Dr. M. TEUCHER sowie Herrn dipl. phys. E. LOHRMANN für ihre ständige Kritik und anregenden Diskussionen zu Dank verpflichtet. Frau B. MESMER half bei einem Teil der Auswertungen mit; sie, sowie Frau Ch. ALBRECHT, Frau A. MÜHLEBACH, Frau T. NIZON, Frau T. RIESEN, Frau S. SCHILT und Fräulein J. WALSER musterten die

Platten nach Aufspaltungen schwerer Kerne durch, wofür ich allen danke.

Die verwendeten Photoplatten stammen aus den internationalen Expeditionen von Sardinien und Texas. Die Teilnahme an diesen Expeditionen wurde uns durch die Unterstützung des Schweizerischen Nationalfonds ermöglicht.

Literatur.

- 1) D. A. TIDMAN, E. P. GEORGE und A. J. HERZ, Proc. phys. Soc. **A 66**, 1019 (1953).
- 2) M. F. KAPLON, B. PETERS, H. L. REYNOLDS und D. M. RITSON, Phys. Rev. **85**, 295 (1952).
- 3) W. R. JOHNSON, Phys. Rev. **99**, 1049 (1955).
- 4) A. ENGLER, U. HABER-SCHAIM und W. WINKLER, Nuovo Cimento **12**, 930 (1954).

Die Abteilung für Sanität des EMD sucht zwei Physiker, Chemiker oder Elektro- Ingenieure

als fachtechnische Mitarbeiter bei der Sektion Schutz und Abwehr gegen ABC-Waffen.

Anforderungen:

Schweizerbürger. Abgeschlossenes Hochschulstudium und wenn möglich Praxis. Zwei Landessprachen und Kenntnis der englischen Sprache. Offiziersgrad erwünscht, aber nicht Bedingung.

Besoldung und Stellenantritt nach Übereinkunft.

Anmeldungen sind zu richten an Prof. Gessner, Chef der Sektion Schutz und Abwehr gegen ABC-Waffen der Abteilung für Sanität, Bern 3, wo auch nähere Auskunft verlangt werden kann.

Covariant Hyperquantization*)

by **J. M. Jauch.**

Dept. of Physics, State University of Iowa, Iowa City, Iowa, USA.

(29. III. 56.)

Abstract. The differential equations for the vacuum expectation values of chronological products of field operators are transcribed into an operator formalism which is covariant under the Lorentz group. This is accomplished by introducing a new set of field operators with the same transformation properties as the ordinary fields to which they correspond. They operate in a certain linear vectorspace Ω and they satisfy very simple commutation rules. The vectors in Ω have no relations to the statevectors of the system. They represent instead the solutions of the HEISENBERG field equations provided they are suitably restricted by certain subsidiary conditions, subsequently called the *field-conditions*. The vectors which satisfy these conditions are constructed in closed form.

It is shown that the scalar product in Ω cannot be the positive definite product characteristic for the HILBERT space. In fact the scalar product in Ω must be symmetrical in the two factors for a covariant formalism.

Introduction.

The present paper has a two-fold purpose. On the one hand we shall base the formalism of hyperquantization ¹⁾²⁾³⁾⁴⁾ on the well-known mathematical notions of multilinear algebra. On the other hand we develop this theory in a relativistically covariant form.

The two points are not unrelated. Indeed as we shall see the emphasis of the purely algebraic aspects of the formal manipulations involved here show clearly that the scalar products of the hyperquantization space subsequently called Ω play an entirely different role from the scalar products of the state vectors in Hilbert space. Whereas the latter are directly related to observable quantities (viz., expectation values and matrix elements), the former are not. In fact it is possible to develop the formalism without specifying the scalar product. The choice of the scalar product is essentially determined by the requirement of the relativistic covariance of the formalism. The decisive point is the transformation properties of

*) This work was supported by the National Science Foundation.

a spinor field. Because the spinor components transform with the complex coefficients of a non-unitary matrix, the only covariant scalar product of the hyperquantization space Ω is a symmetrical scalar product. This space is therefore not a Hilbert space in contrast to the space of the state vectors.

In the previous work ¹⁾²⁾³⁾⁴⁾ the assumption has always been made that the scalar product in Ω is the unitary product characteristic of a Hilbert space. The formalism which arises from this assumption has very awkward transformation properties under the Lorentz group. For instance the scalar product (Equation (26)) of reference ⁴⁾ is not invariant under Lorentz transformations and the vectors introduced by COESTER (reference ¹⁾) are sums of vectors, each of which satisfies a different transformation law. Since all these theories are merely formal transcriptions of manifestly covariant field theories it should be possible to develop hyperquantization with covariant equations. This is accomplished in the present paper.

The theory is closely related to the method of generating functionals introduced by SCHWINGER ⁵⁾ and subsequently used by many authors ⁶⁾⁷⁾⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾. In fact there is a one-to-one correspondence between such functionals and the vectors in Ω . We prefer the formalism of hyperquantization primarily because it is possible to avoid the use of classical external currents which are assumed as anticommuting c -numbers. In the hyperquantization theory it is not necessary to introduce such questionable mathematical objects. It is therefore preferable to the method of functionals.

In the present paper we shall develop the theory for a scalar and a spinor field with self-interactions, these are meant to serve as examples. In a subsequent paper we shall extend it to quantum electrodynamics. The paper is divided into three parts. In part I we give a brief review of some of the basic mathematical tools involved. In part II we treat the example of the scalar field and in part III we discuss the spinor field.

It must be stressed that nothing that is presented in this paper contains any new physical ideas. This is equally true for all the other works quoted above. In spite of this we believe that such reformulations of existing theories can be quite useful. Such a formulation may serve as a framework for new theories. Thus for instance we may take the point of view that the equations for the vectors in the space Ω are the basic equations of the theory and forget the origin from which they arise. This means that we have replaced the field operators of the ordinary theory which satisfy the standard commutation rules and a set of field equations by new field operators

which satisfy much simpler commutation rules and no field equations. The physical content of the theory is then entirely derivable from the vectors in the space \mathcal{Q} which are subjected to certain subsidiary conditions. (See Equations (66), (112) and (113) below.) We shall call these the *field conditions*. These vectors in \mathcal{Q} are then the new mathematical objects which replace the solutions of the Heisenberg equations. It will become apparent that to each solution of these equations belongs a certain vector in \mathcal{Q} .

One of the most important advantages of the hyperquantization formalism is the fact that with it we are able to derive general relations independent of the perturbation theory. In fact the existence of explicit solutions in closed form, although only of a formal character, enables us to read off such general relations with great ease. There are many such relations known today; the symmetry properties of the S -matrix, Ward's identity, and the low-energy limits of S -matrix elements are examples. The possibility of extending these results is the main interest of this approach.

Part I-Multilinear Products of Vectorspaces¹¹).

(1) *Linear vectorspaces and their Kronecker products.*

We shall operate in an n -dimensional linear vectorspace $R = R_n$ over the field of complex numbers. A linearly independent set of n vectors $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n$ forms a base in R . Any other vector $\mathbf{a} \in R$ may be represented as a linear combination

$$\mathbf{a} = a^1 \mathbf{e}_1 + a^2 \mathbf{e}_2 + \dots + a^n \mathbf{e}_n.$$

The uniquely defined set of n complex numbers $\{a^1, a^2, \dots, a^n\}$ are the contravariant components of the vector \mathbf{a} in the base $\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_n$.

The Kronecker product [denoted by $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$] is a mapping of ordered pairs of vectors $\mathbf{a} \in R$ and $\mathbf{b} \in R$ into a linear vectorspace $R \times R$ of dimension n^2 , which satisfies the following conditions:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a} \times (\mathbf{b} + \mathbf{c}) &= \mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{a} \times \mathbf{c} \\ (\mathbf{a} + \mathbf{b}) \times \mathbf{c} &= \mathbf{a} \times \mathbf{c} + \mathbf{b} \times \mathbf{c} \\ (\lambda \mathbf{a}) \times (\mathbf{b}) &= \lambda (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \\ (\mathbf{a}) \times (\mu \mathbf{b}) &= \mu (\mathbf{a} \times \mathbf{b}) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

(λ and μ any complex numbers).

The null-vector in $R \times R$ is represented by 0×0 . The Kronecker products $\mathbf{e}_i \times \mathbf{e}_k$ ($i, k = 1, 2, \dots, n$) of a base $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_n$ in R

define a base in $R \times R$. Referred to this base the Kronecker product $\mathbf{a} \times \mathbf{b}$ of two vectors

$$\mathbf{a} = \{a^1, a^2, \dots, a^n\}$$

$$\text{and } \mathbf{b} = \{b^1, b^2, \dots, b^n\}$$

$$\text{is } \mathbf{a} \times \mathbf{b} = \{a^1 b^1, a^1 b^2, \dots, a^1 b^n, a^2 b^1, \dots, a^2 b^n, \dots, a^n b^1, \dots, a^n b^n\}. \quad (3)$$

The Kronecker product can be generalized to an ordered set of f vector $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_f$ in R . The vectors $\mathbf{a}_1 \times \mathbf{a}_2 \times \dots \times \mathbf{a}_f$ form a linear vectorspace of dimension n^f which we shall denote by $R \times R \times \dots \times R$ or $\times_f R$.

(2) The symmetrical product.

The symmetrical product or S -product of two vector $\mathbf{a} \in R$ and $\mathbf{b} \in R$ is defined by

$$\mathbf{a} \square \mathbf{b} \equiv \frac{1}{2} (\mathbf{a} \times \mathbf{b} + \mathbf{b} \times \mathbf{a}). \quad (4)$$

The terminology refers to the symmetry property

$$\mathbf{a} \square \mathbf{b} = \mathbf{b} \square \mathbf{a}. \quad (5)$$

The set of vectors of the form $\mathbf{a} \square \mathbf{b}$ are a linear subspace in the space $R \times R$ of dimension $\frac{1}{2} n (n + 1)$. We denote this space by $R \square R \equiv \square R$.

More general we can define the S -product of a set of f vector $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_f$ in R by setting

$$\mathbf{a}_1 \square \mathbf{a}_2 \square \dots \square \mathbf{a}_f \equiv \frac{1}{f!} \sum_P \mathbf{a}_{i_1} \times \mathbf{a}_{i_2} \times \dots \times \mathbf{a}_{i_f}. \quad (6)$$

The sum is extended over all $f!$ permutations

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & f \\ i_1 & i_2 & \dots & i_f \end{pmatrix}$$

of the f indices.

The S -products (6) of f vectors in R_n are a linear subspace of $\times_f R$ of dimension $\binom{n+f-1}{f}$. We denote this space by $\square_f R$. The $\binom{n+f-1}{f}$ different products

$$\omega_{r_1 r_2 \dots r_f} \equiv \mathbf{e}_{r_1} \square \mathbf{e}_{r_2} \square \dots \square \mathbf{e}_{r_f}, \quad (r_1 \leq r_2 \leq \dots \leq r_f) \quad (7)$$

are a base vector system in $\square_f R$. A general vector $\omega_f \in \square_f R$ may be written as a linear combination of the base vectors (7)

$$\omega_f = \frac{1}{f!} \sum_{r_1 \dots r_f} \lambda^{r_1 \dots r_f} \omega_{r_1 \dots r_f}. \quad (8)$$

The $\lambda_{r_1 r_2 \dots r_f}$ are called the contravariant components of the vector ω_f in the base (7). They are symmetrical functions of the f indices $r_1 r_2 \dots r_f$. Under coordinate transformation they transform like symmetrical contravariant tensors of rank f . The summation in (8) is not restricted by the inequalities of (7). Therefore each component occurs exactly $f!$ times.

(3) The antisymmetrical product.

The antisymmetrical product or A -product (also called alternate or Grassman product) of two vectors $\mathbf{a} \in R$ and $\mathbf{b} \in R$ is defined by

$$\mathbf{a} \circ \mathbf{b} \equiv \frac{1}{2} (\mathbf{a} \times \mathbf{b} - \mathbf{b} \times \mathbf{a}). \quad (9)$$

It has the properties

$$\begin{aligned} \mathbf{a} \circ \mathbf{b} &= -\mathbf{b} \circ \mathbf{a} \\ \text{and } \mathbf{a} \circ \mathbf{a} &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

The set of all products of the form (9) is a linear subspace of $R \times R$ of dimension $\frac{1}{2} n(n-1)$.

The A -product of a set of f vectors $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \dots, \mathbf{a}_f$ in R is defined by

$$\mathbf{a}_1 \circ \mathbf{a}_2 \circ \dots \circ \mathbf{a}_f \equiv \sum_P \epsilon(P) \mathbf{a}_{i_1} \times \mathbf{a}_{i_2} \times \dots \times \mathbf{a}_{i_f}. \quad (11)$$

The summation is extended over all permutations and $\epsilon(P)$ is the signature of the permutation P , i.e.

$$\epsilon(P) = \begin{cases} +1 & \text{for } P \text{ even} \\ -1 & \text{for } P \text{ odd.} \end{cases} \quad (12)$$

The A -products of f vectors form a linear subspace of $\times_f R$ of dimension $\binom{n}{f}$. We shall denote this space by

$$R \circ R \circ \dots \circ R \equiv \bigcirc_f R.$$

The A -product of f vectors is zero if and only if the vectors are linearly dependent. The equation $\mathbf{a} \circ \mathbf{a} = 0$ is a special case of this. The vectors

$$\omega_{r_1 r_2 \dots r_f} \equiv \mathbf{e}_{r_1} \circ \mathbf{e}_{r_2} \circ \dots \circ \mathbf{e}_{r_f}, \quad r_1 < r_2 < \dots < r_f. \quad (13)$$

are linearly independent and form a complete set; they are therefore a base in $\bigcirc_f R$.

Every vector $\omega_f \in \bigcirc_f R$ can be represented as a linear combination

$$\omega_f = \frac{1}{f!} \sum \mu^{r_1 r_2 \dots r_f} \omega_{r_1 r_2 \dots r_f} \quad (14)$$

with the uniquely determined antisymmetrical components $\mu^{r_1 r_2 \dots r_f}$

which have the transformation properties of a contravariant anti-symmetrical tensor of rank f .

When $f = n$ there exists exactly one A -product. It is the determinant of the n vectors in R .

(4) Creation and annihilation operators.

The definitions for $\square_f R$ and $\circ_f R$ given above applies for all positive integers $f > 0$. We shall need an extension of this definition to the case $f = 0$. In that case we define both spaces as a one-dimensional vectorspace represented by one single vector ω_0 identical with the set of complex numbers. This vector will play an important role in the following. We denote it by the „vacuum”-vector. It has nothing to do with the physical vacuum state but shares many of the properties of the state vector for the vacuum.

We can now consider the set of vectors $\omega_f \in \square_f R$ with $f = 0, 1, 2, \dots$. Such sets form a new vectorspace which will be denoted by Ω_s . It is the union of all the spaces $\square_f R$ for all values of f . We write a general vector of Ω_s in the form

$$\omega = \{ \omega_f \} \quad (f = 0, 1, \dots). \quad (15)$$

The space Ω_s is a linear vectorspace if we define the addition and multiplication with complex numbers λ according to the rules

$$\left. \begin{array}{l} \text{when} \quad \omega + \omega' = \{ \omega_f + \omega'_f \} \\ \quad \omega = \{ \omega_f \} \text{ and } \omega' = \{ \omega'_f \} \\ \text{and} \quad \lambda \omega = \{ \lambda \omega_f \}. \end{array} \right\} \quad (16)$$

In a similar way we define a linear vectorspace Ω_a which is the space of sets of vectors $\omega_f \in \circ_f R$

$$\omega = \{ \omega_f \} \quad (f = 0, 1, \dots, n)$$

with the algebraic operations defined also according to (16). Since f in this case is restricted to values of $f \leq n$ the space Ω_a is of finite dimension equal to

$$\sum_{f=0}^n \binom{n}{f} = 2^n.$$

It follows that the vectors in this space are closed with respect to the alternating product, i. e. they form an algebra, the so called Grassman algebra. The space Ω_s on the other hand is of infinite dimensions.

In the following we shall write $\omega_{r_1 \dots r_f}$ for a vector in Ω which has the only non-vanishing component $\omega_f \equiv \omega_{r_1 \dots r_f}$.

$$\omega_{r_1 \dots r_f} = \{0, 0, \dots, \omega_f, 0, \dots\}. \quad (17)$$

Such a vector is called homogeneous of rank f . The homogeneous base vectors of rank $f = 0, 1, \dots$ form a base vector system¹²⁾ in Ω . A general vector $\omega \in \Omega$ may be represented as a linear combination

$$\omega = \sum_{f=0}^{\infty} \frac{1}{f!} \sum_{r_1 \dots r_f} \lambda^{r_1 \dots r_f} \omega_{r_1 \dots r_f} \quad (18)$$

with arbitrary complex numbers $\lambda^{r_1 \dots r_f}$ ($f = 0, 1, \dots$).

We shall now define the creation and annihilation operations for the two cases separately.

(a) *The symmetrical case.*

The creation operators ζ_r^\dagger are a set of n linear operators in Ω_s , defined by the relations

$$\zeta_r^\dagger: \omega_{r_1 \dots r_f} \rightarrow \zeta_r^\dagger \omega_{r_1 \dots r_f} = \omega_{r r_1 \dots r_f} \equiv \mathbf{e}_r \square \omega_{r_1 \dots r_f}. \quad (19)$$

The annihilation operators ζ_r are defined by

$$\zeta_r: \omega_{r_1 \dots r_f} \rightarrow \zeta_r \omega_{r_1 \dots r_f} = \sum_{\mu=1}^f \delta_{r r_\mu} \omega_{r_1 \dots r_{\mu-1} r_{\mu+1} \dots r_f}. \quad (20)$$

For ω_0 we define $\zeta_r \omega_0 = 0$. For any other vector the operators are defined by the linearity condition. Thus for instance a vector

$$\omega = \sum_{f=0}^{\infty} \frac{1}{f!} \sum_{r_1 \dots r_f} \lambda^{r_1 \dots r_f} \omega_{r_1 \dots r_f} \quad (21)$$

in Ω_s is transformed into

$$\zeta_r \omega \equiv \sum_f \frac{1}{f!} \sum_{r_1 \dots r_f} \lambda^{r_1 \dots r_f} \zeta_r \omega_{r_1 \dots r_f} \quad (22)$$

These linear operators satisfy the commutator relations

$$\left. \begin{aligned} [\zeta_r, \zeta_s] &= [\zeta_r^\dagger, \zeta_s^\dagger] = 0 \\ [\zeta_r, \zeta_s^\dagger] &= \delta_{rs} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

only the last of these is not immediately obvious. It can be verified as follows

$$\begin{aligned} \zeta_r \zeta_s^\dagger \omega_{r_1 \dots r_f} &= \zeta_r \omega_{s r_1 \dots r_f} = \delta_{rs} \omega_{r_1 \dots r_f} + \sum_{\mu=1}^f \delta_{r r_\mu} \omega_{s r_1 \dots r_{\mu-1} r_{\mu+1} \dots r_f} \\ \zeta_s^\dagger \zeta_r \omega_{r_1 \dots r_f} &= \zeta_s^\dagger \sum_{\mu=1}^f \delta_{r r_\mu} \omega_{r_1 \dots r_{\mu-1} r_{\mu+1} \dots r_f} = \sum_{\mu=1}^f \delta_{r r_\mu} \omega_{s r_1 \dots r_{\mu-1} r_{\mu+1} \dots r_f} \end{aligned}$$

Hence

$$[\zeta_r, \zeta_s^\dagger] \omega_{r_1 \dots r_f} = \delta_{rs} \omega_{r_1 \dots r_f}.$$

The operators are linear, hence for any vector $\omega \in \Omega_s$ Equation (21) and (24) give

$$[\zeta_r, \zeta_s^\dagger] \omega = \delta_{rs} \omega \quad \text{or} \quad [\zeta_r, \zeta_s^\dagger] = \delta_{rs}.$$

Because of their property (19) the creation operators can be used for the representation of the general vector in Ω_s . Repeated use of (19) gives

$$\omega_{r_1 \dots r_f} = \zeta_{r_1}^\dagger \dots \zeta_{r_f}^\dagger \omega_0. \quad (24)$$

Thus the general base vector can be obtained from the "vacuum" vector by repeated application of creation operators.

We observe here that the operators ζ and ζ^\dagger are completely independent. In particular they are not the Hermitian conjugate of one another, since we have as yet no scalar product in the space Ω and therefore no definition of Hermitian conjugation. We shall defer the definition of the scalar product to the next section after defining corresponding operators for the antisymmetrical case.

(b) *The antisymmetrical case.*

The creation operators η_r^\dagger are a set of n linear operators in Ω_a defined by

$$\eta_r^\dagger: \omega_{r_1 \dots r_f} \rightarrow \eta_r^\dagger \omega_{r_1 \dots r_f} = \mathbf{e}_r \circ \omega_{r_1 \dots r_f}. \quad (25)$$

The annihilation operators η_r have the defining property

$$\eta_r: \omega_{r_1 \dots r_f} \rightarrow \eta_r \omega_{r_1 \dots r_f} = \sum_{\mu=1}^f (-1)^{\mu-1} \delta_{rr_\mu} \omega_{r_1 \dots r_{\mu-1} r_{\mu+1} \dots r_f}. \quad (26)$$

When operating on arbitrary vectors they are determined by the linearity condition. These operators satisfy the commutator relations

$$\left. \begin{aligned} \{\eta_r, \eta_s\} &= 0, \\ \{\eta_r^\dagger, \eta_s^\dagger\} &= 0, \\ \{\eta_r, \eta_s^\dagger\} &= \delta_{rs}. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

These may be verified in complete analogy to the symmetrical case giving due attention to the different sign factors. The η_r operating on the "vacuum" vector are defined again by

$$\eta_r \omega_0 = 0. \quad (28)$$

Any of the base vectors can be represented by repeated creation operators operating on the "vacuum" vector. For instance

$$\omega_{r_1 \dots r_f} = \eta_{r_1}^\dagger \dots \eta_{r_f}^\dagger \omega_0. \quad (29)$$

(5) *The scalar product in Ω .*

A scalar product in the space $R = R_n$ will induce a product in the spaces $\square_f R$ and $\circ_f R$. For instance the scalar product of two vectors $\mathbf{a}_1 \times \mathbf{b}_1$ and $\mathbf{a}_2 \times \mathbf{b}_2$ is defined by

$$(\mathbf{a}_1 \times \mathbf{b}_1) \cdot (\mathbf{a}_2 \times \mathbf{b}_2) \equiv (\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2) (\mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{b}_2) \quad (30)$$

where $\mathbf{a}_1 \cdot \mathbf{a}_2$ and $\mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{b}_2$ are the scalar products in R . The generalization to linear combinations of Kronecker products as they occur in $\square_f R$ and $\circ_f R$ is then accomplished by the use of the distributive property of the scalar product.

Since our vector space is constructed over the field of complex numbers the scalar product in R is defined as a function of ordered pairs of vectors with values in the complex number field. It shall further have the property of linearity with respect to the second factor

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} + \mathbf{c}) &= \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} + \mathbf{a} \cdot \mathbf{c} \\ \mathbf{a} \cdot \lambda \mathbf{b} &= \lambda (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) \end{aligned} \right\} \quad (31)$$

(λ any complex number).

We also require a symmetry property. The following two possibilities present themselves

$$(a) \text{ orthogonal metric} \quad \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = \mathbf{b} \cdot \mathbf{a} \quad (32a)$$

$$(b) \text{ unitary metric} \quad \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} = (\mathbf{b} \cdot \mathbf{a})^* \quad (32b)$$

The second of these is the scalar product which is commonly employed for the definition of a metric in a complex vector space. It leads to a positive definite expression for $\mathbf{a} \cdot \mathbf{a}$. In case (a) this quantity is generally complex.

The value for the scalar product can be fixed by assigning arbitrary values for the scalar products of the base vectors. For instance

$$\mathbf{e}_r \cdot \mathbf{e}_s = \delta_{rs}, \quad (r, s = 1, \dots, n). \quad (33)$$

We shall now discuss the scalar product which is induced in the two vectorspaces Ω_s and Ω_a by the product in R .

(a) *Symmetrical case.*

The scalar product between any two base vectors in Ω_s is obtained from (33), the definition of the $\omega_{r_1 \dots r_f}$, and the generalization of (30) for arbitrary number of factors

$$(\omega_{r_1 \dots r_f}, \omega_{r'_1 \dots r'_f}) = \begin{cases} \sum_P \delta_{r_1 r'_1} \dots \delta_{r_f r'_f} & \text{for } f = f' \\ 0 & \text{for } f \neq f' \end{cases} \quad (34)$$

The sum on the right hand side is extended over all permutations of the f indices $r_1 r_2 \dots r_f$. An immediate consequence of (34) is the relation

$$(\omega_{r_1 \dots r_f}, \omega_{r'_1 \dots r'_f}) = \sum_{\mu=1}^f \delta_{r_1 r'_\mu} (\omega_{r_2 \dots r_f}, \omega_{r'_1 \dots r'_{\mu-1} r'_{\mu+1} \dots r'_f}) \quad (35)$$

which will be used later.

We can now prove that the operators ζ and ζ^\dagger are the adjoint of each other in the sense that for any arbitrary two vectors ω_1 and ω_2 in Ω_s

$$(\omega_1, \zeta \omega_2) = (\zeta^\dagger \omega_1, \omega_2). \quad (36)$$

Because the operators ζ and ζ^\dagger are linear it is sufficient to verify this property for two base vectors in Ω_s and for such pairs only for which (36) is not zero.

$$\begin{aligned} (\omega_{r_1 \dots r_f}, \zeta_r \omega_{r'_1 \dots r'_{f+1}}) &= \left(\omega_{r_1 \dots r_f}, \sum_{\mu=1}^{f+1} \delta_{rr'_\mu} \omega_{r'_1 \dots r'_{\mu-1} r'_{\mu+1} \dots r'_{f+1}} \right) \\ &= \sum_{\mu=1}^{f+1} \delta_{rr'_\mu} (\omega_{r_1 \dots r_f}, \omega_{r'_1 \dots r'_{\mu-1} r'_{\mu+1} \dots r'_{f+1}}) \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} (\zeta_r^\dagger \omega_{r_1 \dots r_f}, \omega_{r'_1 \dots r'_{f+1}}) &= (\omega_{r r_1 \dots r_f}, \omega_{r'_1 \dots r'_{f+1}}) \\ &= \sum_{\mu=1}^{f+1} \delta_{rr'_\mu} (\omega_{r_1 \dots r_f}, \omega_{r'_1 \dots r'_{\mu-1} r'_{\mu+1} \dots r'_{f+1}}). \end{aligned}$$

In the last step we have used relation (35). The two expressions are thus equal and (36) is established.

We note that (36) is valid for either of the two cases (a) or (b). This is so because the representation of the operators ζ and ζ^\dagger is real in the base vector system which we have chosen. The two kinds of adjoint operations are the transposition and Hermitian conjugation which are identical for a real matrix.

(b) *Antisymmetrical case.*

In this case the scalar product between any two base vectors has the value

$$(\omega_{r_1 \dots r_f}, \omega_{r'_1 \dots r'_{f'}}) = \begin{cases} \sum_P \epsilon(P) \delta_{r_1 r'_1} \dots \delta_{r_f r'_f} & \text{for } f' = f \\ 0 & \text{for } f' \neq f. \end{cases} \quad (37)$$

The summation is extended over all permutations P of the indices and $\epsilon(P)$ is the signature of the permutation. From (37) follows the relation

$$(\omega_{r_1 \dots r_f}, \omega_{r'_1 \dots r'_f}) = \sum_{\mu=1}^f (-1)^{\mu-1} \delta_{r_1 r'_\mu} (\omega_{r_2 \dots r_f}, \omega_{r'_1 \dots r'_{\mu-1} r'_{\mu+1} \dots r'_f}) \quad (38)$$

which can be used with advantage for proving the property

$$(\omega_1, \eta_r \omega_2) = (\eta_r^\dagger \omega_1, \omega_2) \quad (39)$$

in complete analogy for the derivation of (36).

(6) *Extension to continuous indices.*

For the applications we need a generalization of this formalism to the case of continuous variables. We shall include the possibility of mixed discrete and continuous variables. The summation will be indicated by a generalized integral which is written without differential with the summation variables indicated under the integral sign when necessary.

In this case we start with an infinite-dimensional vector space $R = R_\infty$. There exist an infinite set of linearly independent vectors $\mathbf{a}(x)$ which are labelled by one or several parameters and possibly one or several discrete indices. This variable x plays the role of the index r in the preceding sections.

The symmetrical and antisymmetrical products are defined in analogy to (6) and (11)

$$\mathbf{a}(x_1) \sqcup \mathbf{a}(x_2) \sqcup \cdots \sqcup \mathbf{a}(x_f) = \frac{1}{f!} \sum_P \mathbf{a}(x_{i_1}) \times \mathbf{a}(x_{i_2}) \times \cdots \times \mathbf{a}(x_{i_f}) \quad (40)$$

$$\mathbf{a}(x_1) \circ \mathbf{a}(x_2) \circ \cdots \circ \mathbf{a}(x_f) = \frac{1}{f!} \sum_P \epsilon(P) \mathbf{a}(x_{i_1}) \times \cdots \times \mathbf{a}(x_{i_f}). \quad (41)$$

The base vectors in Ω_s and Ω_a are obtained from a base vector system $\mathbf{e}(x_1), \mathbf{e}(x_2), \dots$ in R by

$$\omega(x_1 \dots x_f) = \mathbf{e}(x_1) \sqcup \cdots \sqcup \mathbf{e}(x_f) \quad \text{for the space } \Omega_s \quad (42)$$

$$\omega(x_1 \dots x_f) = \mathbf{e}(x_1) \circ \cdots \circ \mathbf{e}(x_f) \quad \text{for the space } \Omega_a. \quad (43)$$

In either case we can write for a general vector

$$\omega = \sum_{f=0}^{\infty} \frac{1}{f!} \int_{x_1 \dots x_f} \lambda(x_1, \dots, x_f) \omega(x_1, \dots, x_f) \quad (44)$$

where the components $\lambda(x_1 \dots x_f)$, ($f = 0, 1, \dots$) are either symmetrical or antisymmetrical functions of the $x_1 x_2 \dots x_f$. The base vectors $\omega(x_1 \dots x_f)$ are the respective products of the base vectors in R .

$$\left. \begin{aligned} \omega(x_1 x_2 \dots x_f) &= \mathbf{e}(x_1) \sqcup \mathbf{e}(x_2) \sqcup \cdots \sqcup \mathbf{e}(x_f) && \text{for } \Omega_s \\ \omega(x_1 x_2 \dots x_f) &= \mathbf{e}(x_1) \circ \mathbf{e}(x_2) \circ \cdots \circ \mathbf{e}(x_f) && \text{for } \Omega_a. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

In the symmetrical case the operators $\zeta^\dagger(x)$ and $\zeta(x)$ are defined in complete analogy to (19) and (20)

$$\begin{aligned}\zeta^\dagger(x): \omega(x_1 \dots x_f) &\rightarrow \zeta^\dagger(x) \omega(x_1 \dots x_f) = \omega(x x_1 \dots x_f) \\ &\equiv \mathbf{e}(x) \square \omega(x_1 \dots x_f)\end{aligned}\quad (46)$$

$$\begin{aligned}\zeta(x): \omega(x_1 \dots x_f) &\rightarrow \zeta(x) \omega(x_1 \dots x_f) \\ &= \sum_{\mu=1}^f \delta(x_1, x_\mu) \omega(x_1 \dots x_{\mu-1} x_{\mu+1} \dots x_f).\end{aligned}\quad (47)$$

These operators satisfy the commutation rules

$$\left. \begin{aligned}[\zeta(x), \zeta(x')] &= [\zeta^\dagger(x), \zeta^\dagger(x')] = 0 \\ [\zeta(x), \zeta^\dagger(x')] &= \delta(x, x').\end{aligned} \right\} \quad (48)$$

The δ -function which occurs in these formulas must be visualized as a generalized δ -function referring to the continuous parameters and discrete indices which are denoted by the variables x .

If we define a metric in Ω_s in analogy to (34) we have

$$(\omega(x_1 \dots x_f), \omega(x'_1 \dots x'_{f'})) = \begin{cases} \sum_P \delta(x_1, x'_{i_1}) \dots \delta(x_f, x'_{i_f}) & \text{for } f=f' \\ 0 & \text{for } f \neq f' \end{cases} \quad (49)$$

and $\zeta^\dagger(x)$ is the adjoint of $\zeta(x)$:

$$(\omega_1, \zeta(x) \omega_2) = (\zeta^\dagger(x) \omega_1, \omega_2). \quad (50)$$

In the antisymmetrical case the operators $\eta^\dagger(x)$ and $\eta(x)$ are defined by

$$\begin{aligned}\eta^\dagger(x): \omega(x_1 \dots x_f) &\rightarrow \eta^\dagger(x) \omega(x_1 \dots x_f) = \omega(x x_1 \dots x_f) \\ &\equiv \mathbf{e}(x) \circ \omega(x_1 \dots x_f)\end{aligned}\quad (51)$$

$$\begin{aligned}\eta(x): \omega(x_1 \dots x_f) &\rightarrow \eta(x) \omega(x_1 \dots x_f) \\ &= \sum_{\mu=1}^f (-1)^{\mu-1} \omega(x_1 \dots x_{\mu-1} x_{\mu+1} \dots x_f)\end{aligned}\quad (52)$$

and they satisfy

$$\left. \begin{aligned}\{\eta(x), \eta(x')\} &= \{\eta^\dagger(x), \eta^\dagger(x')\} = 0 \\ \{\eta(x), \eta^\dagger(x')\} &= \delta(x, x')\end{aligned} \right\} \quad (53)$$

In the metric with the scalar product

$$(\omega(x_1 \dots x_f), \omega(x'_1 \dots x'_{f'})) = \begin{cases} \sum_P \epsilon(P) \delta(x_1, x'_{i_1}) \dots \delta(x_f, x'_{i_f}) & \text{for } f=f' \\ 0 & \text{for } f \neq f' \end{cases} \quad (54)$$

the operators $\eta(x)$ and $\eta^\dagger(x)$ are again adjoint to each other

$$(\omega_1, \eta(x) \omega_2) = (\eta^\dagger(x) \omega_1, \omega_2). \quad (55)$$

Relations (55) and (50) are valid for either an orthogonal or unitary scalar product.

Part II-Hyperquantization of a Scalar Field.

(1) *The field equations and the commutation rules.*

We consider a neutral scalar field, represented by a scalar field variable $\Phi(x)$ in the Heisenberg picture¹³). It satisfies a field equation of the form

$$\square \Phi(x) = J(x) \quad (56)$$

where $\square \equiv \partial_\mu \partial^\mu - M^2$, M is the (unrenormalized) mass and $J(x)$ is the interaction term which for most of the following considerations need not be specified. In general $J(x)$ is a functional of the field variables. If we need to indicate this functional dependence we shall write $J = J\{\Phi(x)\}$. The simplest example of an interaction is a term of the form

$$J\{\Phi(x)\} = \lambda \Phi^2(x) \quad (57)$$

where λ is a coupling constant.

The Heisenberg variables satisfy commutation rules which are simple only on space-like surfaces. They may be written in the form

$$\left. \begin{aligned} [\Phi(x), \Phi(x')] \delta(x^0 - x'^0) &= 0 \\ [\partial_0 \Phi(x), \Phi(x')] \delta(x^0 - x'^0) &= -i \delta(x - x'). \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

In this form the relations are valid for all values of x and x' .

(2) *The correlation functions.*

The difficulty of constructing explicit solutions of (56) is well-known. In recent work it has been emphasized that it is sufficient for the applications of the theory to know expectation values of certain ordered products of field operators (subsequently called correlation functions). In most cases it will be sufficient to know only the expectation values for a "true" vacuum state which we visualize as the state of lowest energy (assuming that such a state exists). Of particular importance is this expectation value for the chronological or T -product, defined as

$$T\{\Phi(x_1) \dots \Phi(x_f)\} = \Phi(x_{i_1}) \dots \Phi(x_{i_f})$$

such that $x_{i_1}^0 \geq x_{i_2}^0 \geq \dots \geq x_{i_f}^0$.

The particular set of correlation functions thereby obtained are called the τ -functions

$$\tau(x_1 \dots x_f) \equiv \langle T\{\Phi(x_1) \dots \Phi(x_f)\} \rangle. \quad (60)$$

All of the following considerations will be valid for general matrix elements or expectation values. There is no need at this stage of specifying the states for which the expectation value is calculated.

Another type of correlation function is obtained with the concept of the ordered or S -product of field operators. The S -product can only be defined for a free field ($J = 0$). In that case one can prove that the two types of products are related by the ordering theorem of WICK¹⁴). One can with SALAM and MATHEWS¹⁴) use the relation between the S - and T -products as the defining equation for the S -products. These relations involve the „contraction-symbol” between the two kinds of products which in this case is simply $i\Delta(x_1 - x_2)$. We denote these functions by σ and shall refer to them as σ -functions¹⁶).

Thus we have a set of equations, beginning as follows

$$\begin{aligned}\sigma(x_1) &= \tau(x_1) \\ \sigma(x_1 x_2) &= \tau(x_1 x_2) + i \Delta(x_1 - x_2) \\ \sigma(x_1 x_2 x_3) &= \tau(x_1 x_2 x_3) + i \Delta(x_1 - x_2) \tau(x_3) \\ &\quad + i \Delta(x_1 - x_3) \tau(x_2) + i \Delta(x_2 - x_3) \tau(x_1). \quad (61) \\ &\dots\dots\dots\end{aligned}$$

Here $\Delta(x)$ is the inhomogeneous Δ -function denoted by $\Delta_c(x)$ in reference¹³). We shall omit the index, since no other functions will be used in this paper.

One could introduce another type of σ -functions which are related to the τ -functions in a corresponding way except that the Δ -functions are replaced by Δ' -functions⁸). These σ' -functions seem to be of advantage when renormalization questions are considered. We shall not need them here but merely mention that the formalism can be applied equally well to either case.

It can be shown¹⁷) that the S -matrix element for the scattering process involving n free particles is directly expressible in terms of the σ -functions in the form

$$S(x_1 \dots x_n) = \square_1 \dots \square_n \sigma(x_1 \dots x_n). \quad (62)$$

Thus when these functions are known, the S -matrix is essentially known too.

(3) *The differential equations for the τ -functions.*

The τ - and σ -functions satisfy certain differential equations as a result of the Heisenberg field equations and the commutation rules.

They were given by MATHEWS and SALAM¹⁵⁾. For the scalar case under consideration these equations are

$$\begin{aligned} \square \langle T \{ \Phi(x) \Phi(x_1) \dots \Phi(x_f) \} \rangle &= \langle T \{ J(x) \Phi(x_1) \dots \Phi(x_f) \} \rangle \\ &+ i \sum_{\mu=1}^f \delta(x-x_\mu) \langle T \{ \Phi(x_1) \dots \Phi(x_{\mu-1}) \Phi(x_{\mu+1}) \dots \Phi(x_f) \} \rangle \\ &(f=0, 1, \dots) \end{aligned} \quad (63)$$

Each solution of the system (56) furnishes a solution of (63). It seems plausible that the solutions of (63) also determine the solution of (56), but a complete proof of this is not known to us¹⁸⁾. The remarkable feature of the system (63) is that whereas the solutions of (56) are not known, the system (63) can be solved in closed form. This is accomplished with the formalism of hyperquantization¹⁹⁾.

In order to transcribe equation (63) into this formalism we introduce the vector Ω_τ defined by

$$\Omega_\tau = \sum_{f=0}^{\infty} \frac{1}{f!} \int_{x_1 \dots x_f} \tau(x_1 \dots x_f) \omega(x_1 \dots x_f) \quad (64)$$

where the base vectors are given by equation (42) or by the equivalent expression

$$\omega(x_1 \dots x_f) = \zeta^\dagger(x_1) \dots \zeta^\dagger(x_f) \omega_0. \quad (65)$$

The system (63) is then easily recognized as the $(x_1 \dots x_f)$ component of the *field-condition*

$$[\square \zeta(x) - i \zeta^\dagger(x) - J\{\zeta(x)\}] \Omega_\tau = 0. \quad (66)$$

The equivalent equation in Schwinger's method of functionals was given by K. SYMANZIK⁶⁾.

Explicit solutions of (66) are now constructed as follows. We consider first the free-field case with the corresponding vector ω_τ satisfying

$$[\square \zeta(x) - i \zeta^\dagger(x)] \omega_\tau = 0, \quad (67)$$

It has the solution

$$\omega_\tau = e^\Sigma \omega_0, \quad (68)$$

$$\Sigma = -\frac{i}{2} \int_{xx'} \zeta^\dagger(x) \Delta(x-x') \zeta^\dagger(x'). \quad (69)$$

This may be verified using the following relations

$$\square \Delta(x-x') = -\delta(x-x') \quad (70)$$

$$e^\Sigma \square \zeta(x) e^{-\Sigma} = \square \zeta(x) - i \zeta^\dagger(x) \quad (71)$$

and

$$\square \zeta(x) \omega_0 = 0. \quad (72)$$

Equation (71) follows directly from the general operator identity

$$e^{\Sigma} 0 e^{-\Sigma} = 0 + [\Sigma, 0] + \frac{1}{2!} [\Sigma, [\Sigma, 0]] + \dots \quad (73)$$

and the commutation rules (48).

Returning now to equation (66) we can express its solution in terms of the functional K related to $J(x)$ by the functional derivative

$$J(x) = \frac{\delta K}{\delta \zeta(x)} \quad (74)$$

or the equivalent form

$$J(x) = [K, \zeta^\dagger(x)]. \quad (75)$$

For the special example (57) K would be given simply by

$$K = \int_x K(x) \quad (76)$$

$$\text{with } J(x) = \frac{\partial K(x)}{\partial \zeta(x)} \quad (77)$$

$$\text{or } K(x) = \frac{1}{3} \lambda \zeta^3(x). \quad (78)$$

In any case it is now easy to verify that the solution of the field-condition (66) can be written in the form

$$\left. \begin{aligned} \Omega_\tau &= e^A \omega_\tau \\ \text{with } A &= -iK + \text{constant.} \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

This is based on the identity:

$$e^A (\square \zeta(x) - i \zeta^\dagger(x)) e^{-A} = \square \zeta(x) - i \zeta^\dagger(x) - J(x) \quad (80)$$

which follows from (73) and (75).

The complete solution of (66) appears now in the closed form

$$\Omega_\tau = e^A e^\Sigma \omega_0. \quad (81)$$

It should be pointed out that there are many other solutions of equation (66), depending on the boundary conditions adopted. This ambiguity is reflected in the ambiguity of the solutions of (70). In fact we could obtain the whole class of solutions for (66) by choosing an arbitrary inhomogeneous Δ -function in (69). The particular choice we have made corresponds to the solution which is needed for the calculation of the S -matrix element (62).

A further ambiguity results from the normalization of the vectors Ω_τ . It is clear that Ω_τ remains a solution when it is multiplied with an arbitrary constant. This constant may be chosen in such a way that

$$|(\omega_0, \Omega_\tau)| = 1.$$

This condition fixes the constant in equation (79) and normalizes the vacuum to vacuum transition probability to unity, which is physically reasonable. The vector Ω_τ is then determined up to an arbitrary phase factor. We can choose the latter so that

$$(\omega_0, \Omega_\tau) = 1. \quad (82)$$

(4) *The equation for the σ -functions.*

We shall now derive the corresponding equations for the σ -functions. This is very simple in the hyperquantization formalism. We define the vector Ω_σ by

$$\Omega_\sigma = \sum_{f=0}^{\infty} \frac{1}{f!} \int \cdots \int_{x_1, \dots, x_f} \sigma(x_1 \dots x_f) \omega(x_1 \dots x_f). \quad (83)$$

There is a one-to-one correspondence between the vectors Ω_σ and Ω_τ and on account of the linearity of the system (61) this is a linear correspondence. Thus we see: *The reordering process corresponds to a linear transformation of the space Ω .*

The linear operator which effects this transformation is

$$\left. \begin{aligned} \Omega_\sigma &= e^{-\Sigma} \Omega_\tau, \\ \text{with } \Sigma &= -\frac{i}{2} \int_{xx'} \zeta^\dagger(x) \Delta(x-x') \zeta^\dagger(x'). \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

For the proof we express the τ - and σ -functions as scalar products

$$\left. \begin{aligned} \tau(x_1 \dots x_f) &= (\omega(x_1 \dots x_f), \Omega_\tau) = (\omega_0, \zeta(x_f) \dots \zeta(x_1) \Omega_\tau) \\ \sigma(x_1 \dots x_f) &= (\omega_0, \zeta(x_f) \dots \zeta(x_1) \Omega_\sigma) = (\omega_0, \zeta(x_f) \dots \zeta(x_1) e^{-\Sigma} \Omega_\tau). \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

The latter can be transformed on account of

$$e^{-\Sigma^\dagger} \omega_0 = \omega_0 \quad (86)$$

and

$$e^\Sigma \zeta(x) e^{-\Sigma} = \zeta(x) + i \int_{x'} \Delta(x-x') \zeta^\dagger(x') \quad (87)$$

hence

$$\sigma(x_1 \dots x_f) = (\omega_0, e^\Sigma \zeta(x_f) e^{-\Sigma} \dots e^\Sigma \zeta(x_1) e^{-\Sigma} \Omega_\tau). \quad (88)$$

Multiplying out the binomial expressions (87) in (88) and using (85) we obtain just the system (61).

From (84) and (81) follows

$$\Omega_\sigma = e^{-\Sigma} e^A e^\Sigma \omega_0. \quad (89)$$

This vector satisfies the new field-condition

$$(\square \zeta(x) - J\{\zeta'(x)\}) \Omega_\sigma = 0 \quad (90)$$

$$\text{with } \zeta'(x) = e^{-\Sigma} \zeta(x) e^\Sigma = \zeta(x) - i \int_{x'} \Delta(x-x') \zeta^\dagger(x') \quad (91)$$

which corresponds to (66). When equation (90) is written out in components, we obtain the set of equations for the functions which corresponds to (63).

For free fields ($\Delta = 0$) we find with (89)

$$\omega_\sigma = \omega_0. \quad (92)$$

Thus in the absence of interaction the σ -functions reduce to a scalar quantity. We note a certain analogy of the vector Ω_σ to the interaction picture¹³⁾ in ordinary quantum mechanics. The operator Σ plays the role of the free Hamiltonian and Δ that of the interaction operator. We can define a transformed Δ' by

$$e^{\Delta'} = e^{-\Sigma} e^\Delta e^\Sigma \quad (93)$$

which is obtained from Δ by replacing everywhere ζ by ζ' (Equation (91)). In the analogy just mentioned it corresponds to the interaction operator in the interaction picture.

We note, however, that in order that this analogy exists it is essential that the Δ -function satisfies Equation (70). The σ' -functions, defined with the Δ' -function do not exhibit such a simple analogy to the interaction picture.

Part III-Hyperquantization of a Spinor Field.

(1) Field equations and commutation rules.

The spinor field in the Heisenberg picture is assumed to satisfy the Heisenberg field equation¹³⁾

$$(\not{\partial} + m) \Psi(x) = I(x). \quad (94)$$

Here $I(x)$ is a spinor function or functional of Ψ , representing the interaction term. When it is necessary to indicate its dependence on the field variables we shall write $I\{\Psi(x)\}$. The simplest possible case is an interaction of the form

$$I = \lambda \Psi(\bar{\Psi} \Psi) \quad (95)$$

where $\bar{\Psi} = \Psi^\dagger A$ is the adjoint spinor and A is the metrix which transforms the γ_μ according to ¹³⁾

$$A \gamma_\mu A^{-1} = -\gamma_\mu^\dagger.$$

In the following we shall not make use of the explicit form (95) of the interaction. It is only mentioned here as an example of a typical self interaction.

By taking the adjoint operation on (94) we obtain also the equation

$$\Psi(x) (\not{p} - m) = - \bar{I}(x) \tag{96}$$

where the inverted differential operator differentiates the function which stands *before* it ¹³⁾. The commutation rules for the field may be written for our purpose in the form

$$\gamma^0 \{ \Psi(x), \bar{\Psi}(x') \} \delta(x^0 - x'^0) = - i \delta(x - x'). \tag{97}$$

(2) *The correlation functions.*

We define the τ -functions depending on the two sets of variables $x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s$ by

$$\tau(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) = \langle T \{ \Psi(x_1) \dots \Psi(x_r) \Psi(y_1) \dots \Psi(y_s) \} \rangle. \tag{98}$$

They are antisymmetrical functions in both sets of variables. The set (x) which refers to the spinor Ψ is always written *before* the set (y) which refers to the spinor $\bar{\Psi}$. The two sets are not interchangeable.

We can also define the σ -function by using the Wick identity in analogy to (61). For the first few of these functions we have for instance

$$\begin{aligned} \sigma(x, y) &= \tau(x, y) - i S(x - y) \\ \sigma(x_1 x_2, y_1 y_2) &= \tau(x_1 x_2, y_1 y_2) + i S(x_1 - y_1) \tau(x_2, y_2) - i S(x_1 - y_2) \tau(x_2, y_1) \\ &\quad - i S(x_2 - y_1) \tau(x_1, y_2) + i S(x_2 - y_2) \tau(x_1, y_1). \end{aligned} \tag{99}$$

.....

The S -functions which appear in these relations are the functions S_c . Since no other functions appear we shall omit the index c . For the definition see reference ¹³⁾. The S -matrix element referring to $r + s$ free particles can be expressed in terms of the σ -functions by the relation

$$\begin{aligned} S(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) &= (\not{\partial}_1 + m) \dots (\not{\partial}_r + m) \sigma(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) \times \\ &\quad \times (\not{\partial}_1 - m) \dots (\not{\partial}_s - m) \end{aligned} \tag{100}$$

which is the analogue of equation (62)²⁰⁾. In equation (100) the differential operators on the left operate on the variables x while those on the right operate on the variables y .

The τ -functions satisfy a system of differential equations which were given by MATHEWS and SALAM¹⁵⁾ for a scalar field interacting with a spinor field. Specialized to our case they appear as

$$(\partial + m) \tau(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) = \langle T \{ I(x) \Psi(x_1) \dots \Psi(x_r), \bar{\Psi}(y_1) \dots \bar{\Psi}(y_s) \} \rangle \\ - i \sum_{\sigma=1}^s (-1)^{\sigma+r-1} \delta(x - y_s) \tau(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_{\sigma-1} y_{\sigma+1} \dots y_s) \quad (101)$$

and

$$\tau(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) (\partial - m) = - \langle T \{ \Psi(x_1) \dots \Psi(x_r), \bar{I}(y) \bar{\Psi}(y_1) \dots \bar{\Psi}(y_s) \} \rangle \\ - i \sum_{\rho=1}^r (-1)^{\rho-1} \delta(y - x_\rho) \tau(x_1 \dots x_{\rho-1} x_{\rho+1} \dots x_r, y_1 \dots y_s). \quad (102)$$

We transcribe these equations into the hyperquantization formalism by defining in complete analogy to the symmetrical case a vector Ω_τ for each set of τ -functions

$$\Omega_\tau = \sum \frac{1}{r! s!} \int_x \int_y \tau(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s). \quad (103)$$

The base vectorsystem introduced here depends on the pair of sets of variables $x_1 \dots x_r$ and $y_1 \dots y_s$. It is antisymmetrical with respect to permutations of the x and y separately. The vectors of the system are constructed as multiple GRASSMAN products of two sets of vectors in the dual spaces R and R^* . The two sets of variables are therefore analogue to the contra- and co-variant indices of a tensor.

In conformity with this interpretation we define the scalar product of two base vectors according to

$$(\omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s), \omega(x'_1 \dots x'_r, y'_1 \dots y'_s)) = \begin{cases} 0 & \text{for } r' \neq s \text{ or } s' \neq r \\ (-1)^{rs} \sum_P \epsilon(P) \delta(x_1 - y'_{i'_1}) \dots \\ \dots \delta(x_r - y'_{i'_r}) \delta(y_1 - x'_{j'_1}) \dots \delta(y_s - x'_{j'_s}) & \text{for } r' = s \text{ and } r = s'. \end{cases} \quad (104)$$

The summation is extended over all pairs of permutations of the form

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & r \\ i_1 & i_2 & \dots & i_r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & s \\ j_1 & j_2 & \dots & j_s \end{pmatrix}$$

and $\epsilon(P)$ is the product of the signature of these permutations.

We can now define creation and annihilation operators with respect to this base vector system as follows

$$\left. \begin{aligned} \eta^\dagger(z) \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) &= (-1)^r \omega(x_1 \dots x_r, z y_1 \dots y_s) \\ \bar{\eta}^\dagger(z) \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) &= \omega(z x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) \\ \eta(z) \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) &= \sum_{\varrho=1}^r \delta(z - x_{\varrho}) (-1)^{\varrho-1} \omega(x_1 \dots x_{\varrho-1} x_{\varrho+1} \dots x_r, y_1 \dots y_s) \\ \bar{\eta}(z) \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) &= \sum_{\sigma=1}^s \delta(z - y_{\sigma}) (-1)^{r+\sigma-1} \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_{\sigma-1} y_{\sigma+1} \dots y_s). \end{aligned} \right\} \quad (105)$$

The operators $\eta(z)$ and $\eta^\dagger(z)$ on the one hand and $\bar{\eta}(z)$ and $\bar{\eta}^\dagger(z)$ on the other hand are adjoint to one another with respect to the scalar product (104). It is sufficient to verify this for scalar products which do not vanish. For instance

$$\begin{aligned} &(\omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s), \eta^\dagger(z) \omega(x'_1 \dots x'_s, y'_1 \dots y'_{r-1})) \\ &= (-1)^s (\omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s), \omega(x'_1 \dots x'_s, z y'_1 \dots y'_{r-1})). \end{aligned}$$

According to (104) this becomes

$$\begin{aligned} &(-1)^{(r+1)s} \sum_{\varrho=1}^r (-1)^{\varrho-1} \delta(z - x_{\varrho}) \sum_P \epsilon(P) \delta(x_1 - y'_1) \dots \delta(x_{\varrho-1} - y'_{i_{\varrho-1}}) \times \\ &\times \delta(x_{\varrho+1} - y'_{i_{\varrho+1}}) \dots \delta(x_r - y'_{i_r}) \delta(y_1 - x'_{j_1}) \dots \delta(y_s - x'_{j_s}) \\ &= (\eta(z) \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s), \omega(x'_1 \dots x'_s, y'_1 \dots y'_{r-1})). \end{aligned}$$

Hence for any two base vectors ω_1 and ω_2

$$(\omega_1, \eta^\dagger(z) \omega_2) = (\eta(z) \omega_1, \omega_2). \quad (106)$$

In a similar way one verifies that for any two base vectors

$$(\omega_1, \bar{\eta}^\dagger(z) \omega_2) = (\bar{\eta}(z) \omega_1, \omega_2). \quad (107)$$

The operators satisfy the following set of commutation rules

$$\begin{aligned} &\{\eta^\dagger(z_1), \bar{\eta}^\dagger(z_2)\} = \{\eta(z_1), \bar{\eta}(z_2)\} = \{\eta(z_1), \eta(z_2)\} \\ &= \{\eta^\dagger(z_1), \eta^\dagger(z_2)\} = \{\bar{\eta}(z_1), \bar{\eta}(z_2)\} = \{\bar{\eta}^\dagger(z_1), \bar{\eta}^\dagger(z_2)\} = 0 \end{aligned} \quad (108)$$

and

$$\{\eta(z_1), \bar{\eta}^\dagger(z_2)\} = \{\eta^\dagger(z_1), \bar{\eta}(z_2)\} = \delta(z_1 - z_2). \quad (109)$$

As an example we verify the last one

$$\begin{aligned} \eta(z_1) \bar{\eta}^\dagger(z_2) \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) &= \eta(z_1) \omega(z_2 x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) \\ &= \sum_{e=1}^r \delta(z_1 - x_e) (-1)^{e-1} \omega(z_2 x_1 \dots x_{e-1} x_{e+1} \dots x_r, y_1 \dots y_s) \\ &\quad + \delta(z_1 - z_2) \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) \end{aligned}$$

and

$$\begin{aligned} \bar{\eta}^\dagger(z_2) \eta(z_1) \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) &= \bar{\eta}^\dagger(z_2) \sum_{e=1}^r \delta(z_1 - x_e) (-1)^{e-1} \omega(x_1 \dots x_{e-1} x_{e+1} \dots x_r, y_1 \dots y_s) \\ &= \sum_{e=1}^r \delta(z_1 - x_e) (-1)^{e-1} \omega(z_2 x_1 \dots x_{e-1} x_{e+1} \dots x_r, y_1 \dots y_s). \end{aligned}$$

Since the base vector is arbitrary, we have established the first of the equations (109). In a similar way one can prove all the other commutator relations.

We can construct the complete set of base vectors by operating with creation operators on the „vacuum” vector defined by

$$\eta(z) \omega_0 = \bar{\eta}(z) \omega_0 = 0. \quad (110)$$

We find

$$\omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) = \bar{\eta}^\dagger(x_1) \dots \bar{\eta}^\dagger(x_r) \eta^\dagger(y_1) \dots \eta^\dagger(y_s) \omega_0. \quad (111)$$

The orthogonality relation may now be verified directly by using the commutation rules and equation (110).

It is now easy to see that the equation (101) is the $(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s)$ component of the field condition

$$[(\partial + m) \eta(x) + i \eta^\dagger(x) - I \{ \eta(x) \}] \Omega_\tau = 0. \quad (112)$$

Similarly the equation (102) is obtained from

$$[\bar{\eta}(x) (\not{e} - m) + i \bar{\eta}^\dagger(x) + \bar{I} \{ \eta(x) \}] \Omega_\tau = 0. \quad (113)$$

In these equations $I \{ \eta(x) \}$ is the interaction term with the field variable $\Psi(x)$ replaced by $\eta(x)$ and $\Psi(x)$ replaced by $\bar{\eta}(x)$. The two equations (112) and (113) are completely equivalent to the two systems (101) and (102).

(3) *Transformation properties and relativistic invariance.*

We shall now pay special attention to the transformation properties of the operators η , η^\dagger , $\bar{\eta}$ and $\bar{\eta}^\dagger$. The natural assumption is that they are spinors, that is that they transform under Lorentz transformations L exactly the same way as the operators Ψ , $\bar{\Psi}$ respectively.

$$L: x \rightarrow x' = Lx, \Psi \rightarrow \Psi'$$

where

$$\text{and } \left. \begin{aligned} \Psi'(x') &= S \Psi(x) \\ \bar{\Psi}'(x') &= \bar{\Psi}(x) S^{-1}. \end{aligned} \right\} \quad (114)$$

The coefficients of the 4×4 spinor matrix are complex but S is not a unitary matrix (except for space-rotations). It follows that the correlation functions transform according to a formula such as

$$\tau'(x'_1 \dots x'_r, y'_1 \dots y'_s) = U_r \tau(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) V_s \quad (115)$$

where u and v are Kronecker products

$$\left. \begin{aligned} U_r &= \underbrace{S \times S \times \dots \times S}_r \\ V_s &= \underbrace{S^{-1} \times S^{-1} \times \dots \times S^{-1}}_s. \end{aligned} \right\} \quad (116)$$

The assumption that the η 's transform like spinors or that

$$\left. \begin{aligned} \eta'(x') &= S \eta(x) \\ \bar{\eta}'(x') &= \bar{\eta}(x) S^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (117)$$

and a similar set for the operators η^\dagger , $\bar{\eta}^\dagger$, has the advantage that the commutation rules for the η 's are invariant*)

$$\{\eta'(x_1), \bar{\eta}'^\dagger(x_2)\} = \delta(x_1 - x_2), \text{ etc.} \quad (118)$$

Furthermore the representation (111) for the base vectors ω shows that these vectors transform according to $\omega \rightarrow \omega'$

$$\omega'(x'_1 \dots x'_r, y'_1 \dots y'_s) = U_s \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) V_r. \quad (119)$$

*) It may be not superfluous to remind the reader that the symbol x in all these formulas stands not only for the space-time variables but also for the spinor components. The δ -functions in (118) and the summations in (119) must be interpreted correspondingly.

Hence the expression

$$\int_x \int_y \tau(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) \omega(x_1 \dots x_r, y_1 \dots y_s) \\ = \int_{x'} \int_{y'} \tau'(x'_1 \dots x'_r, y'_1 \dots y'_s) \omega'(x'_1 \dots x'_r, y'_1 \dots y'_s)$$

is an invariant under Lorentz transformations. It follows that the vectors Ω_τ defined by (103) are also invariant. The field conditions (112) and (113) which are the basic equations in the theory are now *covariant equations*, and the relativistic invariance of the formalism is evident.

It will now become apparent that the transformation property of the Ω_τ is only compatible with a symmetrical scalar product of the form (32a). The crucial condition is that the operators η and η^\dagger are adjoint to one another and that they both transform identically under Lorentz transformations. Hence the two expressions

$$(\omega_1, \eta(z)\omega_2) = (\eta^\dagger(z)\omega_1, \omega_2)$$

must transform the same way. This is only the case if

$$\begin{aligned} (\eta'^\dagger(z')\omega_1, \omega_2) &= (\omega_2, \eta'^\dagger(z')\omega_1) \\ &= S(\eta^\dagger(z)\omega_1, \omega_2). \end{aligned}$$

With the unitary scalar product (32b) the right-hand side would instead transform with the complex conjugate matrix S^* .

(4) *Solutions of the field conditions.*

The vector ω_τ representing the free field satisfies the free-field conditions

$$\left. \begin{aligned} [(\partial + m)\eta(x) + i\eta^\dagger(x)]\omega_\tau &= 0 \\ [\eta(x)(\partial - m) + i\eta^\dagger(x)]\omega_\tau &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (120)$$

The solution may be expressed in the form

$$\omega_\tau = e^\Sigma \omega_0 \quad (121)$$

with

$$\Sigma = i \int_y \int_{y'} \bar{\eta}^\dagger(y) s(y - y') \eta^\dagger(y'). \quad (122)$$

The „vacuum” vector ω_0 is defined by

$$\eta(x)\omega_0 = \bar{\eta}(x)\omega_0 = 0 \quad \text{for all } x. \quad (123)$$

Since

$$e^{\Sigma}\eta(x)e^{-\Sigma} = \eta(x) - i \int_y S(x-y) \eta^{\dagger}(y) \quad (124)$$

and

$$(\partial + m) S(x) = -\delta(x) \quad (125)$$

we verify that $\eta(x)\omega_0 = 0$ implies

$$\begin{aligned} 0 &= e^{\Sigma}(\partial + m) \eta(x) e^{-\Sigma} e^{\Sigma} \omega_0 \\ &= [(\partial + m) \eta(x) + i \eta^{\dagger}(x)] \omega_{\tau}. \end{aligned}$$

In a similar way one can establish the second of equations (120).

Solutions of the field conditions with the interaction terms are obtained by a second transformation

$$\Omega_{\tau} = e^A \omega_{\tau} \quad (126)$$

with

$$A = i \int_y L \{ \eta(y) \} + \text{constant} \quad (127)$$

where the functional $L\{\eta(y)\}$ is obtained from the interaction term by

$$I\{\eta(x)\} = \left[\int_y L\{\eta(y)\}, \eta^{\dagger}(x) \right]. \quad (128)$$

Using the relation (73), we obtain

$$e^A [(\partial + m) \eta(x) + i \eta^{\dagger}(x)] e^{-A} = (\partial + m) \eta(x) + i \eta^{\dagger}(x) - I\{\eta(x)\}$$

which, together with (126) implies the equation (112). The equation (113) is then also satisfied with the expression (126) for Ω_{τ} .

We obtain again as in the scalar case a whole family of solutions by choosing for S all the different S -functions which satisfy the equation (125). The particular solution which is obtained by choosing for S the S_c -function is the one needed for the expression (100) of the S -matrix element. We have also indicated the ambiguity arising from the normalization constant by adding an arbitrary constant in (127). This constant can be chosen in such a way that

$$|(\omega_0, \Omega_{\tau})| = 1.$$

The vector Ω_{τ} is then determined up to an arbitrary phase factor.

We can also obtain an equation for the Ω_σ vector and a corresponding set of equations for the σ -functions. Since this transformation is closely analogue to the scalar case and adds nothing significantly new to the results we shall not carry this out explicitly.

Acknowledgement.

The writer has learned much from discussions with Drs. F. COESTER and F. ROHRlich, who have given numerous helpful suggestions and criticisms.

References.

- 1) F. COESTER, Phys. Rev. **95**, 1318 (1954).
- 2) Y. NAMBU, Progr. Theor. Phys. **4**, 331, 399 (1949).
- 3) K. NISHIJIMA, Progr. Theor. Phys. **10**, 549 (1953).
- 4) Y. KATAYAMA, Z. TOKUOKA, K. YAMASAKI, Nuovo Cim. **2**, 729 (1955).
- 5) J. SCHWINGER, Proc. Nat. Acad.
- 6) K. SYMANZIK, Zeitschr. f. Naturf. **99**, 809 (1954).
- 7) I. WATANABE, Progr. Theor. Phys. **10**, 371 (1953).
- 8) W. ZIMMERMANN, Nuovo Cim. **11**, 43 (1954).
- 9) E. FREESE, Zeitschr. f. Naturf. **8a**, 775 (1953); Acta Physica Austriaca **8**, 789 (1954); Nuovo Cim. **2**, 50 (1955).
- 10) J. G. VALATIN, Proc. Roy. Soc. **225**, 535 (1954).
- 11) For a fuller discussion of the mathematics used in this part see for instance N. BOURBAKI, Eléments de Mathématique, Livre II, chapitre III, Algèbre Multilinéaire, Paris, Hermann and Cie. (1948). An application of this formalism to the quantization of an anticommuting field was given by J. G. VALATIN, J. de Phys. et le Radium **12**, 131, 542, 607 (1951).
- 12) For the complete proof of this and other statements the reader is referred to the mathematical literature, esp. ref.¹¹).
- 13) Here and in the following we use the terminology and notation of J. M. JAUCH and F. ROHRlich, Theory of Photons and Electrons, Addison-Wesley Publ. Co., Cambridge, Mass., 1955.
- 14) See reference ¹³) appendix A 4.
- 15) P. T. MATHEWS and A. SALAM, Proc. Roy. Soc. **221**, 128 (1953).
- 16) Some authors denote these functions by "FEYNMAN amplitudes".
- 17) See H. LEHMANN, K. SYMANZIK and W. ZIMMERMANN, Nuovo Cim. **1**, 214 (1954). Equation (19). Their result is easily generalized to the case of several coupled fields.
- 18) A special case of this conjecture was recently proved by A. S. WIGHTMAN, Phys. Rev. **101**, 860 (1956).
- 19) This was first shown by F. COESTER, see reference¹).
- 20) This expression for the S -matrix element is a generalization of eq. (19) in reference ¹⁷).

Quantum Theory of Wave Fields in a Curved Space

by Martin Gutzwiller.*)

(3. IV. 1956.)

Abstract. Wave fields are studied in a space-time continuum whose curvature is independent of the physical phenomena. It is shown that a space of constant curvature is the most natural choice for this purpose, not only because of its geometrical simplicity, but because it guarantees the maximum number of certain constants of motion and leads to a propagation formula whose kernel is only a function of the geodesic distance. Therefore a de Sitter space is investigated in detail. A complete set of solutions is discussed for the scalar wave equation and for the first order wave equation of Dirac. Hadamard's propagation formula is written in a particularly symmetric form with the help of a propagation function which is similar to the well known D -function in flat space. A generalization for spinors and electromagnetic fields is given. In the latter case Huygens' principle is shown to hold even in this space of constant curvature.

A second general propagation formula is established whose kernel is again related to Hadamard's elementary solution. But it leads now to a propagation function which is similar to the D_1 -function in flat space. Using this new propagation formula, every solution of the homogeneous wave equation (with a mass term) can be split into a sum of two such solutions which are shown to belong to two distinct classes. This separation is uniquely determined and invariant with respect to the group of motions. Moreover in the case of a spinor field these two classes are transformed into each other by the operation of charge conjugation. Therefore they are interpreted as states of "positive energy" resp. "negative energy", although there does not exist in this space an operator like the Hamiltonian in flat space. Finally the various propagation functions are represented as sums over the complete sets of solutions which were mentioned previously.

As an example a process of second quantization is applied to a spinor field which is coupled to a pseudoscalar field. The method imitates the old non-relativistic procedure for a particular space-like surface, but the result is invariant and compatible with the field equations. If the coupling between pseudoscalar and spinor field vanishes, all the field operators can be explicitly stated in terms of the complete sets of solutions. This leads at once to general commutation rules using Hadamard's propagation formula. Moreover the vacuum can be defined in accordance with Dirac's hole theory. Therefore all the necessary elements are assembled for studying the various radiation effects in this more general scheme.

*) Present address: Exploration and Production Research Division, Shell Development Company, Houston, Texas, U.S.A.

Introduction.

The theory of quantized fields is usually restricted to the assumptions which are made by the theory of special relativity in its classical form. These assumptions can be slightly generalized, without however changing in any way the conceptual basis of special relativity. It is indeed possible to replace the flat space-time continuum of special relativity by a curved continuum, provided the curvature does not depend on the physical phenomena which take place in it. Thus it will be assumed in this investigation that the metric tensor of the space-time continuum is known *a priori* in a particular system of coordinates. Contrary to general relativity there shall be no interaction between the geometry and the physical events. Therefore no argument will be used which would properly belong into general relativity.

Among the many possible space-time continua the spaces of constant curvature have received special attention from several investigators¹⁾. Their reason for doing so is not always quite clear except for the fact that a space of constant curvature has many simple geometric properties. However it is more satisfactory to use an argument of the following type: Unless a space does not possess a number of geometric properties (which will be enumerated in section 1), it does not constitute a proper basis for the description of physical phenomena in the sense of special relativity. It will be shown that only a space of constant curvature has the required properties. Moreover the theory of quantized fields will be discussed in detail for the special case of a de Sitter space and all the essential elements for such a theory will be assembled.

It is difficult to predict the advantages and the disadvantages of this theory compared to the ordinary theory of quantized fields in flat space. For instance it may be of some help to have a denumerable set of independent solutions for the wave equation, as opposed to the non-denumerable set in flat space. The use of a space of constant curvature can indeed be interpreted as a "quantization" of the momentum space, and it does not have the drawbacks of the "big but finite" box which is usually invoked in order to make the process of second quantization in flat space easier to visualize. As all the important *D*- and *S*-functions are explicitly constructed in this investigation, and as their connection with the solutions of the first and second order wave equation is shown to be the same as in flat space, all the formulas for the various radiation effects in flat space can at least be written down also in this space of constant curvature. But the numerical evaluation is much more complicated

than in flat space, although the labor can be reduced by using the geometrical properties of the space, such as the group of motions.

The flat space does not seem to be simply the limiting case for a space of constant curvature whose radius of curvature increases indefinitely. This might be true locally, but it can hardly be so *in globo*, because the space which is studied in this paper has the topology of a cylinder, not that of a plane as the flat space. Moreover there are ten independent constants of motion in this space of constant curvature, but none of them or no combination can be compared to the Hamiltonian which plays such an outstanding role in flat space. Therefore the limit of vanishing curvature will not be discussed, although it seems to the author that the Compton wavelength of the elementary particles should be considered as very small compared to the radius of curvature of the space.

1. Some characteristic properties of a space of constant curvature.

The distance between two neighboring points is given by the known quadratic form

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j \quad (1.1)$$

(latin indices run from 0 to 3, the summation is made over the indices which occur twice), which has the signature

$$- + + +. \quad (1.2)$$

All the notations are chosen in accordance with EISENHART²). (E.g. covariant differentiation is denoted by a comma, etc.)

The condition for constant curvature

$$R_{hi jk} = K_0 (g_{hj} g_{ik} - g_{hk} g_{ij}) \quad (1.3)$$

can be obtained as a consequence of certain requirements. Thus it results if the Riemannian curvature at each point is required to be the same for every orientation (Theorem of Schur). Similarly equation (1.3) follows from the existence of a group of motions such that each point and a quadruple of directions in it can be transformed into any other point and an arbitrary quadruple of directions in it (Theorem of Bianchi). Two other arguments will now be considered which also lead to a space of constant curvature.

Suppose that it has been possible to define a symmetric tensor T_{ij} in terms of some field quantities in such a way that

$$g^{jk} T_{ij,k} = 0 \quad (1.4)$$

as a consequence of the field equations. If Σ and Σ' are two arbi-

trary space-like surfaces which enclose the volume V , it follows from Gauss' theorem that

$$\int_{\Sigma} g^{jk} T_{ij} d\Sigma_k - \int_{\Sigma'} g^{jk} T_{ij} d\Sigma'_k = \frac{1}{2} \int_V \frac{\partial g_{jk}}{\partial x^i} T^{jk} dV. \quad (1.5)$$

The signs of $d\Sigma_k$ and $d\Sigma'_k$ are determined such that

$$\delta x^i d\Sigma_i > 0, \quad \delta x^{i'} d\Sigma_{i'} > 0 \quad (1.6)$$

for time-like displacements δx^i resp. $\delta x^{i'}$ which point toward the future. Σ' is assumed to be in the past of Σ . Equation (1.4) implies that the integral

$$\int_{\Sigma} g^{jk} T_{ij} d\Sigma_k \quad (1.7)$$

is a constant of motion for the field quantities under consideration, provided the coordinate system is such that

$$\partial/\partial x^i (g_{jk}) = 0 \quad (1.8)$$

for the particular coordinate x^i and for all indices j and k . Equation (1.8) implies that x^i is the parameter of a group of motions. Therefore the existence of the maximum number of ten independent constants of motions (1.7) follows from (1.4) provided the space is of constant curvature.

The work of HADAMARD on Cauchy's problem³), i.e. on the inhomogeneous wave equation

$$g^{ij} \psi_{,ij} - \kappa^2 \psi = f(x), \quad (1.9)$$

is of fundamental importance for any field theory of elementary particles. HADAMARD's main result can be written in some spaces with the help of a Green's function $D(x, \xi)$ in the form

$$\psi(x) = - \int_V D(x, \xi) f(\xi) dV + \int_{\Sigma} \left(\frac{\partial D(x, \xi)}{\partial \xi^i} \psi(\xi) - D(x, \xi) \frac{\partial \psi}{\partial \xi^i} \right) d\Sigma^i. \quad (1.10)$$

Σ is an arbitrary space-like surface and V is the volume between the point x and the surface Σ . The sign of $d\Sigma$ is determined according to the convention (1.6). $D(x, \xi)$ vanishes outside the light cone of x . Its behavior inside the light cone of x is intimately connected with HADAMARD's elementary solution of the homogeneous wave equation [i.e. (1.9) with $f(x) = 0$], and it is dictated only by the geometry of the space and the value of the mass constant κ^2 in (1.9). It seems to the author that $D(x, \xi)$ is purely a function of the geo-

desic distance between the point x and the point ξ , if and only if the space is of constant curvature.

These characteristic properties of a space of constant curvature are just what we would postulate for a curved space whose geometry is independent of its physical content. It would indeed be hard to understand the lack of symmetry which is inherent to all spaces of non-constant curvature, without assuming some interaction between geometry and physical phenomena. On the other hand there seems to be no a priori reason which would exclude the spaces of nonvanishing constant curvature from further consideration. Therefore it was thought worthwhile to examine in more detail such a space.

2. The de Sitter space.

In assuming (1.3) a new "constant of nature", namely the radius of curvature of the space, is introduced into the theory. It is therefore convenient to chose such units as to make this radius equal to one unity of length. Moreover the time scale and the mass scale are determined by putting equal to one the velocity of light and Planck's constant divided by 2π . Then all physical quantities are expressed in natural units.

A space of constant curvature can be imbedded in a five-dimensional flat space⁴). There are only two cases in accordance with the signature (1.2). In this investigation only the case is studied which leads to space-like geodesics of finite length and time-like geodesics of infinite length. This space can be most easily described by the Weierstrassian coordinates z^α with $\alpha = 0, 1, \dots, 4$. Equation (1.1) becomes

$$ds^2 = c_{\alpha\beta} dz^\alpha dz^\beta \quad (2.1)$$

with

$$c_{\alpha\beta} z^\alpha z^\beta = 1 \quad (2.2)$$

and

$$c_{00} = -1, c_{11} = c_{22} = c_{33} = c_{44} = 1, c_{\alpha\beta} = 0 \text{ for } \alpha \neq \beta. \quad (2.3)$$

(Greek indices run from 0 to 4.) Moreover the curvature K_0 in (1.3) is uniquely determined as

$$K_0 = 1. \quad (2.4)$$

The geodesic distance s between a point $P = (z^0, \dots, z^4)$ and a point $Q = (\zeta^0, \dots, \zeta^4)$ is given by

$$c_{\alpha\beta} z^\alpha \zeta^\beta = \begin{cases} \cos s & \text{for space-like connection,} \\ \cosh s & \text{for time-like connection.} \end{cases} \quad (2.5)$$

The group of motions is the group of linear transformations

$$\bar{z}^\beta = a_\alpha^\beta z^\alpha, \quad (2.6)$$

such that

$$c_{\alpha\beta} \bar{z}^\alpha \bar{z}^\beta = c_{\alpha\beta} z^\alpha z^\beta. \quad (2.7)$$

However the invariance of the physical laws will be postulated only with respect to the subgroup which does not reverse the time axis.

Applying the method of COURANT and HILBERT or of RIESZ⁵), equation (1.10) can be derived with $D(x, \xi)$ given by

$$2\pi \cdot \varepsilon(z^0 - \zeta^0) \cdot D(x, \xi) = \delta(\sinh^2 s) + \\ + 1/2 (1 - \kappa^2/2) F(3/2 + i\alpha, 3/2 - i\alpha, 2; -\sinh^2 s/2), \quad (2.8)$$

where

$$i\alpha = (9/4 - \kappa^2)^{1/2} \quad (2.9)$$

and

$$\varepsilon(z^0 - \zeta^0) = \begin{cases} +1 & \text{for } z^0 > \zeta^0, \\ -1 & \text{for } z^0 < \zeta^0. \end{cases} \quad (2.10)$$

The usual notation for the hypergeometric function is used. As κ is the reciprocal Compton wavelength of a particle, one has in most cases

$$|\kappa| \gg 1. \quad (2.11)$$

Therefore if κ is real, α is real too and $D(x, \xi)$ is a real function of the geodesic distance s . But it will be seen in section 5 that α has a small imaginary addition in the case of a spinor particle. $D(x, \xi)$ is then a complex valued function of the geodesic distance.

The transition from Weierstrassian coordinates to an ordinary coordinate system can be made if the z^α are known functions of x^0, x^1, x^2, x^3 in accordance with condition (2.2). It follows then from (1.1) and (2.1) that

$$g_{ij} = c_{\alpha\beta} z^\alpha_{,i} z^\beta_{,j}, \quad (2.12)$$

where

$$z^\alpha_{,i} = \partial/\partial x^i (z^\alpha).$$

For instance insert into (2.12) the expressions

$$z^0 = \sinh x^0, \quad z^\alpha = \cosh x^0 \cdot f^\alpha(x^1, x^2, x^3) \text{ for } \alpha \neq 0. \quad (2.13)$$

It follows that

$$g_{00} = -1, \quad g_{i0} = 0, \quad g_{ij} = \cosh^2 x^0 \bar{g}_{ij} \text{ for } i, j \neq 0 \quad (2.14)$$

with

$$\bar{g}_{ij} = \sum_{\alpha=1}^4 (\partial/\partial x^i f^\alpha) (\partial/\partial x^j f^\alpha). \quad (2.15)$$

The coordinates x^1, x^2, x^3 describe the four-dimensional unit sphere and \bar{g}_{ij} is the metric tensor for the unit sphere.

3. The solutions of the scalar wave equation.

The homogeneous wave equation can be separated in the coordinate system (2.14). Writing

$$\psi(x) = y_m(x^0) \cdot Y_m^\mu(x^1, x^2, x^3), \quad (3.1)$$

Y_m^μ is found to be an eigenfunction of the Laplacian

$$\Delta = \bar{g}^{-1/2} \sum_{i,j=1}^3 \partial/\partial x^i (\bar{g}^{1/2} \bar{g}^{ij} \partial/\partial x^j) \quad (3.2)$$

on the unit sphere. Therefore Y_m^μ is a generalized harmonic and can be treated as the ordinary spherical harmonics⁶⁾. It follows in particular that

$$\Delta Y_m^\mu = -m(m+2) Y_m^\mu. \quad (3.3)$$

The $(m+1)^2$ eigenfunctions are orthonormalized by

$$\int Y_m^{\mu'} Y_m^{\mu''*} \bar{g}^{1/2} d^3x = \delta_{\mu'\mu''}, \quad (3.4)$$

where the star denotes the complex conjugate function. This leads to the addition theorem⁷⁾

$$V_m(\cos \sigma) = \sum_{\mu} Y_m^\mu(x^1, x^2, x^3) Y_m^{\mu*}(\xi^1, \xi^2, \xi^3) \quad (3.5)$$

with

$$V_m(\cos \sigma) = (m+1) \sin(m+1)\sigma \cdot (2\pi^2 \sin \sigma)^{-1},$$

where the geodesic distance σ on the sphere is given by

$$\cos \sigma = \sum_{\alpha=1}^4 f^\alpha(x^1, x^2, x^3) f^\alpha(\xi^1, \xi^2, \xi^3). \quad (3.6)$$

The equation for $y_m(x^0)$ becomes with (3.1) and (3.3)

$$\frac{1}{\cosh^3 x^0} \frac{d}{dx^0} \left(\cosh^3 x^0 \frac{dy_m}{dx^0} \right) + \frac{m(m+2)}{\cosh^2 x^0} y_m + \kappa^2 y_m = 0. \quad (3.7)$$

$(m+1)$ can be compared with the absolute value of the momentum in view of (3.3) and also because there are $(m+1)^2$ solutions in the range $(m - \frac{1}{2}, m + \frac{1}{2})$ of m . Moreover (3.7) shows that y_m oscillates with circular frequency $(\kappa^2 + (m+1)^2)^{1/2}$ for $|x^0| \ll 1$, provided (2.11) holds. An expansion in terms of increasing m corresponds therefore to an expansion with respect to increasing momentum.

With $x = i \sinh x^0$ the function $y_m(x^0)$ can be written in terms of generalized Legendre functions, namely

$$y_m(x^0) = (x^2 - 1)^{-1/2} P_{i\alpha-1/2}^{m+1}(x) \quad \text{or} \quad (x^2 - 1)^{-1/2} Q_{i\alpha-1/2}^{m+1}(x) \quad (3.8)$$

in the notation of HOBSON⁸). Another pair of solutions can be written in terms of hypergeometric functions

$$\begin{aligned} g_m(x^0) &= \cosh^m x^0 \cdot F\left(1/2(m+3/2+i\alpha), 1/2(m+3/2-i\alpha), 1/2; \right. \\ &\quad \left. -\sinh^2 x^0\right), \\ h_m(x^0) &= \cosh^m x^0 \cdot \sinh x^0 \cdot F\left(1/2(m+5/2+i\alpha), 1/2(m+5/2-i\alpha), \right. \\ &\quad \left. 3/2; -\sinh^2 x^0\right). \end{aligned} \quad (3.9)$$

g_m and h_m have simple initial values for $x^0 = 0$.

In order to study the asymptotic behavior of $y_m(x^0)$ for large values of x^0 , define moreover

$$\begin{aligned} \Gamma(1+i\alpha) g_m^{(\pm)}(x^0) &= \Gamma(m+3/2+i\alpha) \cdot \cosh^m x^0 \cdot e^{\pm(m+3/2+i\alpha)x^0} \\ &\quad \cdot F(m+3/2, m+3/2+i\alpha, 1+i\alpha; -e^{\mp 2x^0}), \end{aligned} \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \Gamma(-m-1/2+i\alpha) h_m^{(\pm)}(x^0) &= \Gamma(i\alpha) \cosh^m x^0 e^{\mp(m+3/2-i\alpha)x^0} \\ &\quad \cdot F(m+3/2, m+3/2-i\alpha, 1-i\alpha; -e^{\mp 2x^0}), \end{aligned} \quad (3.10)$$

which are again solutions of (3.7). At the same time they yield asymptotic expansions for $x^0 \gg +1$ (upper sign) and for $x^0 \ll -1$ (lower sign). The linear transformation which transforms the pair $(g_m^{(+)}, h_m^{(+)})$ into the pair $(g_m^{(-)}, h_m^{(-)})$ is given by

$$(\sin i\alpha\pi)^{-1} \cdot \begin{pmatrix} (-1)^m & \sin i\alpha\pi \\ -\cos i\alpha\pi \cdot \cotg i\alpha\pi & (-1)^{m+1} \end{pmatrix}. \quad (3.11)$$

In view of the simple exponential behavior of the solutions (3.10) for $x^0 \gg +1$ resp. for $x^0 \gg -1$, we could have hoped to find a simpler connection between the remote future and the remote past. In particular this might have yielded a convenient way of defining solutions of positive resp. negative "frequency". But the matrix (3.11) shows that this is not feasible. A quite different method will therefore be used in section 8 to bring about such a distinction which is of prime importance in order to apply Dirac's hole theory.

4. The electromagnetic field.

Maxwell's equations for the skew symmetric tensor F_{ij} of the field strengths are written as usual

$$F_{ij,k} + F_{jk,i} + F_{ki,j} = 0, \quad (4.1)$$

$$g^{ij} F_{kj,i} = J_k, \quad (4.2)$$

where J_k is the external electric current. (4.1) guarantees the existence of a vector field A_i , such that

$$F_{ij} = A_{i,j} - A_{j,i}, \quad (4.3)$$

where A_i is determined by F_{ij} up to the gradient of an arbitrary scalar field. Equation (4.2) demands the continuity equation

$$g^{jk} J_{j,k} = 0. \quad (4.4)$$

Inserting (4.3) into (4.2) it follows with (1.3) and (2.4) that

$$g^{ij} A_{k,ij} - 3 A_k - g^{ij} A_{i,jk} = J_k. \quad (4.5)$$

With the help of Ricci's identities and (4.4) it follows that

$$g^{hk}(g^{ij} A_{i,j}),_{hk} = 0. \quad (4.6)$$

Therefore the Lorentz condition

$$g^{ij} A_{i,j} = 0 \quad (4.7)$$

can be considered as an initial condition rather than an identity to be satisfied by the vector field A_i . With (4.7) the field equations (4.5) for A_i are reduced to

$$g^{ij} A_{k,ij} - 3 A_k = J_k. \quad (4.8)$$

But these equations are not suitable for computations because there does not seem to exist a coordinate system in which each potential A_k appears in exactly one equation.

Such a separation of the components of the vector field A_k can be achieved as follows. Define

$$B^\alpha = z^\alpha_{,i} g^{ij} A_j \quad (4.9)$$

with the help of (2.12). This gives the identity

$$\square B^\alpha = z^\alpha_{,k} (g^{ij} A^k_{,ij} - 3 A^k) - 2 z^\alpha g^{ij} A_{i,j}, \quad (4.10)$$

where the d'Alembertian \square is defined by

$$\square = (-g)^{-1/2} \partial/\partial x^i (-g)^{1/2} g^{ij} \partial/\partial x^j - 2. \quad (4.11)$$

Moreover it follows from (4.9) and (2.2) that

$$c_{\alpha\beta} z^\alpha B^\beta = 0. \quad (4.12)$$

There exists a one to one correspondence between the four potentials A_i which satisfy (4.7) and (4.8), and the five potentials B^α which satisfy (4.12) and

$$\square B^\alpha = z^\alpha_{,k} g^{kj} J_j. \quad (4.13)$$

It is possible to find a complete set of solutions of (4.12) and (4.13) if $J_k = 0$. This set is similar to the solutions of the homogeneous wave equation in section 3.

Each one among the equations (4.13) has the form of equation (1.9) with $\varkappa^2 = 2$. Equation (2.8) shows that $D(x, \xi)$ has only the δ -like singularity on the light cone in this case, and vanishes everywhere inside the light cone. This is exactly the behavior of the D -function for a wave field of vanishing mass in flat space, and it can be interpreted as the validity of Huygens' principle for the electromagnetic field in the space of constant curvature. The similarity of the operator (4.11) with the d'Alembertian in flat space can be recognized⁹), if the following coordinate system is used

$$g_{ij} = \nu^{-2} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{with } \nu = 1 + 1/4 (-x_0^2 + x_1^2 + x_2^2 + x_3^2),$$

so that it follows according to (4.11) that

$$\square = \nu^3 (-\partial^2/\partial x_0^2 + \partial^2/\partial x_1^2 + \partial^2/\partial x_2^2 + \partial^2/\partial x_3^2) \nu^{-1}.$$

5. The spinor field.

According to DIRAC's method for treating the spinor field in a de Sitter space¹⁰), the Weierstrassian coordinates are interpreted as cartesian coordinates in a five-dimensional flat space and the space of constant curvature is given by (2.2). In order to make the five coordinates z^α more symmetric, introduce

$$y_0 = iz^0, \quad y_\alpha = z^\alpha \quad \text{for } \alpha \neq 0. \quad (5.1)$$

Moreover the field quantities are written as homogeneous functions of y_α . The differentiations with respect to y_α occur only in the combination

$$m_{\alpha\beta} = y_\alpha \partial/\partial y_\beta - y_\beta \partial/\partial y_\alpha, \quad (5.2)$$

which is compatible with the condition (2.2) or

$$y_\alpha y_\alpha = 1. \quad (5.3)$$

The wave operator (4.11) can be written as

$$\square + 2 = \sum_{\alpha < \beta} (m_{\alpha\beta})^2. \quad (5.4)$$

With a set of five Hermitian 4 by 4 matrices γ_α such that

$$\gamma_\alpha \gamma_\beta + \gamma_\beta \gamma_\alpha = 2 \delta_{\alpha\beta} I \quad (5.5)$$

and

$$\gamma_0 \gamma_1 \gamma_2 \gamma_3 \gamma_4 = I \quad (\text{unit-matrix}), \quad (5.6)$$

a first order differential operator M is defined by

$$M = \sum_{\alpha < \beta} \gamma_{\alpha} \gamma_{\beta} m_{\alpha\beta}, \quad (5.7)$$

which has the property

$$(M - 3/2)^2 = -\square + 1/4. \quad (5.8)$$

The 4 by 4 matrices act on a spinor ψ (1-column matrix) and it is useful to define an adjoint spinor ψ^+ (1-row matrix) by

$$\psi^+ = i\psi^* \gamma_0, \quad (5.9)$$

where ψ^* is the 1-row matrix whose elements are complex conjugate to the elements of ψ . A current vector J_k can be derived from the five components

$$j_{\alpha} = \varphi^+ \gamma_{\alpha} \psi - y_{\alpha} y_{\beta} \varphi^+ \gamma_{\beta} \psi, \quad (5.10)$$

where φ and ψ are two arbitrary spinors. The relation between J_k and j_{α} is the same as between A_k and iB^0, B^1, \dots, B^4 using (4.9). This leads to the identity

$$g^{mn} J_{m,n} = \varphi^+ \gamma (\vec{M} - 2) \psi - \varphi^+ (\vec{M} + 2) \gamma \psi, \quad (5.11)$$

where the arrow indicates the spinor upon which the differential operator M acts, and where γ is given by

$$\gamma = \gamma_{\alpha} y_{\alpha}. \quad (5.12)$$

With a linear transformation (2.6) of the coordinates, the spinors undergo a linear transformation A , namely

$$\bar{\psi} = A\psi, \quad \bar{\psi}^+ = \psi^+ A^{-1}. \quad (5.13)$$

The five components j_{α} transform like the coordinates and the operator M undergoes the transformation

$$\bar{M} = A M A^{-1}. \quad (5.14)$$

For the reflection of the spatial coordinate y_{α} ($\alpha \neq 0$) we have

$$A = \gamma_{\alpha}. \quad (5.15)$$

The first order equation of DIRAC for the free spinor is given by

$$\begin{aligned} (M - 2 + ia) \psi &= 0, \\ \psi^+ (M + 2 + ia) &= 0, \end{aligned} \quad (5.16)$$

where a is real and can be chosen positive because

$$\gamma(M - 2) = -(M - 2)\gamma. \quad (5.17)$$

It follows from (5.8) and (5.16) that

$$\square \psi - (a^2 + i a) \psi = 0. \quad (5.18)$$

On the other hand if χ is a spinor whose components satisfy the second order wave equation (5.18), then the spinor

$$\psi = (M - 1 - i a) \chi \quad (5.19)$$

satisfies the first order wave equation (5.16) because of (5.8). Moreover the divergence (5.11) vanishes for two arbitrary solutions φ and ψ of (5.16). Therefore the integral

$$\int_{\Sigma} \varphi^+ \gamma_{\alpha} \psi y_{\alpha, i} d\Sigma^i \quad (5.20)$$

is independent of the particular space-like surface Σ . Thus (5.20) is an invariant scalar product for two solutions φ and ψ of (5.16) with a positive definite value if $\varphi = \psi$.

6. The solutions of Dirac's equation.

A complete set of solutions for Dirac's equation can be constructed with the help of an operator N which is given by (6.1) and is related to the absolute value of the momentum (cf. the discussion after (3.7) concerning the index m in the solutions of the scalar wave equation). It will be convenient to use such a set of solutions in order to represent various propagation functions. The operator

$$N = \gamma_0 \left(\sum_{\alpha < \beta}^{1 \dots 4} \gamma_{\alpha} \gamma_{\beta} m_{\alpha \beta} - 3/2 \right) \quad (6.1)$$

is Hermitian for spinors with the norm (5.20), where the space-like surface Σ is given by $y_0 = \text{const.}$ or also $\varrho = \text{const.}$ with

$$\varrho = (y_1^2 + y_2^2 + y_3^2 + y_4^2)^{1/2}. \quad (6.2)$$

The same is true for the operators

$$M_{\alpha \beta} = i(m_{\alpha \beta} + 1/2 \gamma_{\alpha} \gamma_{\beta}) \quad \text{for } \alpha, \beta \neq 0. \quad (6.3)$$

The variables y_0 and ϱ can be written as

$$y_0 = i \sinh x^0, \quad \varrho = \cosh x^0 \quad (6.4)$$

according to (2.13). Finally define an operator η by

$$\varrho \eta = i \gamma_0 \sum_{\alpha=1}^4 \gamma_{\alpha} y_{\alpha}. \quad (6.5)$$

The following relations are easily proved

$$\begin{aligned} [N, \gamma_0] &= [N, \eta] = 0, \\ [N, \varrho] &= [N, \partial/\partial\varrho] = 0; \end{aligned} \quad (6.6)$$

$$\begin{aligned} [M_{\kappa\lambda}, \gamma_0] &= [M_{\kappa\lambda}, \eta] = 0, \\ [M_{\kappa\lambda}, \varrho] &= [M_{\kappa\lambda}, \partial/\partial\varrho] = 0; \end{aligned} \quad (6.7)$$

$$i[M_{\kappa\lambda}, M_{\mu\nu}] = \partial_{\kappa\mu} M_{\lambda\nu} + \partial_{\lambda\nu} M_{\kappa\mu} - \partial_{\kappa\nu} M_{\lambda\mu} - \partial_{\lambda\mu} M_{\kappa\nu}; \quad (6.8)$$

$$[M_{\kappa\lambda}, N] = 0; \quad (6.9)$$

where always $\kappa, \lambda, \mu, \nu \neq 0$ and $[,]$ stands for the commutator. Moreover

$$\begin{aligned} [\gamma_0, \varrho] &= [\gamma_0, \partial/\partial\varrho] = 0, \\ [\eta, \varrho] &= [\eta, \partial/\partial\varrho] = 0; \end{aligned} \quad (6.10)$$

$$\eta\gamma_0 + \gamma_0\eta = 0, \quad \eta^2 = \gamma_0^2 = I. \quad (6.11)$$

With (5.7) it follows that

$$M = \eta(\partial/\partial x^0 + 3/2 \tanh x^0) + \gamma_0(1 - \eta \tanh x^0) N + 3/2, \quad (6.12)$$

and equation (5.16) becomes therefore

$$\left\{ \partial/\partial x^0 + 3/2 \tanh x^0 + (\eta + \tanh x^0) \gamma_0 N + i \left(a + \frac{i}{2} \right) \eta \right\} \psi = 0. \quad (6.13)$$

If the spinor ψ is a solution of (5.16) and belongs to the eigenvalue n of N for a particular space-like surface $x^0 = \text{const.}$, i. e. if for a particular value of x^0 we have

$$N\psi = n\psi, \quad (6.14)$$

then (6.14) holds for all values of x^0 because of (6.13) and (6.6). The same is true for $M_{\kappa\lambda}$ because of (6.7) and (6.9). In view of (6.8) it is therefore possible to find solutions of (5.16) which are simultaneous eigenfunctions of the operators N , M_{12} , and M_{34} . The eigenvalues of these operators can be derived by v. D. WAERDEN's method¹¹⁾ and with the help of the formula

$$1 + (M_{12} \pm M_{34})^2 + (M_{23} \pm M_{14})^2 + (M_{31} \pm M_{24})^2 = (N \pm 1/2)^2. \quad (6.15)$$

The eigenvalues of N are then found to be the positive and negative halfintegers except $+1/2$ and $-1/2$.

Equation (6.14) can easily be discussed in the special representation of the γ -matrices given by

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} -I & 0 \\ 0 & I \end{pmatrix}, \quad \gamma_k = \begin{pmatrix} 0 & i\sigma_k \\ -i\sigma_k & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_4 = \begin{pmatrix} 0 & I \\ I & 0 \end{pmatrix}, \quad (6.16)$$

where I , σ_1 , σ_2 , σ_3 are the usual 2 by 2 spin matrices. With

$$\begin{aligned} \varrho \sigma &= \sigma_1 y_1 + \sigma_2 y_2 + \sigma_3 y_3 + i y_4 I, \\ \varrho \sigma^+ &= \sigma_1 y_1 + \sigma_2 y_2 + \sigma_3 y_3 - i y_4 I, \end{aligned} \quad (6.17)$$

it follows that

$$\eta = \begin{pmatrix} 0 & \sigma^+ \\ \sigma & 0 \end{pmatrix}. \quad (6.18)$$

Equation (6.14) splits into two independent couples of first order equations in the coordinates of the four-dimensional sphere $\varrho = \text{const.}$ Therefore (6.14) has two types of solutions: ψ' has vanishing third and fourth components, ψ'' has vanishing first and second components. A correspondence

$$\psi'' = \eta \psi', \quad \psi' = \eta \psi'' \quad (6.19)$$

can be established between ψ' and ψ'' , which preserves the normalization and the eigenvalues of N and $M_{\kappa\lambda}$ because of (6.6) and (6.7). Only ψ' has to be discussed therefore. The 2 non-vanishing components of ψ' satisfy the equation

$$\Delta \psi' = - \left((n - 1/2)^2 - 1 \right) \psi', \quad (6.20)$$

which is identical with (3.3) if $(m+1)^2 = (n - 1/2)^2$ with $m \geq 0$. Moreover it can be shown that there is exactly one eigenfunction ψ' for every possible set of simultaneous eigenvalues N , M_{12} , and M_{34} , and these eigenfunctions form a complete set for the spinors of the type ψ' for a particular value $x^0 = \text{const.}$

An arbitrary spinor ψ which belongs to the eigenvalue n of N , can now be written as

$$\psi = \varphi'(x^0) \cdot \psi'(x^1, x^2, x^3) + \varphi''(x^0) \cdot \psi''(x^1, x^2, x^3), \quad (6.21)$$

where the functions $\varphi'(x^0)$ and $\varphi''(x^0)$ are determined by

$$\begin{aligned} (\partial/\partial x^0 - (n - 3/2) \tanh x^0) \varphi' + (n + i(a + i/2)) \varphi'' &= 0, \\ (\partial/\partial x^0 + (n + 3/2) \tanh x^0) \varphi'' + (-n + i(a + i/2)) \varphi' &= 0. \end{aligned} \quad (6.22)$$

After eliminating φ'' , it is found that φ' satisfies (3.7) with $(m+1)^2 = (n - 1/2)^2$. φ'' satisfies (3.7) with $(m+1)^2 = (n + 1/2)^2$. In both cases κ^2 is replaced by $(a + i/2)^2 + 9/4$. The initial values of φ' and φ'' can be chosen arbitrarily.

7. The spinor field in arbitrary coordinates.

For some applications it is more convenient to use the spinor formalism in arbitrary coordinates which has been developed by several authors¹²). It is sufficient to list the results for the space of constant curvature. Define in terms of the matrices γ_μ and γ in (5.5) and (5.12)

$$\begin{aligned}\bar{\alpha}_\mu &= (i\gamma_\mu - i\gamma y_\mu - y_\mu)\gamma, \\ \bar{A}_\mu &= 1/2(y_\mu - \gamma_\mu\gamma), \\ A &= \gamma_0\gamma;\end{aligned}\tag{7.1}$$

$$\begin{aligned}\alpha_j &= y_{\mu,j}\bar{\alpha}_\mu, \\ \alpha &= y_\mu\bar{\alpha}_\mu = -\gamma, \\ A_j &= y_{\mu,j}\bar{A}_\mu,\end{aligned}\tag{7.2}$$

from which follows that

$$A\alpha_j \text{ and } A\alpha \text{ are Hermitian,}\tag{7.3}$$

$$\alpha_i\alpha_j + \alpha_j\alpha_i = 2g_{ij}I, \quad \alpha_i\alpha + \alpha\alpha_i = 0, \quad \alpha^2 = I.\tag{7.4}$$

The covariant derivatives of a spinor Ψ (1-column matrix) and for a spinor Φ (1-row matrix) are given by

$$\Psi_{,i} = \partial/\partial x^i \Psi + A_i \Psi; \quad \Phi_{,i} = \partial/\partial x^i \Phi - \Phi A_i.\tag{7.5}$$

A spinor Ψ^+ of the type Φ can be defined from Ψ by

$$\Psi^+ = \Psi^* A,\tag{7.6}$$

where Ψ^* is the 1-row matrix whose elements are complex conjugate to Ψ . The covariant derivatives of α_i , α , and A are defined by

$$\begin{aligned}\alpha_{i,j} &\equiv \partial/\partial x^j \alpha_i - \Gamma_{ij}^h \alpha_h + A_j \alpha_i - \alpha_i A_j = 0, \\ \alpha_{,j} &\equiv \partial/\partial x^j \alpha + A_j \alpha - \alpha A_j = 0, \\ A_{,j} &\equiv \partial/\partial x^j A - A A_j - A_j^+ A = 0,\end{aligned}\tag{7.7}$$

where A_j^+ is the Hermitian conjugate matrix of A_j . The interchange of covariant differentiation on a spinor gives the following simple result with (1.3) and (2.4)

$$\Psi_{,ij} - \Psi_{,ji} = P_{ij}\Psi; \quad \Phi_{,ij} - \Phi_{,ji} = -\Phi P_{ij}\tag{7.8}$$

with

$$P_{ij} = 1/4(\alpha_j\alpha_i - \alpha_i\alpha_j).$$

The α_μ in (7.1) has been chosen such as to change equation (5.16) into

$$\alpha^j \Psi_{,j} + a \Psi = 0; \quad \Psi^+_{,j} \alpha^j - a \Psi^+ = 0 \quad (7.9)$$

with $\alpha^j = g^{ji} \alpha_i$. This gives at once (4.4) with

$$J_k = \Psi^+ \alpha_k \Psi. \quad (7.10)$$

Equation (7.9) follows from the Lagrangian

$$L = \Psi^+ \alpha^k \Psi_{,k} + a \Psi^+ \Psi. \quad (7.11)$$

The energy-momentum tensor

$$T_{ij} = i/4 (\Psi^+ \alpha_i \Psi_{,j} + \Psi^+ \alpha_j \Psi_{,i} - \Psi^+_{,i} \alpha_j \Psi - \Psi^+_{,j} \alpha_i \Psi) \quad (7.12)$$

satisfies (1.4) by virtue of (7.8) and (7.9).

The propagation formula (1.10) can be applied to each component of a spinor with the help of (5.18). The term with $\Psi_{,j} d\Sigma^j$ can be transformed because of (7.9). It follows that

$$\Psi(x) = - \int K(x, \xi) \alpha_j(\xi) \Psi(\xi) d\Sigma^j, \quad (7.13)$$

with

$$K(x, \xi) = - \alpha^k(\xi) \partial/\partial \xi^k D(x, \xi) - (a - i) D(x, \xi), \quad (7.14)$$

or

$$K(x, \xi) = - i(M_y - 1 - i a) D(x, \xi), \quad (7.15)$$

if the coordinates x^i and ξ^i are replaced by y_α and η_α according to (5.1). $D(x, \xi)$ here is given by (2.8) with a complex mass term

$$\alpha = a + i/2 \quad (7.16)$$

according to (2.9), (5.18), (4.11), and (1.9).

8. The second propagation formula.

A solution $\varphi(s)$ of the homogeneous wave equation which depends only on the geodesic distance s to a fixed point, has to satisfy

$$\ddot{\varphi} + 3 \coth s \dot{\varphi} + \kappa^2 \varphi = 0 \quad (8.1a)$$

for time-like connection,

$$\ddot{\varphi} + 3 \cotg s \dot{\varphi} - \kappa^2 \varphi = 0 \quad (8.1b)$$

for space-like connection,

where the dot indicates the differentiation with respect to s . In terms of Legendre functions the solutions are

$$(\sinh s)^{-1} P_{i\alpha-1/2}^1(\cosh s), (\sinh s)^{-1} Q_{i\alpha-1/2}^1(\cosh s), \quad (8.2a)$$

resp.

$$(\sin s)^{-1} P_{i\alpha-1/2}^1(\cos s), (\sin s)^{-1} Q_{i\alpha-1/2}^1(\cos s). \quad (8.2b)$$

A propagation function $D_1(x, \xi)$ can be constructed from (8.2) which is regular for fixed x and varying ξ except on the light cone of x , and the leading term at the light cone is $(2\pi^2 s^2)^{-1}$ for space-like connection and $-(2\pi^2 s^2)^{-1}$ for time-like connection. $D_1(x, \xi)$ is given by

$$(2\pi^2 \sinh s)^{-1} \{Q_{i\alpha-1/2}^1(\cosh s) + \pi/2 \tanh i\alpha\pi \cdot P_{i\alpha-1/2}^1(\cosh s)\}, \quad (8.3a)$$

resp.

$$-(2\pi^2 \sin s)^{-1} \{Q_{i\alpha-1/2}^1(\cos s) + \pi/2 \tanh i\alpha\pi \cdot P_{i\alpha-1/2}^1(\cos s)\}. \quad (8.3b)$$

For points ξ which cannot be connected with the point x by a geodesic, $D_1(x, \xi)$ can be continued without singularities and still be a solution of the homogeneous wave equation.

Consider now a volume V which is contained between two space-like surfaces Σ' and Σ'' in the past of the point $P = (x^0, x^1, x^2, x^3)$. Outside the light cone H of P a cone H' is chosen which is generated by geodesics through P . A similar cone H'' is chosen inside H . V is defined by the space between Σ' and Σ'' except for the space between H' and H'' . Let S be the surface of V ; S consists of parts which belong to Σ' , Σ'' , H' , and H'' . With an arbitrary function ψ and with f defined by (1.9) it follows from Green's formula that

$$\int_V D_1(x, \xi) f(\xi) dV = \int_S \left\{ D_1(x, \xi) \frac{\partial \psi}{\partial \xi^j} - \frac{\partial D_1(x, \xi)}{\partial \xi^j} \psi(\xi) \right\} dS^j. \quad (8.4)$$

The sign of dS^j is determined such that

$$\delta x^j dS_j > 0 \quad (8.5)$$

for an arbitrary displacement δx^j pointing out of V .

The left hand side of (8.4) has a well defined limit as H' and H'' approach H , provided that for the intersections Q , Q' , and Q'' of a space-like curve with H , H' , and H'' we have

$$\lim \frac{\text{distance } QQ'}{\text{distance } QQ''} = 1. \quad (8.6)$$

The contributions to the right-hand side of (8.4) which come from Σ' , Σ'' , H' , and H'' do not tend to a finite limit separately. However

the contributions from H' and H'' can be integrated exactly between Σ' and Σ'' , and the result of this integration just cancels the terms in the contributions from Σ' and Σ'' which do not tend to a finite limit. Therefore equation (8.4) can now be written with the convention (1.6) as

$$\begin{aligned} & \mathfrak{F} \int_{\Sigma'} \left\{ D_1(x, \xi) \frac{\partial \psi}{\partial \xi^j} - \frac{\partial D_1(x, \xi)}{\partial \xi^j} \psi(\xi) \right\} d\Sigma' = \\ & = \mathfrak{F} \int_{\Sigma''} \left\{ D_1(x, \xi) \frac{\partial \psi}{\partial \xi^j} - \frac{\partial D_1(x, \xi)}{\partial \xi^j} \psi(\xi) \right\} d\Sigma'' + \mathfrak{P} \int_V D_1(x, \xi) f(\xi) dV. \quad (8.7) \end{aligned}$$

The symbols \mathfrak{F} and \mathfrak{P} indicate the limiting process which has to be used in order to make each term well defined. \mathfrak{P} is a Cauchy principal value connected to the condition (8.6). In each of the two surface integrals \mathfrak{F} means that the integrand has to be expanded about the intersection of Σ with H in powers of the distance perpendicular to this intersection and only those terms have to be retained which give a finite contribution to the surface integral in the sense of a Cauchy principal value with condition (8.6). With these definitions for \mathfrak{P} and \mathfrak{F} equation (8.7) holds even if P has an arbitrary position with respect to Σ' and Σ'' , provided P does not lie in Σ' or Σ'' .

As a consequence of (8.7) an arbitrary solution ψ of the homogeneous wave equation has a unique adjoint function $\bar{\psi}$ which is given by

$$\bar{\psi}(x) = \mathfrak{F} \int_{\Sigma} \left\{ -\frac{\partial D_1(x, \xi)}{\partial \xi^j} \psi(\xi) - D_1(x, \xi) \frac{\partial \psi}{\partial \xi^j} \right\} d\Sigma^j. \quad (8.8)$$

The transition from ψ to $\bar{\psi}$ is invariant with respect to the group of motions which was defined in section 2. Moreover $\bar{\psi}(x)$ satisfies the homogeneous wave equation. If the correspondence (8.8) is symbolically represented by T , it will be shown that

$$T^2 = -E, \quad (8.9)$$

where E is the identity. Therefore each solution $\psi(x)$ of the homogeneous wave equation can be uniquely written as the sum of two solutions $\psi^{(+)}(x)$ and $\psi^{(-)}(x)$, i. e.

$$\psi(x) = \psi^{(+)}(x) + \psi^{(-)}(x), \quad (8.10)$$

where

$$\psi^{(+)} = 1/2(E + iT) \psi, \quad \psi^{(-)} = 1/2(E - iT) \psi.$$

In the case of a spinor ψ which satisfies equation (5.16), the integral

(8.8) can be transformed in a way similar to (7.13) with the help of (7.9). This gives

$$\bar{\psi}(x) = - \int_{\dot{\Sigma}} K_1(x, \xi) \alpha_j(\xi) \psi(\xi) d\Sigma^j \quad (8.11)$$

with

$$K_1(x, \xi) = -i(M_y - 1 - i\alpha) D_1(x, \xi).$$

Because of (5.19), $\psi(x)$ is again a solution of Dirac's equation (5.16).

To prove (8.9) it is sufficient to show its validity for the complete set of solutions of the homogeneous wave equation which was discussed in section 3. The transforms $\bar{\psi}$ for this set follow from writing (8.3b) as

$$D_1(x, \xi) = \sum_{m \neq 0} c_m V_m(\cos s) \quad (8.12)$$

with

$$c_m d_m = -1$$

and

$$d_m = -\pi^{-2} \cos i\alpha \pi \Gamma(1/2(m + 5/2 + i\alpha)) \Gamma(1/2(m + 5/2 - i\alpha)) \times \\ \times \Gamma(1/2(-m + 1/2 + i\alpha)) \Gamma(1/2(-m + 1/2 - i\alpha)).$$

Formula (8.12) is a consequence of the addition theorem for generalized Legendre functions¹³). The transforms ψ are

$$\begin{aligned} d_m h_m(x^0) Y_m^\mu & \text{ for } g_m(x^0) Y_m^\mu, \\ c_m g_m(x^0) Y_m^\mu & \text{ for } h_m(x^0) Y_m^\mu, \end{aligned} \quad (8.13)$$

and the relation (8.9) follows immediately.

$D(x, \xi)$ and $D_1(x, \xi)$ can be written as

$$D(x, \xi) = \sum_m (h_m(x^0) g_m(\xi^0) - g_m(x^0) h_m(\xi^0)) V_m(\cos \sigma), \quad (8.14)$$

$$D_1(x, \xi) = \sum_m (c_m g_m(x^0) g_m(\xi^0) - d_m h_m(x^0) h_m(\xi^0)) V_m(\cos \sigma). \quad (8.15)$$

These formulas can be proved by inserting them into (1.10) and (8.8) with (3.5) for a space-like surface $x^0 = \text{const.}$ Another D -function is defined by

$$2 D_2(x, \xi) = \varepsilon(x^0 - \xi^0) D(x, \xi) + i D_1(x, \xi). \quad (8.16)$$

It has the representation

$$\begin{aligned} & 2 D_2(x, \xi) = \\ & = \sum_m i c_m (g_m(x^0) \pm i d_m h_m(x^0)) (g_m(\xi^0) \mp i d_m h_m(\xi^0)) V_m(\cos s), \end{aligned} \quad (8.17)$$

with the upper sign for $x^0 > \xi^0$ and the lower sign for $x^0 < \xi^0$.

9. The positive and negative energy states of a spinor.

Let \sim indicate the operation of taking the complex conjugate (not the Hermitian conjugate). A matrix C can be defined¹⁴⁾ (with $C\tilde{C} =$ unit matrix) such that the spinor $\hat{\psi}(x)$ which is given by

$$\hat{\psi}(x) = \tilde{C}\psi(x), \quad (9.1)$$

is a solution of (5.16), provided $\psi(x)$ is a solution of (5.16). In the set (6.16) of γ -matrices C is given by

$$C = \gamma_2 \gamma_4 \gamma. \quad (9.2)$$

The correspondence (9.1) between ψ and $\hat{\psi}$ is invariant under the group of motions which was defined in section 2, and it does not change the current vector (5.10) or (7.10). Let this correspondence be represented symbolically by S .

The correspondence T , i.e. (8.8), and the correspondence S , i.e. (9.1), are connected for an arbitrary solution ψ of Dirac's equation (5.16) by the relations

$$\begin{aligned} (E + iT) S(E + iT) \psi &= 0, \\ (E - iT) S(E - iT) \psi &= 0, \end{aligned} \quad (9.3)$$

or $S\psi^{(+)}$ resp. $S\psi^{(-)}$ are of the type $\psi^{(-)}$ resp. $\psi^{(+)}$.

The relations (9.3) are easily reduced to

$$TS\psi = ST\psi. \quad (9.4)$$

This last equation can be proved separately for each solution of the complete set in section 6. Moreover it is sufficient to show (9.4) for a particular space-like surface, e.g. the surface $x^0 = 0$, because both spinors $TS\psi$ and $ST\psi$ are solutions of the first order wave equation (5.16). These two spinors are easily computed for each eigenvalue n in the set (6.16) of γ -matrices with the help of (6.13) and (8.13). They are found to be equal, provided the following recursion formula is true

$$c_{m+1}(ia - m - 2) = \bar{c}_m(ia - m - 1) \quad (9.5)$$

for the coefficient c_m in (8.13). Equation (9.5) follows indeed from (8.12), if c_m is defined with the complex mass term $\alpha = a + i/2$.

Equation (8.10) shows explicitly how to split an arbitrary spinor into $\psi^{(+)}$ and $\psi^{(-)}$, and it is now legitimate to interpret $\psi^{(+)}$ as a "positive energy" state and $\psi^{(-)}$ as a "negative energy" state. $\psi^{(+)}$ is orthogonal to $\psi^{(-)}$ in the normalization (5.20). The spinors in the complete set of section 6 can therefore be uniquely determined by four labels.

namely the eigenvalues of the four operators $t = iT$, N , M_{12} , and M_{34} . The functions $\varphi'(x^0)$ and $\varphi''(x^0)$ in (6.21) can indeed be worked out for $t = +1$ and $t = -1$.

The matrices $K(x, \xi)$ and $K_1(x, \xi)$ in (7.13) and (8.11) can be represented as sums over the complete set of spinors ψ_ω , where ω stands for a set of simultaneous eigenvalues of t , N , M_{12} , and M_{34} . It is found that

$$\begin{aligned} K(x, \xi) &= \sum_{\omega} \psi_{\omega}(x) \psi_{\omega}^+(\xi), \\ K_1(x, \xi) &= -i \sum_{\omega} t \psi_{\omega}(x) \psi_{\omega}^+(\xi), \\ K_2(x, \xi) &= \begin{cases} \sum_{t>0} \psi_{\omega}(x) \psi_{\omega}^+(\xi) & \text{for } x^0 > \xi^0, \\ -\sum_{t<0} \psi_{\omega}(x) \psi_{\omega}^+(\xi) & \text{for } x^0 < \xi^0. \end{cases} \end{aligned} \quad (9.6)$$

The proof follows from inserting these formulas into (7.13) and (8.11) with Σ given by $x^0 = \text{const.}$ The similarity with the S -functions in flat space is obvious.

10. Example of second quantization.

Consider a spinor field Ψ which is coupled to a real pseudoscalar field φ by a pseudoscalar coupling. The Lagrangian of the system is given by

$$L = i(\Psi^+ \alpha^k \Psi_{,k} + \alpha \Psi^+ \Psi) + 1/2(g^{jk} \varphi_{,j} \varphi_{,k} + \kappa^2 \varphi^2) + k \varphi \Psi^+ \alpha \Psi. \quad (10.1)$$

The field equations are

$$\begin{aligned} \alpha^k \Psi_{,k} + a \Psi - i k \varphi \alpha \Psi &= 0, \\ \Psi^+_{,k} \alpha^k - a \Psi + i k \varphi \Psi^+ \alpha &= 0, \end{aligned} \quad (10.2)$$

$$g^{jk} \varphi_{,jk} - \kappa^2 \varphi - k \Psi^+ \alpha \Psi = 0. \quad (10.3)$$

From these field equations follow the equation of continuity (4.4) with (7.10) and the conservation law (1.4) with the energy-momentum tensor

$$\begin{aligned} T_{jk} &= i/4(\Psi^+ \alpha_j \Psi_{,k} + \Psi^+ \alpha_k \Psi_{,j} - \Psi^+_{,k} \alpha_j \Psi - \Psi^+_{,j} \alpha_k \Psi) + \\ &+ \varphi_{,j} \varphi_{,k} - 1/2 g_{jk} (g^{mn} \varphi_{,m} \varphi_{,n} + \kappa^2 \varphi^2). \end{aligned} \quad (10.4)$$

Equations (10.2) and (10.3) can be written as integral equations with the help of Hadamard's formula (1.10), namely

$$\begin{aligned} \Psi(x) = & -ik \int_{\Sigma} K(x, \xi) \alpha(\xi) \Psi(\xi) \varphi(\xi) dV - \\ & - \int_{\Sigma} K(x, \xi) \alpha^j(\xi) \Psi(\xi) d\Sigma_j, \end{aligned} \quad (10.5)$$

$$\begin{aligned} \varphi(x) = & -k \int_{\Sigma} D(x, \xi) \Psi^+(\xi) \alpha(\xi) \Psi(\xi) dV + \\ & + \int_{\Sigma} \left\{ \frac{\partial D(x, \xi)}{\partial \xi^j} \varphi(\xi) - D(x, \xi) \frac{\partial \varphi}{\partial \xi^j} \right\} d\Sigma_j. \end{aligned} \quad (10.6)$$

$K(x, \xi)$ is the same as for the free spinors, whereas $D(x, \xi)$ is given by (2.8) with the real mass term κ^2 .

The transition from a c -number theory to a q -number theory will first be made on a particular space-like surface Σ which is described by three parameters r^1, r^2, r^3 . On Σ a vector field $\tau_i(r^1, r^2, r^3)$ can be defined by

$$d\Sigma_i = \tau_i(v^1, v^2, v^3) dv^1 dv^2 dv^3 \quad (10.7)$$

with the convention (1.6). It simplifies the writing in the forthcoming derivation if this Σ is assumed to be imbedded in a continuous sequence of space-like surfaces. Each surface in this sequence is labeled by a parameter u^0 , and the points in each surface are labeled by parameters u^1, u^2, u^3 in such a way, that the curves $u^1 = \text{const.}$, $u^2 = \text{const.}$, $u^3 = \text{const.}$ are orthogonal to the surfaces $u^0 = \text{const.}$ The parameters u^0, u^1, u^2, u^3 are used as new coordinates and the new metric tensor has the property

$$g_{j0} = g_{0j} = 0 \quad \text{for} \quad j = 1, 2, 3. \quad (10.8)$$

Two auxiliary fields are defined by

$$\Phi(u) = (-g)^{1/2} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial \Psi}{\partial u^0} \right)} = i(-g)^{1/2} \Psi^+(u) \alpha^0, \quad (10.9)$$

$$\pi(u) = (-g)^{1/2} \frac{\partial L}{\partial \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u^0} \right)} = (-g)^{1/2} g^{00} \frac{\partial \varphi}{\partial u^0}. \quad (10.10)$$

The field equations can now be written as

$$\partial/\partial u^0 \Phi = - \sum_1^3 \partial/\partial u^k (\Phi \alpha_0 \alpha^k) + \Phi \alpha_0 \left(\sum_0^3 \alpha^j A_j - i k \alpha \varphi + a \right), \quad (10.11)$$

$$\begin{aligned} \partial/\partial u^0 \pi = & - \sum_1^3 \partial/\partial u^j \left((-g)^{1/2} g^{jk} \cdot \partial/\partial u^k \varphi \right) + \\ & + (-g)^{1/2} (\kappa^2 \varphi + k \Psi^+ \alpha \Psi). \end{aligned} \quad (10.12)$$

Moreover a sort of Hamiltonian H_Σ can be defined on Σ by

$$H_\Sigma = \int_\Sigma \mathfrak{H}(u) du^1 du^2 du^3 \quad (10.13)$$

with

$$\mathfrak{H}(u) = (-g)^{1/2} L - \Phi \cdot \partial/\partial u^0 \Psi - \pi \cdot \partial/\partial u^0 \varphi.$$

This definition applies to each surface in an arbitrary sequence of space-like surfaces. This is important because H_Σ will be used later to show the compatibility of the commutation rules with the field equations. On the other hand H_Σ is not in general a constant of motion, except e.g. in the following special case. Let the sequence of space-like surfaces be generated by a 1-parameter group of motions in such a way that the curves perpendicular to the surfaces are the trajectories of the motion. The metric tensor does not depend on the coordinate u^0 . Moreover after a proper choice of the coordinates in the spin space, covariant differentiation and ordinary differentiation with respect to u^0 become identical. Then H_Σ turns out to be the same as the constant of motion (1.7) with $i = 0$ and (10.4). However compared to the cartesian coordinates in flat space this special coordinate system has the disadvantage that it is not regular everywhere and the surface Σ does not sweep over all points in the space. A similar situation arises in flat space if one chooses a coordinate system whose time-like coordinate is the parameter of a hyperbolic rotation (restricted Lorentz transformation). Therefore a general coordinate system will be used henceforth.

The components of the spinors $\Phi(u)$ and $\Psi(u)$, and the pseudoscalar fields $\varphi(u)$ and $\pi(u)$ are now considered as operators which satisfy on a fixed space-like surface $u^0 = \text{const.}$ the (anti)commutation rules

$$\begin{aligned} \{\Phi_a(u), \Psi_b(u')\} &= -i \delta_{ab} \delta(u - u'), \\ \{\Phi_a(u), \Phi_b(u')\} &= \{\Psi_a(u), \Psi_b(u')\} = 0; \end{aligned} \quad (10.14)$$

$$\begin{aligned} [\pi(u), \varphi(u')] &= i \delta(u - u'), \\ [\pi(u), \pi(u')] &= [\varphi(u), \varphi(u')] = 0; \end{aligned} \quad (10.15)$$

$\Phi_a(u)$ and $\Psi_b(u)$ commute with $\varphi(u)$ and $\pi(u)$ on $u^0 = \text{const.}$ As

usual $\{, \}$ stands for the anticommutator and $[,]$ for the commutator. $\delta(u - u')$ is the triple δ -function for the coordinates u^1, u^2, u^3 on the space-like surface $u^0 = \text{const.}$

The question arises whether the commutation rules (10.14) and (10.15) are compatible with the field equations. The propagation formulas (10.5) and (10.6) show indeed how to compute the field operators for the whole space, if they are given on a particular space-like surface. On the other hand the commutation rules (10.14) and (10.15) can be postulated equally well on any of the surfaces $u^0 = \text{const.}$ The two procedures are consistent with each other, if it follows from the field equations and the commutation rules on a particular surface $u^0 = \text{const.}$, that the derivatives with respect to u^0 of the (anti)commutators (10.14) and (10.15) vanish. It is then indeed legitimate to put these (anti)commutators equal to a c -number independent of u^0 . Therefore consider for instance the derivative

$$\partial/\partial u^0 \{ \Phi_a(u), \Psi_b(u') \}. \quad (10.16)$$

It follows from (10.9), (10.10), (10.11), and (10.12) in the usual manner with the help of (10.14) and (10.15) that

$$\begin{aligned} \partial/\partial u^0 \Phi &= i[H_{\Sigma}, \Phi(u)], \quad \partial/\partial u^0 \Psi = i[H_{\Sigma}, \Psi(u)]; \\ \partial/\partial u^0 \pi &= i[H_{\Sigma}, \pi(u)], \quad \partial/\partial u^0 \varphi = i[H_{\Sigma}, \varphi(u)]. \end{aligned} \quad (10.17)$$

Thus the expression (10.16) becomes

$$i\{[H_{\Sigma}, \Phi_a(u)], \Psi_b(u')\} + i\{\Phi_a(u), [H_{\Sigma}, \Psi_b(u')]\},$$

and this is written using Jacobi's identity as

$$i[H_{\Sigma}, \{\Phi_a(u), \Psi_b(u')\}].$$

But this last commutator vanishes, because the anticommutator $\{\Phi_a(u), \Psi_b(u')\}$ is a c -number.

The (anti)commutators in (10.14) and (10.15) can be written without the help of the special coordinate system (10.8). It follows from (10.7) that for instance

$$\{\Psi_a(v), \Phi_b(v')\} = -i\delta(v - v')\delta_{ab}, \quad (10.18)$$

with

$$[\pi(v), \varphi(v')] = i\delta(v - v'), \quad (10.19)$$

$$\Phi = i\Psi^{\tau}(\alpha^i \tau_i) \quad \text{and} \quad \pi = \varphi_{,j} g^{jk} \tau_k,$$

which is obviously independent of the particular coordinate system.

It is easy to construct operators which satisfy the postulated commutation rules on a particular space-like surface, e.g. $x^0 = 0$ in the coordinate system (2.13). For this purpose the complete sets of solutions which were discussed in section 3 and section 6 can be used exactly as complete sets of plane waves are used in flat space. But it is not necessary here to make an assumption such as the "big but finite" box in order to make these sets denumerable. If the coupling between pseudoscalar and spinor field vanishes, i. e. if $k = 0$, such a representation is valid throughout the whole space. Moreover the commutation rules can now easily be deduced for two arbitrary points x and ξ in the space. The propagation formulas (10.5) and (10.6) with $k = 0$ reduce indeed every operator to its values on a particular space-like surface Σ through the point ξ , so that (10.14) and (10.15) can be applied. This gives

$$\begin{aligned} \{\Psi_a(x), \Psi_b(\xi)\} &= K_{ab}(x, \xi), \\ i[\varphi(x), \varphi(\xi)] &= D(x, \xi), \end{aligned} \quad (10.20)$$

and all the other (anti)commutators vanish. Finally the distinction between "positive energy" and "negative energy" states of section 9 can be used to define the vacuum according to Dirac's hole theory. The interpretation of the various field operators in terms of creation and annihilation will thus be the same as in flat space. Therefore all the necessary elements have been assembled from which to compute the effects of coupling between the spinor field and the pseudoscalar field using the same methods as in flat space.

These methods use expansions of the D -functions which are similar to (8.14) etc. The integrations over the coordinates can then be performed and one is left with a summation over the parameter of the expansion. This summation has a very intuitive interpretation in terms of intermediate states and virtual processes among them. The difficulty in applying this method to the present case consists in performing the integration over the coordinates. Indeed the solutions of section 3 and 6 do not depend on the space and time coordinates in such a simple manner as the plane waves of flat space. In spite of these mathematical difficulties it may be of some interest to investigate the interaction between quantized wave fields in this more general theory.

The author wishes to express his sincere gratitude to Professor MAX DRESDEN for his many helpful discussions and very valuable advice.

Department of Physics, University of Kansas,
Lawrence, Kansas, U.S.A.

References.

- ¹⁾ P. A. M. DIRAC, *Ann. of Math.* **36**, 657 (1935). For a number of recent papers, cf. M. IKEDA, *Prog. Theor. Phys.* **10**, 483 (1953).
- ²⁾ L. P. EISENHART, *Riemannian Geometry* (Princeton University Press, Princeton 1949).
- ³⁾ J. HADAMARD, *Lectures on Cauchy's Problem in linear partial differential Equations* (Yale University Press, New Haven 1923).
- ⁴⁾ Cf. ref. 2, p. 204.
- ⁵⁾ R. COURANT und D. HILBERT, *Methoden der Mathematischen Physik* (Springer, Berlin 1937), vol. **2**, p. 443; M. RIESZ, *Acta Mathematica* **81**, 1 (1949).
- ⁶⁾ Cf. B. L. VAN DER WAERDEN, *Die gruppentheoretische Methode in der Quantenmechanik* (Springer, Berlin 1932), p. 12.
- ⁷⁾ Cf. P. APPELL et J. KAMPÉ DE FÉRIET, *Fonctions hypergéométriques et hypersphériques* (Gauthier-Villars, Paris 1926).
- ⁸⁾ E. W. HOBSON, *The Theory of Spherical and Ellipsoidal Harmonics* (Cambridge University Press, Cambridge, 1931).
- ⁹⁾ This is an example of Hadamard's conjecture as discussed by Courant and Hilbert, ref. 5, p. 438.
- ¹⁰⁾ Ref. 1.
- ¹¹⁾ Ref. 6, p. 84.
- ¹²⁾ E.g. E. SCHRÖDINGER, *Preuss. Akad. Wiss. Sitzungsber.* (1932), p. 105 and W. PAULI, *Ann. d. Phys.* **18**, 337 (1933).
- ¹³⁾ Cf. J. LENSE, *Kugelfunktionen* (Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig 1950), p. 211.
- ¹⁴⁾ Cf. W. PAULI, *Annales de l'Institut H. Poincaré* **6**, 109 (1936).

Über den Zwischenzustand stromdurchflossener Supraleiter

von L. Rinderer.

Institut für Kalorische Apparate und Kältetechnik
Eidgenössische Technische Hochschule, Zürich

(25. IV. 1956.)

Inhaltsangabe. Der Verlauf des Widerstandes bei Zerstörung der Supraleitung durch Ströme wurde an zylinderförmigen Zinnproben von verschiedener Reinheit untersucht und mit den bestehenden Theorien verglichen. Die Übergänge kommen bei Restwiderständen von $R_{3,8}/R_{300} = 2 \cdot 10^{-4}$ dem von LANGEVIN, LONDON und SHOENBERG angegebenen Verlauf sehr nahe.

Untersucht wurde ferner das Verhalten des Widerstandes stromdurchflossener Supraleiter in longitudinalen Aussenfeldern beim Übergang zwischen Supraleitung und Normalleitung. Die Ergebnisse stehen in guter Übereinstimmung mit den nach einer Erweiterung der Londontheorie berechneten Übergangskurven.

Mit Hilfe von Messungen über die Zerstörung der Supraleitung durch Ströme und transversale Aussenfelder gelang es, das Gebiet des Zwischenzustandes im $H_I - H_L$ -Diagramm abzugrenzen und den Widerstandsverlauf im Übergangsgebiet anzugeben. Vor allem aber war es mit diesen Untersuchungen möglich, den Zwischenzustandskern des Langevin-London-Modelles experimentell nachzuweisen und seinen Durchmesser auf direkter Weise zu bestimmen. Der Vergleich mit den theoretischen Werten zeigt gute Übereinstimmung.

1. Einleitung.

Bereits KAMERLINGH-ONNES¹⁾ machte die Beobachtung, dass sich in einem stromdurchflossenen Supraleiter wieder ein Widerstand einstellt, sobald der Belastungsstrom über einen bestimmten Wert erhöht wird. SILSBEE²⁾³⁾ stellte später die Hypothese auf, dass die Supraleitung zerstört wird, sobald das vom Belastungsstrom herrührende Magnetfeld an der Probenoberfläche gleich dem von aussen angelegten kritischen Feld wird.

SILSBEE berichtet von der theoretischen Behandlung des stromdurchflossenen zylindrischen Supraleiters durch LANGEVIN⁴⁾, der bereits von einem „gemischten“ Zustand beim Übergang zur Supraleitung spricht. Später wendet F. LONDON⁵⁾⁶⁾ seine Theorie des Zwischenzustandes auf den Phasenübergang eines stromdurchflossenen unendlich langen zylindrischen Supraleiters an. Mit ihr erhält er einen theoretischen Widerstandsverlauf dieses sogenannten „Stromüberganges“, der erst viel später von ALEXEEVSKY⁷⁾ und

SCOTT⁸⁾ experimentell untersucht wurde. Die Diskrepanzen zwischen Theorie und den sehr unvollständigen experimentellen Ergebnissen liessen eine genauere Untersuchung dieses Problems notwendig erscheinen, zumal gerade in jüngster Zeit ein Vorschlag für eine neue Theorie über den Zwischenzustand stromdurchflossener Supraleiter von GORTER⁹⁾ angedeutet wurde.

Über das Verhalten des Widerstandes stromdurchflossener Supraleiter im longitudinalen Aussenfeld bestehen nur einige wenige Messungen von ALEXEEVSKY⁷⁾. Das Fehlen einer umfassenden Behandlung schien uns eine ernste Lücke. Es wurde deshalb die London-Theorie auf den Stromübergang im longitudinalen Aussenfeld erweitert und mit den Experimenten verglichen.

Über das Problem des Stromüberganges im äusseren transversalen Feld bestehen bisher überhaupt keine Messungen. Seine eingehende Behandlung sollte die Begrenzung des Zwischenzustandsgebietes im Eigenstrom-Aussenfeld-Diagramm ermöglichen. Vor allem sollte aber der Fall des überkritischen Stromes im Transversalfeld eine direkte Bestimmung des Zwischenzustandskernes zulassen und so vom experimentellen Standpunkt zur Klärung der Frage nach der Berechtigung des Langevin-London-Modelles beitragen.

2. Proben und Apparatur.

Das für die Untersuchungen über den Widerstandsverlauf beim Übergang zur Supraleitung verwendete Zinn war teilweise chemisch reines Bankazinn (99,98% Reinheit) und teilweise spektroskopisch reines Zinn von JOHNSON und MATTHEY (Lab. Nr. 9875), London. Dieses wurde in einer mit kolloidalem Graphit ausgestrichenen Kupferform zu Stäbchen gegossen und mittels Düsen auf den Durchmesser von 0,75 mm heruntergezogen. Die dabei erhaltenen polykristallinen, zylindrischen Proben wurden etwa 12 Stunden lang bei 100° C getempert. Die mit dem Mikroskop beobachtbaren Unebenheiten an deren Oberfläche waren weniger als $2 \cdot 10^{-3}$ mm tief. Tabelle 1 gibt eine Zusammenstellung der verwendeten Proben mit ihren Restwiderständen:

Tabelle 1.

Probe	Zinnart	Probenlänge mm	Restwiderstand $R_{3,8}/R_{300}$
Sn 1	Bankazinn	43	$3,2 \cdot 10^{-3}$
Sn 2	Bankazinn	43	$3,2 \cdot 10^{-3}$
Sn 3	Bankazinn	45	$3,2 \cdot 10^{-3}$
Sn 5	Bankazinn	45	$6,0 \cdot 10^{-3}$
Sn 6	Bankazinn	45	$3,8 \cdot 10^{-3}$
Sn 7	Johnson & Matthey	45	$2,0 \cdot 10^{-4}$

Die Befestigungsart der Strom- und Potentialzuführungen an den Proben zum Zwecke der Widerstandsmessungen erwies sich als sehr wichtig für die Güte der Übergangskurven. Bei den ersten Versuchen wurden die Strom- und Spannungssonden mittels Woodschen Metalls an den Zinnproben aufgelötet. Die auf diese Weise erhaltenen Übergangskurven weisen grosse „Füsse“ auf (siehe Fig. 6), wie sie auch in den Messungen von ALEXEEVSKY⁷⁾ beobachtet werden können.

Wesentlich verbessert wurden die Kurven, nachdem die Potentialsonden federnd um die Proben gespannt wurden. Zur Verbesserung des Kontaktes bestanden die Sonden aus verzinnnten Kupferdrähtchen von 0,05 mm Durchmesser (siehe Fig. 1). Zudem haben

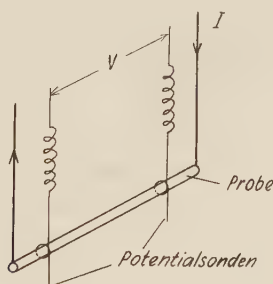


Fig. 1.

Befestigung der Potentialsonden an den zylinderförmigen Zinnproben.

Messungen gezeigt, dass das Feld der Stromzuführungen die Messwerte ein wenig verfälscht, so dass die Stromrückführung schliesslich als ein die Probe koaxial umschliessendes Kupferrohr ausgebildet wurde.

Diese Probehalterung befand sich im Heliumbad eines Kryostaten, bestehend aus einem Heliumdewar aus Pyrexglas, umgeben von einem Dewar für flüssige Luft. Trotz der relativ dicken Stromzuführungen (abgestuft von 1,0 mm bis 0,5 mm Kupferdraht), die gleichzeitig auch Wärme von aussen dem Heliumbad zuführten, war der Kryostat so gut gegen Wärmeverluste geschützt, dass mit einer Heliumfüllung bis zu 12 Stunden gemessen werden konnte. Die Temperatur wurde aus dem Dampfdruck des Heliumbades bestimmt. Dazu befand sich parallel zu einem Quecksilbermanometer ein mit Dibutylphtalat (spez. Gew. 1,1) gefülltes Differentialmanometer, mit dessen Hilfe kleinste Temperaturschwankungen beobachtet und die Widerstandsänderung innerhalb sehr kleiner Temperaturbereiche verfolgt werden konnte.

Die Fehler infolge des hydrostatischen Druckes des Heliums über der Probe waren kleiner als $0,001^\circ \text{ K}$ und wurden vernachlässigt. Zur Konstanthaltung der Temperatur des Heliumbades wurde ein Manostat in modifizierter Form verwendet. Dabei war das Puffer-volumen, das für den Dampfdruck und somit auch für die Temperatur im Kryostaten verantwortlich ist, mit einem verstellbaren Zusatzvolumen ausgestattet, mit dem der Einfluss von Schwankungen der Zimmertemperatur leicht kompensiert werden konnte. Diese Anordnung gestattete die Temperatur auf $1/1000^\circ \text{ K}$ genau einzuregulieren. Besonders geeignet war diese Reguliervorrichtung zur mühelosen Verfolgung von Widerstandsänderungen innerhalb einem Temperaturbereich von $1/100^\circ \text{ K}$.

Der Probestrom wurde grossen Akkumulatorbatterien entnommen. Um den an den Proben auftretenden Spannungsabfall beachten zu können, war eine Spannungsempfindlichkeit von etwa 10^{-8} Volt notwendig, was mit einem Galvanometerverstärker nach MACDONALD¹⁰⁾ erreicht werden konnte. Für einzelne Übergangskurven an reinsten Proben und kleinsten Meßströmen wurde ein besonderer Gleichstromverstärker entwickelt, der wie bei BUSCH¹¹⁾ an Stelle der geteilten Photozellen zwei Photomultiplier vom Typ 931A

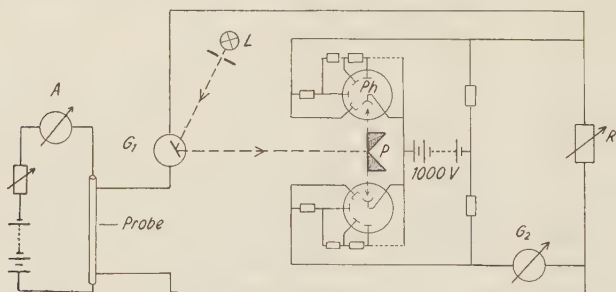


Fig. 2.

Schematische Darstellung der Apparatur zur Verfolgung des Widerstandsverlaufes beim Übergang zwischen Normalleitung und Supraleitung.

L = Lichtquelle; G_1 = Primärgalvanometer; P = Prismen zur Teilung des Lichtstrahles; Ph = Photomultiplier Typ 931A; R = Rückkoppelungswiderstand, G_2 = Anzeigegalvanometer.

besitzt. (Siehe Fig. 2.) Mit ihm konnten Spannungen bis $3 \cdot 10^{-9}$ Volt gemessen werden.

Das für die Zerstörung der Supraleitung erforderliche Aussenfeld wurde in einer luftgekühlten Kupferspule (Innendurchmesser = 10 cm, Länge = 30 cm) erzeugt, an dessen Enden eine Korrekturwicklung¹²⁾ angebracht war. Dadurch war die Feldinhomogenität über eine Länge von 10 cm längs der Achse kleiner als 0,2%, was

bei Probenlängen von etwa 4,5 cm die Übergangskurven nicht merklich beeinflussen konnte. Das Erdfeld wurde durch zwei Paare Helmholtzspulen, 50 und 35 cm im Durchmesser auf weniger als $2 \cdot 10^{-3}$ Oersted kompensiert.

3. Zerstörung der Supraleitung durch Ströme.

3.1. Grundlagen und bisherige Ergebnisse.

Nach der Silsbeeschen Hypothese stellt sich in einem Supraleiter wieder ein Widerstand ein, sobald das Magnetfeld des Stromes an der Oberfläche des Supraleiters das kritische Feld H_c (in Oersted) erreicht. Im folgenden sollen die Verhältnisse in einem langen zylindrischen Draht (Radius a in cm), der von einem Strom I (in elektromagnetischen Einheiten; $1 \text{ EME} = 10 \text{ Ampère}$) durchflossen ist, betrachtet werden. Sobald der Strom den Wert $I_c = aH_c/2$ übersteigt, wird das Feld an der Oberfläche grösser als H_c und dringt in den Supraleiter ein. Wenn man nun annimmt, dass sich die Supraleitung einfach auf einen Kern zusammenzieht, dessen Radius b kleiner als der des Drahtes ist, würde sich der gesamte Strom in diesen Kern zurückziehen. An der Grenze zwischen supraleitendem Kern und normalleitendem Mantel erzeugt dieser Strom dann aber ein Feld, das sogar grösser ist als das kritische. Das bedeutet, dass sich der Kern immer mehr verkleinert, bis der ganze Draht wieder normalleitend ist. Dann herrscht aber über dem ganzen Querschnitt wieder eine einheitliche Stromverteilung, und im grössten Teil des Querschnittes wäre das Feld kleiner als H_c , so dass dieser Teil nicht im normalleitenden Zustand sein könnte. Nun haben LANGEVIN⁴⁾ und LONDON⁵⁾⁶⁾ gezeigt, dass, da der Kern weder supra- noch normalleitend sein kann, er im sogenannten Zwischenzustand sein muss, in dem das Feld überall $H = H_c$ ist. Um diesen Übergang analytisch erfassen zu können, geht man von folgenden Annahmen aus:

a) Die Stromverteilung im Kern soll so sein, dass überall das Feld gleich dem kritischen ist. Die Stromdichte j im Kern ist dann $j = H_c/(4\pi r)$.

b) An der Grenze von Zwischenzustandskern und normalleitendem Mantel gehen die beiden Zustände stetig ineinander über, so dass die Stromdichte kontinuierlich sein muss, und zwar gleich der, die in der normalleitenden Hülle ist.

Mit diesen beiden Bedingungen erhält man den Radius b des Kernes in Funktion des die Probe durchsetzenden Gesamtstromes zu

$$b = a \left[I/I_c - \sqrt{(I/I_c)^2 - 1} \right]. \quad (1)$$

Nimmt man ferner an, dass das elektrische Feld über dem ganzen Querschnitt konstant ist, so erhält man folgenden Ausdruck für den Widerstandsverlauf des Stromüberganges

$$R/R_n = \frac{1}{2} [1 + \sqrt{1 - (I_c/I)^2}] \quad \text{für } I \geq I_c. \quad (2)$$

Dabei ist R der Widerstand der Probe (in Ohm), R_n ihr normalleitender Widerstand, I der Strom und I_c der nach SILSBEE definierte kritische Strom. Nach diesem Ausdruck soll der Widerstand bei Erreichen des kritischen Stromes diskontinuierlich von Null bis zum Wert $R/R_n = 0,5$ ansteigen, um sich bei weiterer Stromerhöhung dem Wert 1,0 asymptotisch zu nähern.

Über die Struktur des Zwischenzustandkernes wird bei obiger Ableitung nichts ausgesagt. SHOENBERG¹³⁾ und F. LONDON⁶⁾ geben aber auch ein schematisches Bild einer möglichen Verteilung der normal- und supraleitenden Bereiche, wonach der Zwischenzustandskern aus abwechselnd supraleitenden Doppelkegeln und normalleitenden Gegenkegeln besteht. Der Zwischenzustand verlangt ja, dass die Stromdichte umgekehrt proportional dem Radius ist, während das elektrische Feld konstant ist, so dass der Widerstand und damit auch die Dicke der normalleitenden Lamellen linear mit dem Radius zunehmen müssen.

Die ersten Messungen über die Zerstörung der Supraleitung durch Ströme stammen von KAMERLINGH ONNES¹⁾, doch zeigen diese infolge schlechter Messbedingungen nur qualitativ die Existenz einer kritischen Stromstärke und geben überhaupt keinen Aufschluss über den Widerstandsverlauf der Übergangskurven.

SCHUBNIKOW und ALEXEEVSKY¹⁴⁾ und ALEXEEVSKY⁷⁾ untersuchten zum ersten Mal die Abhängigkeit des Widerstandes vom Belastungsstrom in polykristallinen (Radius 0,0056 cm) und monokristallinen (Radius 0,0080 cm) Zinndrähten, und zwar unterhalb des λ -Punktes bei 1,95° K, um eine Aufheizung der Proben zu vermeiden. Die Temperaturerhöhung im Innern der Drähte schätzten sie auf maximal 10^{-4} °K. Die Supraleitung wurde tatsächlich beim Silsbeeschen kritischen Stromwert zerstört, doch stieg der Widerstand bei allen Proben diskontinuierlich auf $R/R_n = 0,8$ statt auf den nach der Theorie erwarteten Wert $R/R_n = 0,5$. An Stelle einer asymptotischen Annäherung an den vollen Wert $R/R_n = 1,0$ bei weiterer Erhöhung des Stromes wurde der volle Widerstandswert schon bei etwa $2 \cdot I_c$ erreicht.

Später mass SCOTT⁸⁾ die Zerstörung der Supraleitung durch Ströme an polykristallinen Indiumdrähtchen mit den Durchmes-

sern 0,010, 0,028 und 0,035 cm. Seine Resultate können in folgenden Punkten kurz zusammengefasst werden:

a) Wie erwartet steigt der Widerstand beim kritischen Strom $I_c = a H_c/2$ sprunghaft an.

b) Die Höhe dieses ersten Sprunges ist zwischen $T - 3,34$ und $T_c = 3,38^\circ \text{ K}$ temperaturunabhängig. Aufheizeffekte sind offenbar zu vernachlässigen, denn die entwickelte Joulesche Wärme variiert im obigen Temperaturbereich um den Faktor 6, während die Höhe des ersten Sprunges immer dieselbe ist.

c) Der Wert R/R_n beim kritischen Strom ist ein wenig abhängig von der Probengrösse, und zwar entspricht den Durchmessern 0,010, 0,028 und 0,035 cm ein R/R_n (bei I_c) von 0,85, 0,79 und 0,77. Auch liegen diese Werte wesentlich höher, als von der Langevin-London-Theorie vorausgesagt wird.

F. LONDON und SCOTT⁸⁾ vermuten, dass die Unterschiede zwischen Experiment und Theorie bei diesen Untersuchungen von der Natur des Zwischenzustandes herrühre, denn die Grösse und Form der normal- und supraleitenden Bereiche im „gemischten“ Zustand werde von der Oberflächenenergie der Grenzflächen zwischen normal- und supraleitendem Metall beeinflusst. Schon das extrem dünne Gebiet normalleitenden Materials in der Nähe der Achse entsprechend dem Modell des Zwischenzustandkernes solle energetisch untragbar sein, und eine minimale Schicht normalleitenden Materials müsse die supraleitenden Doppelkegel voneinander trennen. Dies würde bei dünnen Drähten zu einer grösseren Abweichung führen als bei dicken und die Ergebnisse qualitativ begründen.

KUPER¹⁵⁾ macht auf Grund der Abweichungen von der London-Theorie in Alexeevskys und Scotts Experimenten eine theoretische Untersuchung über den Widerstandsverlauf bei Zerstörung der Supraleitung durch Ströme in zylindrischen Drähten. Zugrundegelegt wird das von F. LONDON vorgeschlagene geometrische Modell des Zwischenzustandkernes, nämlich eine Kette supraleitender Doppelkegel entlang der Achse; er berücksichtigt jedoch noch folgende Punkte:

a) Die Strombahnen in den normalleitenden Lamellen des Kerns sind klein, verglichen mit der freien Weglänge der Elektronen im normalleitenden Material. Die Streuung der Elektronen an den normal-supraleitenden Trennwänden, deren Abstände mit der freien Weglänge der Elektronen vergleichbar sind, erhöht also den Widerstand. Die Höhe des ersten diskontinuierlichen Widerstandsanstieges wird damit abhängig vom Winkel ψ , den die Kegelflächen mit dem Querschnitt einschliessen. Dieser Winkel ψ wurde aus der Be-

dingung abgeschätzt, dass die mit der magnetischen Energie gebildete Gibbssche Funktion zu einem Minimum wird.

b) Die geometrische Verzerrung der Strombahnen verändert in erster Näherung den Widerstand nicht, beeinflusst jedoch beträchtlich die Gibbssche Funktion.

c) Der Einfluss der Oberflächenenergie auf die Gibbssche Funktion ist vernachlässigbar klein, so dass dadurch ihr Minimum praktisch nicht verschoben wird.

d) Die Singularität der Stromdichte in der Achse des Drahtes entsprechend dem London-Modell wird nicht berücksichtigt; die von SCOTT vorgeschlagene Erklärung, dass sich die supraleitenden Bereiche an der Achse infolge der Oberflächenenergie nicht berühren können, sondern abgerundet werden und einen Minimalabstand haben müssen, wird nicht untersucht.

Damit erhält KUPER für den Widerstandsverlauf folgenden Ausdruck:

$$\frac{R}{R_n} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \sqrt{1 - \left[\frac{I_c}{I} \right]^2 \cdot \left[1 - 2 \frac{I}{I_c \cdot y_0} \cdot \left(1 - e^{-\frac{y_0 I_c}{2I}} \right) \right]} \right\} \quad (3)$$

wobei $y_0 = a/l$ mit a = Zylinderradius und l = freie Weglänge der Elektronen (in cm). Der einzige Parameter ist also y_0 , das Verhältnis von Probendurchmesser zur freien Weglänge der Elektronen.

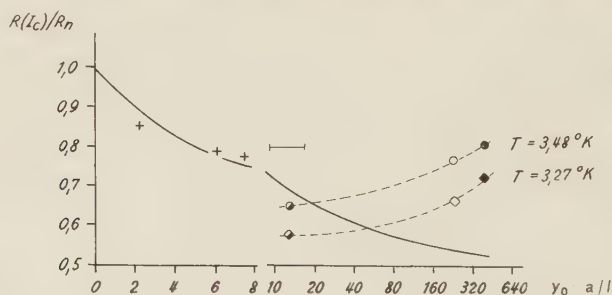


Fig. 3.

Diagramm nach KUPER: Abhängigkeit der ersten Sprunghöhe vom Verhältnis der Probengröße a zur freien Weglänge l .

+ + + Resultate von SCOTT an Indium, |—| Messungen von ALEXEEVSKY an Zinn.



Eigene Messungen an Zinn entsprechend den Proben 7, 6 und 5.

In Fig. 3 ist die Abhängigkeit der Höhe des ersten Widerstandsanstieges $R(I_c)/R_n$ in Funktion von y_0 nach Kupers Formel graphisch dargestellt.

Die Resultate von ALEXEEVSKY und SCOTT sind in diesem Diagramm eingezeichnet. Da die freie Weglänge der Elektronen in

Indium nicht genau bekannt ist, hat KUPER, wie aus der Figur zu sehen ist, die Resultate von SCOTT mit einem Wert $l = 2,4 \cdot 10^{-3}$ an seine theoretische Kurve angepasst, um die Abhängigkeit von der Probengrösse bzw. von y_0 verfolgen zu können.

Leider hat ALEXEEVSKY den Probenwiderstand nicht angegeben, so dass dieser nur approximativ aus seiner Abschätzung über die Aufheizung ermittelt werden kann. Demnach liegt der spezifische Widerstand seiner Proben bei $3,8^\circ \text{K}$ zwischen $2,4$ und $3,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{cm}$, was mit $\sigma_0/l = \text{const.} = 9,5 \cdot 10^{+10} \Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-2}$ (16) ein $l = 0,35$ bis $0,60 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$ und ein $y_0 = 9$ bis 16 ergibt. (Siehe Fig. 3.)

3.2. Messung der Stromübergänge an Zinn.

SCOTT erklärt seine Abweichungen von der Theorie und die von ihm beobachtete Abhängigkeit vom Durchmesser mit einem Minimalabstand der supraleitenden Bereiche infolge der Oberflächenenergie. KUPER berücksichtigt diesen Einfluss nicht, kann jedoch mit der freien Weglänge der Elektronen an Hand des London-Modelles eine Abhängigkeit des Widerstandes von $y_0 = a/l$ herleiten, deren Übereinstimmung nach Anpassung der freien Weglänge relativ gut ist. Es war nun die Frage offen, ob es Bedingungen gäbe, bei denen der klassische Übergang nach LANGEVIN-LONDON wirklich zutrifft. Dies setzt erstens voraus, dass das Verhältnis $y_0 = a/l$ in viel weiteren Grenzen verändert wird als bisher, und zwar einerseits durch Vergrösserung der Proben und andererseits durch Variation der freien Weglänge der Elektronen durch Verwendung überaus reiner bis zu stark verunreinigten Proben. Zweitens schien es unbedingt notwendig, die Temperatur in weiteren Grenzen zu variieren. ALEXEEVSKY mass nämlich nur bei einer einzigen Temperatur, während die Temperaturunabhängigkeit bei den von SCOTT untersuchten Übergangskurven nicht erstaunlich ist, erstreckten sich seine Messungen doch nur über einen Temperaturbereich von $0,04^\circ \text{K}$.

Deshalb wurde an zylinderförmigen Zinnproben mit einem Durchmesser von $0,75 \text{ mm}$ zwischen $T_c = 3,72^\circ \text{K}$ und $T = 3,27^\circ \text{K}$, also in einem Temperaturbereich von fast $0,5^\circ \text{K}$ gemessen. Dieses Temperaturintervall war durch die Dicke der Stromzuführungen und den Inhalt des Kryostaten begrenzt. Denn einerseits mussten die Zuführungen möglichst grosse Stromstärken aushalten, also reichlich dimensioniert sein, andererseits sollten sie jedoch möglichst wenig Wärme dem Heliumbad zuführen, mussten also so dünn wie möglich sein. Die von uns gewählte Probengrösse erlaubte mit den

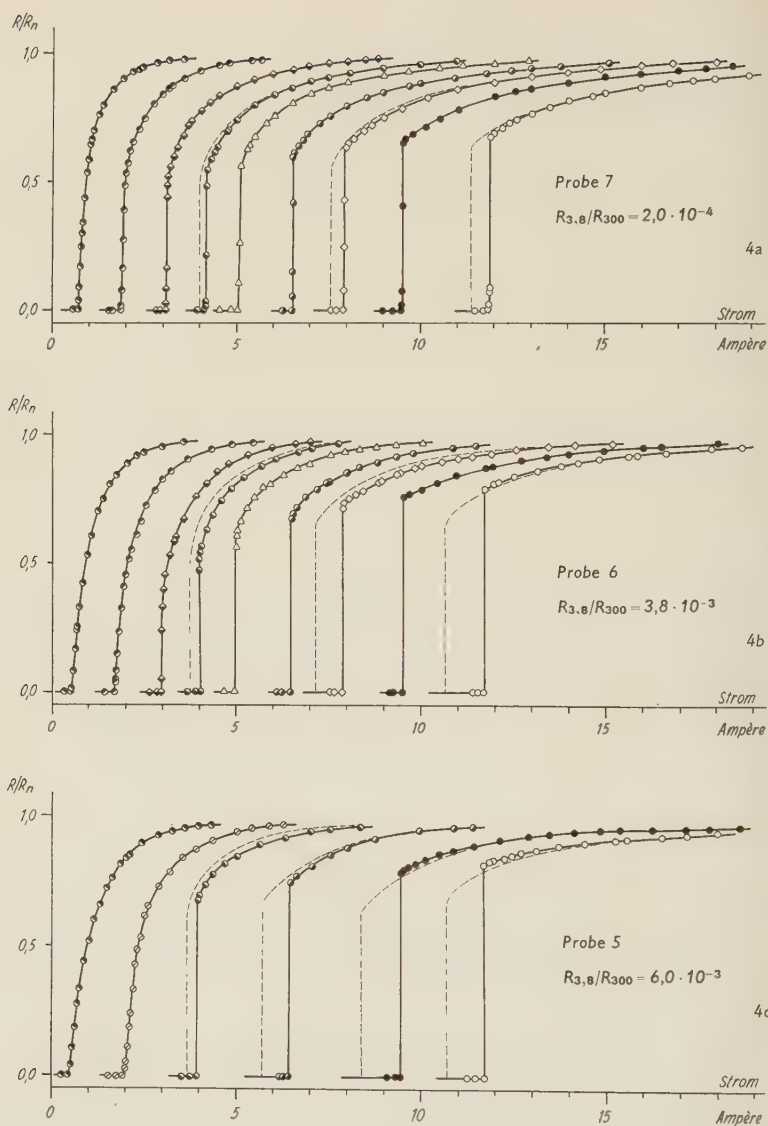


Fig. 4.

Übergangskurven bei Zerstörung der Supraleitung durch Ströme in Abhängigkeit von Temperatur und Restwiderstand. Zinnzylinder (0,75 mm Durchmesser) bei
 ---○ 3,27° K, —●— 3,36° K, —◇— 3,43° K, —●— 3,48° K, —△— 3,54° K,
 —●— 3,57° K, —◇— 3,61° K, —○— 3,64° K, —●— 3,66° K, —●— 3,70° K.

früher erwähnten Galvanometerverstärkern die Temperatursprünge mit relativ kleinen Meßströmen und die Stromübergänge noch nahe an der Sprungtemperatur mit genügender Genauigkeit zu bestimmen, und zwar auch für unsere reinsten Proben mit einem Restwiderstand $R_{3,8}/R_{300}$ von nur $2,0 \cdot 10^{-4}$. Zudem war die Länge der Proben und damit bei gegebener Messempfindlichkeit auch ihr Durchmesser durch die Innenweite des Heliumdewars begrenzt. Eine Anordnung der Proben in W-Form zur Erhöhung der Empfindlichkeit, wie es teilweise von Scott gemacht wurde, schien uns unzulässig.

Fig. 4 zeigt die Übergangskurven, die man erhält bei Zerstörung der Supraleitung durch Ströme ohne Aussenfelder. Es entsprechen die Kurven der Fig. 4a unserer reinsten Probe, diejenigen der Fig. 4b und 4c den stärker verunreinigten Proben, wobei das Verhältnis R/R_n in Funktion des Belastungsstromes aufgetragen ist. Dabei ist der Restwiderstand R_n der Widerstand gerade oberhalb der Sprungtemperatur (oder gemessen im magnetischen Längsfeld, das grösser als das kritische ist). Der Restwiderstand variiert dabei um den Faktor 30 und damit auch die freie Weglänge der normalleitenden Elektronen sowie das Verhältnis $y_0 = a/l$. Man sieht, dass bei Erhöhung des Belastungsstromes für alle Temperaturen ein kritischer Stromwert existiert, bei dem der Widerstand einsetzt. Der erste steile Widerstandsanstieg der Übergangskurven ist bei Temperaturen ganz nahe der Sprungtemperatur von endlicher Breite, wird aber bei niedrigeren Temperaturen zu einem eigentlichen Sprung. Bei Erhöhung des Stromes über I_c nähert sich der Widerstand asymptotisch seinem Restwert $R/R_n = 1,0$. Durch Vergleich der Übergänge in Proben mit verschiedener Reinheit erkennt man auch, dass der erste steile Widerstandsanstieg des verunreinigten Zinns ganz nahe bei T_c viel breiter ist und auch die ersten Sprunghöhen bei entsprechenden Temperaturen höher sind als bei unserer reinsten Probe.

Um die Übergangskurven der verschiedenen Temperaturen gegeneinander und mit der Theorie vergleichen zu können, wurden für Probe 7 die reduzierten Widerstandswerte R/R_n als Funktion vom reduzierten Strom I/I_c in Fig. 5 aufgetragen. Der nach der Londonschen Theorie berechnete, durch Gleichung 2 angegebene Verlauf der Übergangskurve ist gestrichelt eingezeichnet.

In diesem Zusammenhang sei noch auf die starke Abhängigkeit dieser Übergangskurven von der Befestigungsart der Strom- und Spannungs sonden hingewiesen. Als Beispiel ist in Fig. 6 der Stromübergang unter sonst gleichen Bedingungen mit verschiedener Hal-

terung gezeigt. Ganz deutlich weist Fig. 6a einen „Fuss“ auf, der in Fig. 6b vollkommen unterdrückt ist. Dabei hat sich herausgestellt, dass die Hauptursache das Anlöten der Spannungssonden

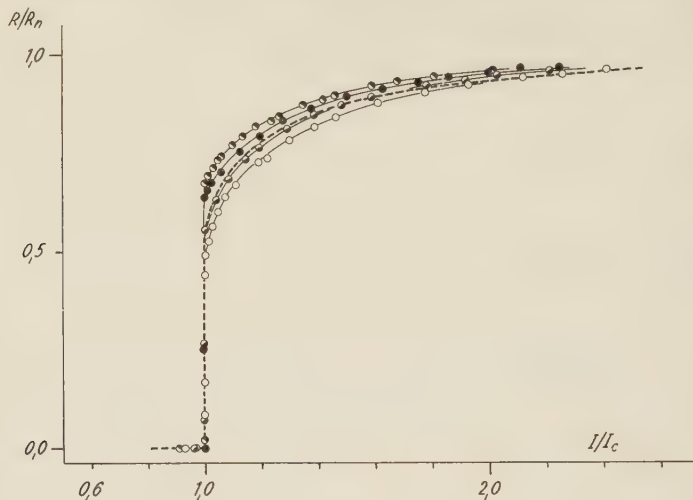


Fig. 5.

Stromübergänge von Zinn (Probe 7) bei verschiedenen Temperaturen, verglichen mit dem Widerstandsverlauf nach LONDON (gestrichelte Kurve).

—○—○— $T = 3,61^{\circ} \text{K}$, —●—●— $T = 3,54^{\circ} \text{K}$, —●—●— $T = 3,43^{\circ} \text{K}$, —●—●— $T = 3,27^{\circ} \text{K}$.

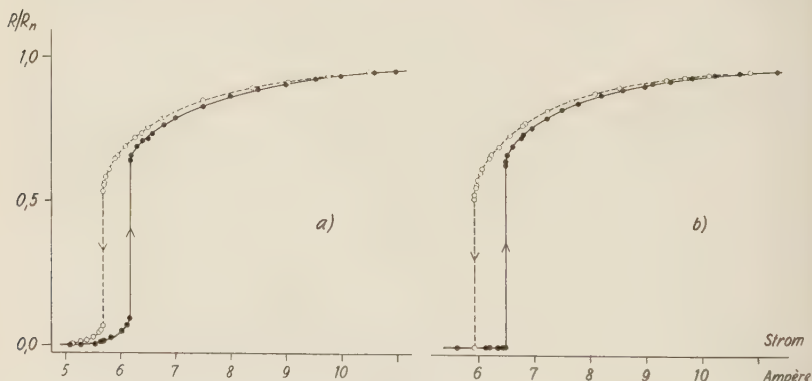


Fig. 6.

Vergleich der Stromübergänge mit verschiedener Probenhalterung. Zinn bei $3,48^{\circ} \text{K}$.

a) Angelötete Potentialsonden (Probe 1).

b) Befestigung der Potentialsonden nach Fig. 1 und koaxiale Stromrückführung (Probe 3).

war, weil dadurch das den Lötstellen benachbarte Metall verunreinigt wurde, dass jedoch die von den Stromzuleitungen herrührenden

Querfelder bei der Halterung entsprechend der Fig. 1 nicht ohne Einfluss waren. Messungen von ALEXEEVSKY⁷⁾ und in viel geringerem Masse auch die von SCOTT⁸⁾ weisen ebenfalls solche Füße auf. Nach unseren Erfahrungen rühren diese ziemlich eindeutig von einer unvollkommenen Probehalterung und von schlechten Strom- und Spannungssonden her, benutzten doch ALEXEEVSKY und SCOTT keine coaxialen Stromrückführungen, wobei ALEXEEVSKY

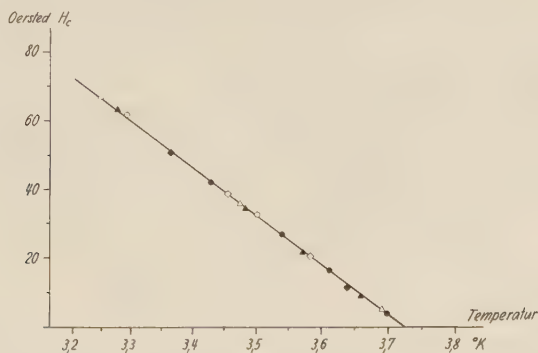


Fig. 7.

Vergleich der Feldwerte entsprechend den kritischen Strömen (ausgefüllte Punkte) mit den kritischen longitudinalen Aussenfeldern (leere Punkte) in Abhängigkeit von der Temperatur für verschiedene Proben. ●—○ Probe 7, ▲—△ Probe 6, ◆—◇ Probe 5. Die ausgezogene Kurve stellt das kritische Feld in Abhängigkeit von der Temperatur nach LOCK-PIPPARD-SHOENBERG¹⁷⁾ dar.

zudem noch seine Strom- und Spannungssonden an den Proben anlötete.

Fig. 7 gibt eine Darstellung der kritischen Felder. Die leeren Punkte sind Messwerte für die Zerstörung des Widerstandes durch ein von aussen angelegtes Längsfeld, während die ausgefüllten Punkte die kritischen Felder entsprechend den kritischen Strömen darstellen. Die Übereinstimmung ist gut, d. h. die Silsbeesche Hypothese ist erfüllt. Die ausgezogene Linie stellt die kritischen Felder für Zinn nach LOCK-PIPPARD-SHOENBERG¹⁷⁾ dar.

3.3. Über die Aufheizung der Proben.

Im folgenden soll der Einfluss der Aufheizung durch den Probenstrom abgeschätzt werden. Es ist nämlich wichtig, zu wissen, ob die Temperatur der Proben durch Joulesche Wärme, die bei Auftreten eines Widerstandes erzeugt wird, beträchtlich über die Temperatur des umgebenden Heliumbades erhöht wird. Wenn dies nämlich, wie oft vermutet⁶⁾⁷⁾¹³⁾, der Fall wäre, könnte man

einen Teil des ersten, un stetigen Widerstandsanstieges dieser Temperaturänderung zuschreiben. SCHUBNIKOV und ALEXEEVSKY¹⁴⁾ und ALEXEEVSKY⁷⁾ führten aus diesem Grunde ihre Messungen an Zinn im Helium unterhalb des λ -Punktes durch, und zwar bei 1,95° K. Wegen der viel grösseren Wärmeleitfähigkeit des He II gegenüber He I sollte eine Aufheizung der Proben gegenüber Badtemperatur vermieden werden, obwohl unter seinen ungünstigsten Verhältnissen bis zu 2 Watt/cm² Wärme an das Bad abgegeben wurden. Die Temperaturdifferenz der Drahtachse gegenüber der Oberfläche hat ALEXEEVSKY mit 10^{-4} °K abgeschätzt, was auf seine Resultate sicher ohne Einfluss war.

Im Gegensatz dazu arbeitete SCOTT⁸⁾ ganz nahe an der Sprungtemperatur, wo die kritischen Belastungsströme und somit die Joulesche Wärme noch relativ klein ist. Die maximale Wärmeabgabe seiner Proben an das Bad (bei I_c) gibt er mit $270 \mu \text{ W/cm}^2$ an. Zudem ist das $R(I_c)/R_n$ seiner Proben temperaturunabhängig in einem Bereich, in dem die Wärmeentwicklung um den Faktor 6 variiert.

Es ist leicht zu zeigen, dass die in einem Supraleiter entwickelte und somit auch an das Bad pro cm Probeflänge abgegebene Wärme beim kritischen Strom

$$Q = H_c^2 \cdot R_o \cdot \frac{100}{4\pi} \text{ Watt/cm} \quad (4)$$

beträgt (R_o = spezifischer Widerstand in Ohm·cm), und zwar ganz unabhängig vom Durchmesser der Probe. Dies ergibt eine Temperaturerhöhung zwischen Achse und Oberfläche des Drahtes von

$$\Delta T_i = \frac{Q}{4\pi\lambda} \text{ °K} \quad (5)$$

(mit λ = Wärmeleitfähigkeit, in Watt/(cm·grad)), ist also ebenfalls unabhängig von der Dicke der Probe. Bei dieser ΔT_i -Berechnung ist vorausgesetzt, dass die Wärmeentwicklung über dem ganzen Querschnitt konstant ist, was zutrifft, wenn bei sehr grossen Belastungsströmen $I \rightarrow \infty$ der ganze Draht normalleitend ist.

Bei endlichem $I \geq I_c$ bildet sich jedoch entsprechend dem Modell von LANGEVIN und LONDON ein Zwischenzustandskern aus, in dem die Wärmeentwicklung mit $1/r$ zunimmt. Damit erhält man beim kritischen Strom eine Temperaturerhöhung von

$$\Delta T_i = \frac{Q}{2\pi\lambda} \text{ °K}. \quad (5a)$$

Selbstverständlich wird im Zwischenzustandskern nur in den normalleitenden Bereichen Wärme entwickelt; die Wärmeabfuhr vom

Inneren an die Oberfläche der Probe wird aber auch von den supraleitenden Bereichen getragen, ist doch der Unterschied der Wärmeleitfähigkeiten von Zinn (17) gerade unterhalb der Sprungtemperatur sehr klein ($\lambda_s/\lambda_n = 0,92$ bei $3,27^\circ\text{K}$).

Diese innere Aufheizung ΔT_i ist nach dieser Abschätzung für die am stärksten verunreinigte Probe (Restwiderstand $0,6\%$) bei unserer tiefsten Temperatur ($3,27^\circ\text{K}$) für $I = I_c$ etwa $\Delta T_i = 4 \cdot 10^{-6}^\circ\text{K}$. Dies ist also auf unsere Resultate sicher ohne Einfluss.

Die gesamte im Draht entwickelte Wärme muss jedoch an das Bad abgeführt werden, was einen das ΔT_i absolut nicht beeinflussenden Temperatursprung ΔT_a zwischen Drahtoberfläche und Heliumbad bewirkt, der von der Wärmeübergangszahl α zwischen Zinn und Heliumbad abhängig ist, und zwar nach folgender Beziehung

$$\Delta T_a = \frac{Q}{2\pi a \alpha}. \quad (6)$$

Man sieht daraus, dass das ΔT_a proportional $1/a$ ist, dass man also entgegen der Ansicht verschiedener Autoren⁶⁾ vorteilhaft mit möglichst dicken Proben arbeitet.

Nach vorläufigen Messungen von α -Helium ($\approx 3000 \text{ kcal}/(\text{h} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{grad})$, unpubliziert), erhält man für unseren oben erwähnten ungünstigsten Fall eine T -Erhöhung von ca. $\Delta T_a \approx 10^{-2}^\circ\text{K}$. Das könnte einen leichten Einfluss auf die erste Sprunghöhe haben, doch niemals in dem tatsächlich auftretenden Mass.

Bei unserer reinsten Probe ist die Gesamtaufheizung $\Delta T = \Delta T_i + \Delta T_a$ noch etwa 30mal kleiner ($\Delta T \approx 3 \cdot 10^{-4}^\circ\text{K}$ bei $I = I_c$) und kann sicher vernachlässigt werden.

Würde man anderseits annehmen, dass die Überhöhung $R(I_c)/R_n$ über den nach der Theorie erwarteten Wert $0,5$ nur von der Aufheizung herkäme, der Übergang aber streng nach LONDON verlief, so erhielte man für unsere schlechteste Probe bei unserer niedrigsten Temperatur allerdings eine Temperaturerhöhung von $7 \cdot 10^{-2}^\circ\text{K}$. Dagegen spricht aber:

a) Das so ermittelte ΔT sollte proportional zu I_c^2 sein, was aber nicht der Fall ist.

b) Die Aufheizung bei gleichen Temperaturen, für verschiedenen reine Proben sollte proportional dem Restwiderstand sein, jedoch ergeben sich zwischen Probe 5 und 7 Abweichungen um den Faktor 3.

c) Dies würde heissen, dass die Hysterese von einem Aufheizeffekt herrührt; somit sollte, entgegen unseren Resultaten, die

Hysteresebereite ΔI für verschiedene Proben bei sonst gleichen Bedingungen proportional dem Restwiderstand sein.

d) Der Widerstandsverlauf beim Übergang von der Normal- zur Supraleitung deckt sich bei unseren Messungen nur teilweise mit dem Übergang von der Supra- zur Normalleitung. Dies müsste der Fall sein, wenn man beim Zurückgehen mit dem Strom das Temperaturgleichgewicht abwartet. Zudem schneidet sogar bei einigen Messungen die aufsteigende Kurve die absteigende.

e) Wie später bei der experimentellen Bestimmung des Durchmessers des Zwischenzustandkernes gezeigt wird (siehe Kapitel 5), ist der experimentelle Kerndurchmesser grösser als nach der Theorie erwartet, entgegen der Tatsache, dass der Kern, falls die Aufheizung ins Gewicht fällt, kleiner sein sollte, als nach LANGEVIN-LONDON.

Eine Zusammenfassung der Ergebnisse dieses Kapitels folgt am Schluss der Arbeit.

4. Zerstörung der Supraleitung durch Ströme in longitudinalen Aussenfeldern.

4.1. Einführung.

Wie bereits früher kurz berichtet¹⁹⁾²⁰⁾, vermindert sich der kritische Strom in einem zylindrischen Supraleiter (Radius a) mit zunehmendem longitudinalen Aussenfeld, um null zu werden, sobald das äussere Feld den Wert H_c erreicht. Nach der Silsbeeschen Hypothese sollte das Feld in den Supraleiter eindringen und damit die reine Supraleitung zerstört werden, sobald die Resultierende aus Aussenfeld \vec{H}_l und dem Feld an der Oberfläche des Supraleiters \vec{H}_l dem kritischen Feld der entsprechenden Temperatur gleich wird. Dies trifft zu, wenn die Beziehung

$$H_c^2 = H_l^2 + \left(\frac{2I}{a}\right)^2 \quad (7)$$

erfüllt ist. Die einzigen Messungen, die eine Nachprüfung dieser Relation zulassen, wurden von ALEXEEVSKY⁷⁾ an Zinn bei 1,95 °K ausgeführt. Die Stromwerte beim steilsten Punkt seiner Übergangskurven stimmen in einem I - H_l -Diagramm gut mit dem erwarteten Kreisbogen überein.

Einige, vorläufige Messungen an Blei bei 4,2° K und an Zinn (19) bei 3,5° K bestätigen ebenfalls die obigen Überlegungen.

Es schien uns jedoch notwendig, den Widerstandsverlauf bei diesen Stromübergängen im Längsfeld vom theoretischen und experi-

mentellen Standpunkt aus näher zu untersuchen. Denn die einzig existierenden Resultate von ALEXEEVSKY sind unvollständig und durch schlechte Probehaltung verfälscht und verzerrt. Die „grossen Füße“ seiner Übergangskurven weisen — wie durch eigene Experimente gezeigt — vor allem auf ungeeignete Potentialzuführungen hin.

Der schon vielfach untersuchte sogenannte „paramagnetische“ Effekt liess es zudem als notwendig erscheinen, zu sehen, wie sich die Längsfeldübergänge im Gebiet dieses Effektes verhalten.

Überdies sollte durch diese Untersuchungen auch mehr Licht in das Problem der Meßstromabhängigkeit der Übergangskurven bei Zerstörung der Supraleitung durch Längsfelder gebracht werden.

4.2. Theorie des Stromüberganges bei zusätzlichem longitudinalen Aussenfeld.

Im folgenden soll der Darstellung von SHOENBERG¹³⁾ folgend kurz gezeigt werden, wie man die London-Theorie des Stromüberganges in Zylindern bei Anwesenheit eines longitudinalen Aussenfeldes erweitern kann. Wie ohne zusätzliches äusseres Feld muss sich auch bei konstantem Aussenfeld H_t bei Vergrössern des Probenstromes über einen bestimmten Wert ein Zwischenzustandskern ausbilden, und zwar sobald das Feld an der Oberfläche grösser als das kritische wird. Innerhalb dieses Kernes muss das resultierende Feld überall kritisch sein, und zwar nach der Beziehung

$$\sqrt{\left(\frac{2x}{r}\right)^2 + H_t^2} = H_c \quad (8)$$

wobei x der totale Strom innerhalb einer zylindrischen Oberfläche mit dem Radius r ist. Speziell gilt für den Rand des Kernes mit dem Radius b

$$\sqrt{\left(\frac{2x_o}{b}\right)^2 + H_t^2} = H_c \quad (8a)$$

Damit erhält man die Stromdichte j innerhalb des Kernes, gegeben durch $(dx/dr) \cdot (1/2\pi r)$ zu

$$j = \frac{1}{4\pi r} \cdot \sqrt{H_c^2 - H_t^2} = \frac{x}{2\pi r^2} \quad (9)$$

und an der Kerngrenze

$$j = \frac{x_o}{2\pi b^2} \quad (9a)$$

In der normalleitenden Hülle ist die Stromdichte konstant, und

zwar gleich $(I - x_0)/\pi(a^2 - b^2)$. An der Grenze Hülle/Kern ist die Stromdichte stetig, so dass man die Beziehung erhält

$$\frac{x_0}{I} = \frac{2 \varrho^2}{1 + \varrho^2} = \frac{\varrho}{i} \cdot \frac{1}{k} \quad (10)$$

mit

$$\varrho = b/a, i = I/I_c \text{ und } k = \sqrt{\frac{H_c^2}{H_c^2 - H_l^2}}$$

Daraus ergibt sich die Abhängigkeit des Kerndurchmessers vom Belastungsstrom und Aussenfeld zu

$$\varrho = k \cdot i - \sqrt{k^2 i^2 - 1} \text{ für } k \cdot i \geq 1 \quad (11)$$

Da das elektrische Feld über dem ganzen Zylinderquerschnitt konstant ist

$$R \cdot I = \frac{R_n}{1 - \varrho^2} (I - x_0) \quad (12)$$

erhält man für die Widerstandsabhängigkeit

$$R/R_n = \frac{1}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \frac{1}{k^2 i^2}} \right] \text{ für } k i \geq 1 \quad (13)$$

Man sieht, dass der Widerstandsverlauf der Stromübergänge in einem konstant gehaltenen Längsfeld der des normalen London-Überganges ist, jedoch in Richtung der Stromachse um den Faktor k kontrahiert. Der Widerstand sollte beim Stromwert $(ki) = 1$ diskontinuierlich zum Wert $R/R_n = 0,5$ ansteigen, um sich bei weiterer Stromerhöhung dem vollen Restwiderstand asymptotisch zu nähern.

Andererseits erhält man aus Gleichung (13) auch den Widerstandsverlauf bei Zerstörung der Supraleitung durch Längsfelder mit konstant gehaltenem Meßstrom $I = I_c/\sqrt{c}$ zu

$$\frac{R}{R_n} = \frac{1}{2} \left(1 + \sqrt{1 - c + c \frac{H_l^2}{H_c^2}} \right) \text{ für } H_l \leq H_c \quad (14)$$

Danach gibt es für unendlich kleinen Meßstrom bei $H_l = H_c$ einen diskontinuierlichen Widerstandsanstieg von $R/R_n = 0$ auf $R/R_n = 1,0$. Für endliche Meßströme steigt der Widerstand beim Aussenfeld $H_l = \sqrt{H_c^2 - H_l^2}$ auf den Wert $R/R_n = 0,5$ um bei Vergrößerung des Aussenfeldes auf den Wert $R/R_n = 1,0$ anzusteigen, den es bei $H_l = H_c$ erreicht.

4.3. Messungen im Längsfeld und Vergleich mit der Theorie.

In Fig. 8 sind die an Probe 6 bei 3,5° K gemessenen Stromübergänge in verschiedenen longitudinalen Aussenfeldern wiedergegeben. Man sieht, dass die Übergangskurven mit Aussenfeld die Form des London-Überganges nach Gleichung (13) haben, dass jedoch bei höheren Aussenfeldern der erste sprunghafte Widerstandsanstieg eine gewisse Breite annimmt.

Fig. 9 zeigt die Längsfeldübergänge für verschieden grosse Messströme. Für nicht zu kleine Ströme nimmt der Widerstand wie erwartet zuerst diskontinuierlich zu, um dann fast linear auf den Normalwert anzusteigen. Der nach Gleichung (14) berechnete Übergang für einen Belastungsstrom von $I = 5,5$ Ampère wurde mit der entsprechenden experimentellen Kurve gesondert herausgezeichnet, wobei die Übereinstimmung als relativ gut bezeichnet werden kann.

Um jedoch diese Resultate mit den berechneten Ergebnissen besser vergleichen zu können, wurden in einem Aussenfeld-Eigenstrom-Diagramm die Linien gleichen Widerstandes ($R/R_n = 0,0; 0,1; 0,2 \dots$) aufgezeichnet. Aus Gleichung (13) erhält man für diese Linien die Beziehung

$$h_l^2 + 4i^2 \left[\frac{R}{R_n} - \left(\frac{R}{R_n} \right)^2 \right] = 1 \quad (15)$$

mit $h_l = H_e/H_c$. Es sind also Ellipsen, die für den Fall $R/R_n = 0$ bis 0,5 zu einem Kreisbogen nach der Relation

$$h_l^2 + i^2 = 1 \quad (15a)$$

degeneriert sind. Wie aus Fig. 10 ersichtlich ist, liegen diese Linien tatsächlich Ellipsen sehr nahe, während sich die Werte für den ersten diskontinuierlichen Aufstieg mit der erwarteten Kreislinie relativ gut decken.

In diesem Zusammenhang soll noch kurz auf den „paramagnetischen Effekt“ hingewiesen werden, der in vielen Laboratorien beobachtet werden konnte^{21) 22) 23) 24) 25)}. Danach tritt beim Stromübergang in Gegenwart eines schwachen longitudinalen Aussenfeldes ($H_l < H_c$) im Innern der Probe eine Feldverstärkung auf, die dadurch erklärt wird, dass sich schraubenlinienförmige Strombahnen ausbilden. STEINER²¹⁾ und MEISSNER²²⁾ geben für Zinn eine Grenzlinie im I - H_l -Diagramm für das Auftreten dieses Effektes an, die in unserem Stromfeld-Aussenfelddiagramm (siehe Fig. 10) als p -Linie gestrichelt eingezeichnet ist.

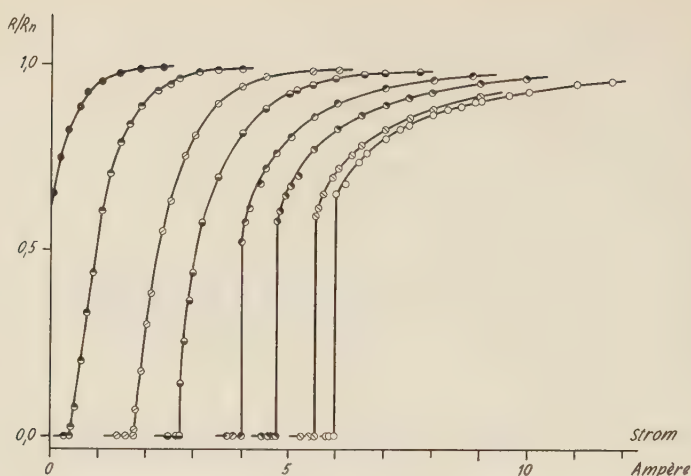


Fig. 8.

Widerstandsverlauf bei Zerstörung der Supraleitung durch Ströme in longitudinalen Aussenfeldern. Zinn, Probe 6 ($R_{3,8}/R_{300} = 3,8 \cdot 10^{-3}$) bei $3,5^\circ \text{ K}$.

—○—○— $H_l = 0$ Oersted, —○—○— $H_l = 8,5$ Oe., —●—●— $H_l = 17,0$ Oe.,
 —●—●— $H_l = 21,2$ Oe., —●—●— $H_l = 15,5$ Oe., —○—○— $H_l = 28,5$ Oe.,
 —●—●— $H_l = 31,5$ Oe., —●—●— $H_l = 33,3$ Oe.

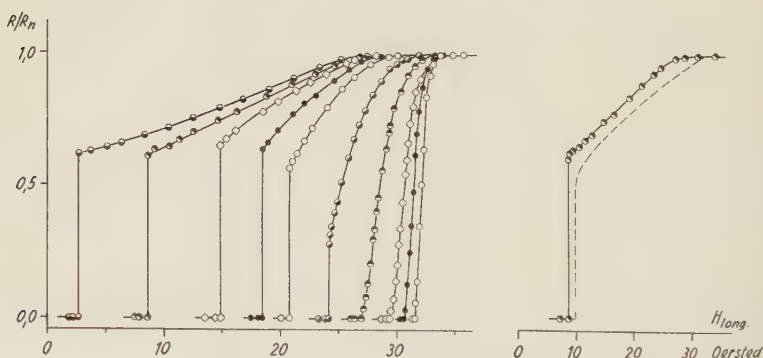


Fig. 9.

Widerstandsverlauf bei Zerstörung der Supraleitung in longitudinalen Aussenfeldern mit verschiedenen grossen Meßströmen. Zinn (Probe 6) bei $3,5^\circ \text{ K}$.

—○—○— $I = 0,1$ Amp. Meßstrom, —●—●— $I = 0,5$ A, —◇—◇— $I = 1,0$ A,
 —●—●— $I = 2,0$ A, —●—●— $I = 3,0$ A, —○—○— $I = 4,0$ A, —●—●— $I = 4,5$ A,
 —◇—◇— $I = 5,0$ A, —●—●— $I = 5,5$ A, —●—●— $I = 5,8$ A.

Die gestrichelte Kurve ist ein nach Gleichung 14 berechneter Längsfeldübergang für $I = 5,5$ Amp. Meßstrom.

Nach den bisherigen Erklärungen soll die Feldverstärkung null sein bei Zerstörung der Supraleitung durch Ströme ohne Aussenfeld. Beobachtet wurde, dass diese für Übergänge bei schwachem Aussenfeld am grössten ist, mit zunehmendem Aussenfeld abnimmt, um beim Schnittpunkt der p -Linie mit der Linie $R/R_n = 0,5$ ganz zu verschwinden. Der Widerstandsverlauf unserer Stromübergänge ohne und mit nur schwachem Aussenfeld zeigt, wie aus den

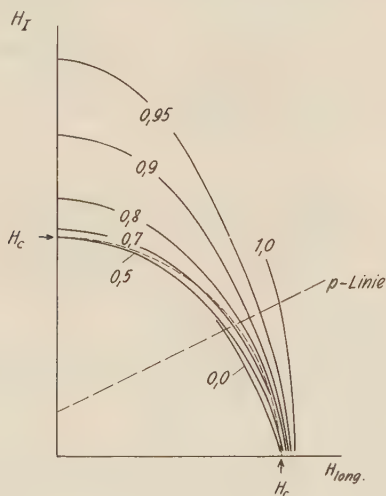


Fig. 10.

Kurven gleichen Widerstandes ($R/R_n = 0,0, 0,1, \dots, 1,0$) im Eigenstrom-Aussenfeld-Diagramm. Zinn (Probe 6) bei $3,50^\circ \text{ K}$. Linie p ist die Grenzlinie des sogenannten „paramagnetischen“ Effektes.

Fig. 8 und 10 ersichtlich ist, überhaupt keinen charakteristischen Unterschied, vielmehr stimmen die Übergangskurven, wenn man die Ströme normiert, verhältnismässig gut überein. Es soll an dieser Stelle nicht mehr näher auf diesen Effekt eingegangen werden, zumal die bisherigen Erklärungen dafür noch unvollständig sind.

4.4. Vergleich der Stromübergänge ohne und mit longitudinalen Aussenfeldern.

Wie leicht ersichtlich ist, kann man Gleichung (13) in folgender Form schreiben:

$$\frac{R}{R_n} = \frac{1}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{I_c^*}{I} \right)^2} \right] \quad \text{für } \frac{I}{I_c^*} \geq 1 \quad (16)$$

Dabei kann I_c^* als effektive kritische Stromstärke bezeichnet werden, die gegeben ist durch

$$I_c^* = \frac{I_c}{k} = I_c \cdot \sqrt{\frac{H_c^2 - H_t^2}{H_c^2}} \quad (17)$$

und vom Aussenfeld und der Temperatur abhängig ist.

Gleichung (16) unterscheidet sich von Gleichung (2) für den Stromübergang ohne Aussenfeld nur dadurch, dass I_c durch I_c^* ersetzt ist. In § 3 wurden Abweichungen der Stromübergänge von dem nach LONDON zu erwartenden Verlauf festgestellt, die temperaturabhängig sind. Es ist nun sehr instruktiv, die Stromübergänge

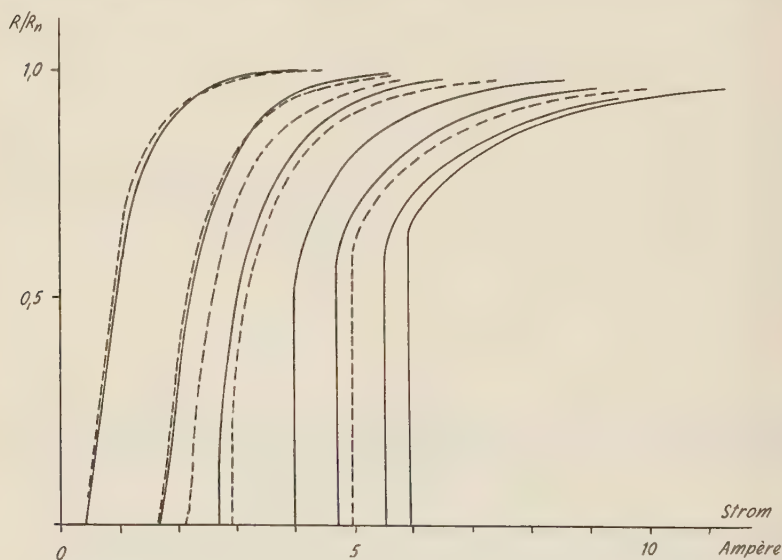


Fig. 11.

Vergleich der Stromübergänge ohne Aussenfeld bei verschiedenen Temperaturen (zwischen $T = 3,50^\circ \text{ K}$ und $3,72^\circ \text{ K}$, gestrichelte Kurven) mit denen bei konstanter Temperatur ($T = 3,50^\circ \text{ K}$) und zusätzlichen longitudinalen Aussenfeldern (ausgezogene Kurven). Zinn, Probe 6, entsprechend den Fig. 4b und 8.

ohne Aussenfeld bei verschiedenen Temperaturen mit denen bei konstanter Temperatur und zusätzlichen longitudinalen Aussenfeldern zu vergleichen. Siehe Fig. 11.

Aus dieser Figur geht deutlich hervor, dass die Übergangskurven mit demselben effektiven kritischen Strom I_c^* unabhängig von der Temperatur ungefähr die gleichen Abweichungen von dem nach Gleichung (16) berechneten Verlauf aufweisen.

4.5. Längsfeldübergänge in Abhängigkeit von der Temperatur.

In Fig. 12 sind die nach Gleichung (15) gegebenen Linien gleichen Widerstandes $R/R_n = 0,5$ und $R/R_n = 1,0$ für zwei verschiedene Temperaturen aufgezeichnet. Diese beiden Linien begrenzen das Zwischenzustandsgebiet im H_I - H_L -Diagramm und lassen es deshalb zu, die Sprungbreite der Längsfeldübergänge bei verschiedenen

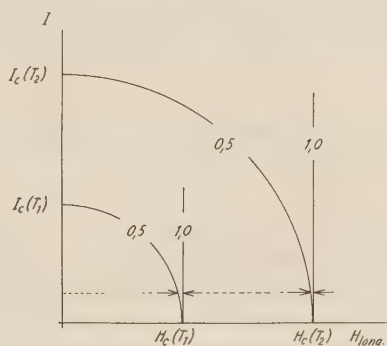


Fig. 12.

Schematische Darstellung der Breite der Längsfeldübergänge bei konstantem Messstrom in Abhängigkeit von der Temperatur.

Temperaturen aber konstantem Meßstrom zu verfolgen. Der Sprung soll also, wie in dieser Figur schematisch gezeigt wird, mit sinkender Temperatur schmaler werden. Bei einem Vergleich von Fig. 12 mit

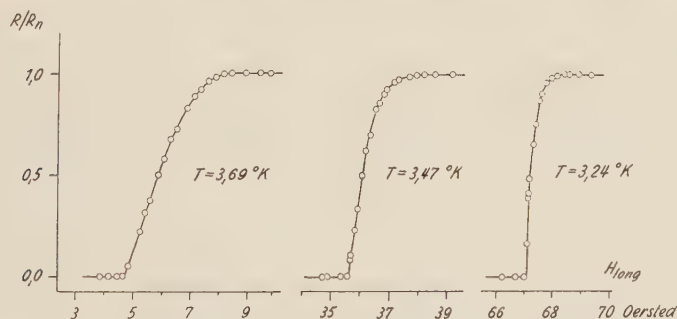


Fig. 13.

Breite der Längsfeldübergänge in Zinn (Probe 6) in Abhängigkeit von der Temperatur bei $I = 0,1$ Amp. Meßstrom.

Fig. 10 sieht man, dass der experimentell beobachtete Sprung für kleine Meßströme wesentlich breiter ist, als theoretisch zu erwarten wäre, doch dürfte dies ebenso wie die endliche Breite der Temperatursprünge von Inhomogenitäten in der Probe herrühren. Mes-

sungen der Längsfeldübergänge, die an Probe 6 (siehe Fig. 13) ausgeführt wurden, zeigen, dass auch die experimentell beobachteten Sprünge mit abnehmender Temperatur schmaler werden.

Diese Resultate stehen nur in scheinbarem Widerspruch mit Ergebnissen von MACDONALD und MENDELSSOHN²⁶⁾, da die von diesen beobachtete beträchtliche Sprungverbreiterung mit sinkender Temperatur erst weit unterhalb der kritischen Temperatur auftritt (zum Beispiel bei Blei erst unterhalb 4,5° K), während unsere Messungen relativ nahe dem Sprungpunkt ausgeführt wurden.

5. Zerstörung der Supraleitung durch Ströme und transversale Aussenfelder.

5.1. Einführung.

Über die Zerstörung der Supraleitung in zylindrischen Proben durch Ströme in Gegenwart eines transversalen Aussenfeldes liegen bisher weder theoretische noch experimentelle Arbeiten vor. Oft untersucht wurde lediglich die Meßstromabhängigkeit des supraleitenden Überganges in Querfeldern^{27) 28) 29)}, vor allem zur Abklärung des „0,58-Effektes“. Dieser besteht in Folgendem: Legt man an einen supraleitenden Zylinder bei kleinem Meßstrom ein transversales Aussenfeld, so könnte man erwarten, dass das Feld in den Supraleiter eindringt und damit die Probe in den Zwischenzustand übergeht, sobald das Feld an einer Stelle der Oberfläche das kritische Feld H_c erreicht. Dies trifft, wie zuerst von LAUE³⁰⁾ vermutet hat, am „Äquator“ der Probe zu, sobald das Aussenfeld H_t gleich dem halben kritischen Feld H_c wird. Es sollte damit auch bei einem Feld $H_t/H_c = 0,50$ der erste Widerstand auftreten, der bei zunehmendem H_t auf den vollen Wert $R/R_n = 1,0$ anwachsen sollte, um diesen bei $H_t/H_c = 1,0$ zu erreichen. Lange Zeit jedoch wurde für das Eindringen des Feldes der Wert $H_t/H_c = 0,58$ beobachtet, was nach SHOENBERG darauf zurückzuführen ist, dass nur Proben von sehr kleinem und immer etwa demselben Durchmesser (10^{-2}) cm verwendet wurden. MISENER²⁸⁾ stellte eine Temperaturabhängigkeit des fraglichen Wertes fest, wobei sich H_t/H_c bei Annäherung an die kritische Temperatur dem erwarteten Wert 0,50 nähert; diese T -Abhängigkeit wird jedoch von SHOENBERG Verunreinigungen an der Probenoberfläche zugeschrieben. Dagegen fand ANDREW^{29) 31)} eine Abhängigkeit dieses Wertes vom Probendurchmesser und eine nur geringe Abhängigkeit von der Temperatur. Zusammenfassend kann über die bisherigen Messungen gesagt werden, dass sie sich auf Querfeldübergänge mit relativ kleinen Mess-

strömen beschränken und vor allem die Untersuchung des „0,58“-Effektes zum Zwecke hatten. Auch wurde dieser Fall wiederholt theoretisch behandelt und mit verschiedenen Zwischenzustandsmodellen unter Berücksichtigung der Oberflächenenergie zu erklären versucht. Scott stellte entgegen allen früheren Ergebnissen jedoch in Übereinstimmung mit unseren Messungen fest, dass es schwierig ist, das kritische Feld H_c aus Querfeldmessungen zu bestimmen, da der Feldwert, bei dem der volle Widerstand wiederhergestellt ist, stark vom Meßstrom abhängig ist. Er hat jedoch diese Beobachtung nicht weiter verfolgt.

Bei all diesen Untersuchungen kommt vor allem die starke Messstromabhängigkeit des Widerstandsverlaufes zum Ausdruck. Messungen dieser Art wurden jedoch nie auf höhere Belastungsströme ausgedehnt. Befindet sich nämlich ein von einem Strom durchflossener zylindrischer Supraleiter in einem Transversalfeld, so überlagert sich die Feldkomponente des Aussenfeldes mit der des Probenstromes und man würde erwarten, dass das Feld auf der einen Seite in den Zylinder eindringt, sobald die Summe aus dem Aussenfeld am „Äquator“ und dem Eigenstromfeld dem kritischen Feld bei der betreffenden Temperatur gleich wird. Dies sollte nach einer erweiterten Silsbee-Hypothese der Fall sein, sobald

$$H_I + 2H_t = H_c \quad (18)$$

wird. Dabei ist $H_I = 2I/a$. Diese Relation wurde durch eigene Messungen, wie schon früher kurz berichtet^{19) 20) 32)}, an Blei bei 4,2° K und Zinn bei 3,5° K weitgehend bestätigt. Die von MANN, SMITH und WILHELM³³⁾ ausgeführten Dauerstromversuche im Querfeld lassen nur quantitativ erkennen, dass obige Beziehung Gültigkeit hat, da die maximalen Dauerströme ihrer Versuche nur $I_c/3$ betrugen.

Da bisher Querfeldübergänge nur bei relativ kleiner Stromstärke beobachtet wurden, schien es angezeigt, die Messungen auch auf grössere Ströme auszudehnen und vor allem auch zu untersuchen, wann bei konstantem Meßstrom und zunehmendem Aussenfeld der ganze Zylinder normalleitend wird. Vor allem hat sich aber auch gezeigt, dass die Querfeldmessungen bei Belastungsströmen $I > I_c$ eine direkte Methode zur Bestimmung des Durchmessers des Zwischenzustandskernes darstellt und so die Möglichkeit bietet, das Langevin-London-Modell des stromdurchflossenen Supraleiters unmittelbar und quantitativ zu prüfen.

5.2. Messungen im Querfeld.

Unsere an Zinn (Probe 2) bei $3,50^\circ \text{ K}$ durchgeführten Querfeldmessungen zeigt Fig. 14.

Bei kleinstem Meßstrom ist also in Übereinstimmung mit Andrews Messungen bei $H_t/H_c = 0,56$ ein erster Widerstand nachzuweisen. Bei weiterer Steigerung des Meßstromes wird der Wert von H_t , bei dem der erste Widerstand einsetzt, kleiner, während das Grenzfeld, bei dem der Widerstand seinen vollen Restwiderstand erreicht, zu immer höheren Werten ansteigt. Für Ströme $I > I_c$ bleibt der Widerstand trotz steigendem transversalem Aussenfeld bis zu einem

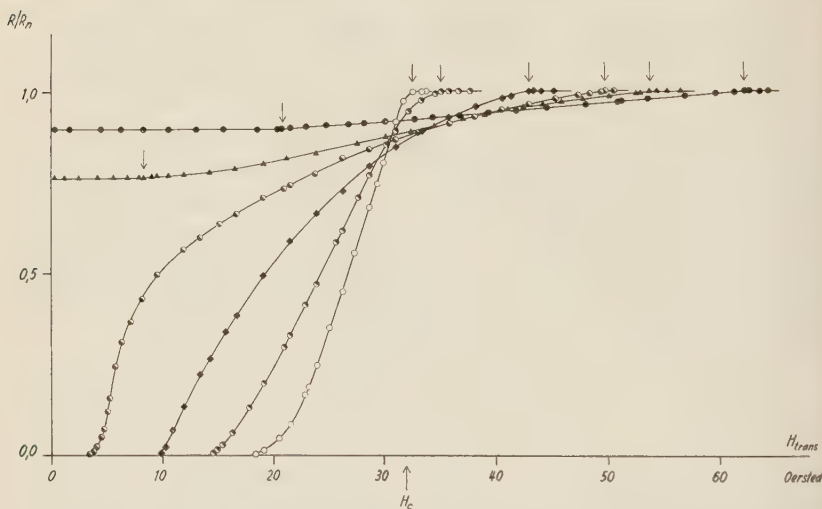


Fig. 14.

Widerstandsverlauf bei Zerstörung der Supraleitung durch transversale Aussenfelder in Abhängigkeit vom Meßstrom. Zinn (Probe 2) bei $3,50^\circ \text{ K}$.

—○—○— Meßstrom $I = 0,1 \text{ Amp.}$, —●—●— $I = 1,1 \text{ A.}$, —◆—◆— $I = 3,2 \text{ A.}$,
—●—●— $I = 5,4 \text{ A.}$, —▲—▲— $I = 6,5 \text{ A.}$, —●—●— $I = 8,6 \text{ A.}$

gewissen H_t -Wert konstant, um erst dann wieder weiter anzusteigen. Zur besseren Übersicht sind diese Ergebnisse in Fig. 15 in Form von Linien gleichen Widerstandes ($R/R_n = 0,1, 0,2, 0,3, \dots, 1,0$) in ein Eigenstromfeld-Aussenfeld-Diagramm eingezeichnet.

Wie bereits oben erwähnt, kann man nach einer einfachen Erweiterung der Silsbeeschen Hypothese das erste Auftreten eines Widerstandes im H_I - H_t -Diagramm längs einer Geraden erwarten, die durch folgenden Ausdruck gegeben ist

$$H_I + 2H_t = H_c \quad (18)$$

Diese theoretisch zu erwartende Grenzlinie s zwischen Normal-

leitungsgebiet und Zwischenzustandsgebiet ist in Fig. 15 gestrichelt eingezeichnet. Die entsprechenden experimentellen Werte, das heisst die Werte, bei denen der Widerstand gerade noch null ist, sind durch die 0,0-Linie wiedergegeben. Diese beiden Linien liegen sehr nahe beieinander; Versuch und Theorie stimmen also gut überein.

Wie zudem aus Fig. 14 und Fig. 15 ersichtlich ist, existieren sogar für $H_t > H_c$ Bereiche, in denen $R < R_n$ ist. Dementsprechend zeigt auch Fig. 16, dass der Widerstand bei konstantem $H_t > H_c$ und zunehmendem H_I von einem gewissen H_I an abnimmt, ein Minimum

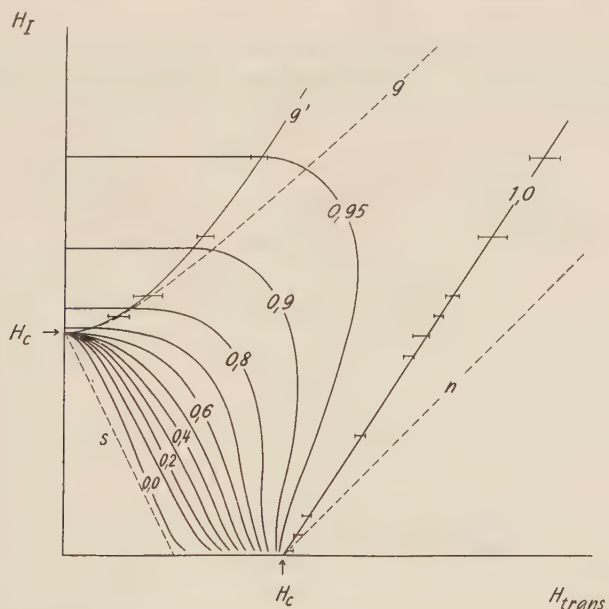


Fig. 15.

Kurven gleichen Widerstandes ($R/R_n = 0,0, 0,1, \dots, 1,0$) eines Zinnzylinders (Probe 2) im Eigenstromfeld H_I und transversalen Aussenfeld H_t bei $3,50^\circ \text{K}$ (bezogen auf zunehmendes H_t bzw. H_I).

durchläuft, um erst dann wieder langsam anzusteigen. Dies ist verständlich, da sich das transversale Aussenfeld dem zirkulären Feld des Eigenstromes überlagert und dieses auf der einen Seite des zylinderförmigen Drahtes verstärkt, auf der anderen jedoch vermindert. Daraus folgt, dass in gewissen Bereichen trotz $H_t > H_c$ ein unterkritisches Feld herrscht und so Ursache eines lokalen Zwischenzustandsgebietes ist. Solche Gebiete sind zu erwarten, solange

$$H_t - H_I < H_c \quad (19)$$

In Fig. 15 ist der Grenzfall dieses Ausdruckes als n -Linie einge-

zeichnet. Unsere Messungen (1,0-Linie) zeigen jedoch, dass die Supraleitung schon bei einem etwas kleineren H_t vollständig zerstört ist, doch ist trotzdem die beobachtete Beziehung zwischen H_t und H_I für die experimentelle Grenzlinie sehr genau linear.

Für $H_I > H_c$ und $H_t = 0$ nimmt die Langevin-London-Theorie einen zentralen Kern im Zwischenzustand an, der von normalleitendem Metall umgeben ist. Theoretisch soll dieser Kern einen Durchmesser haben von

$$b = a [I/I_c - \sqrt{(I/I_c)^2 - 1}] \quad (1)$$

Um zu sehen, wie sich dieser von einem überkritischen Strom durchflossene Supraleiter im transversalen Aussenfeld H_t verhält, be-

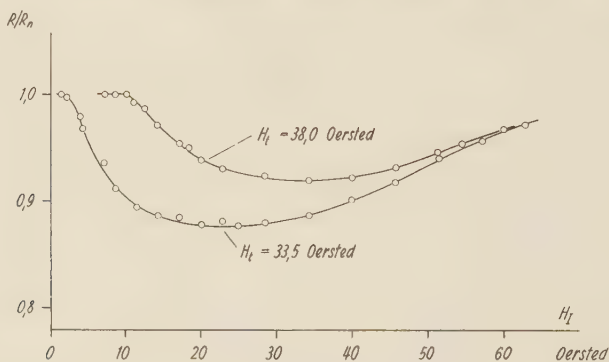


Fig. 16.

Abhängigkeit des Widerstandes vom Belastungsstrom im überkritischen Transversalfeld $H_t > H_c$. Zinn (Probe 2) bei 3,50° K.



Fig. 17.

Feldverhältnisse in der Bohrung eines stromdurchflossenen, exzentrischen Hohlzylinders.

trachten wir einen zylindrischen stromdurchflossenen Leiter mit einer exzentrischen, zur Achse parallelen Ausbohrung, siehe Fig. 17. Am Punkt S kann man sich das Feld zusammengesetzt denken aus einer Komponente, die einem Draht ohne Ausbohrung entspricht,

abzüglich der entsprechend einem Strom in der Bohrung

$$\vec{H}_R = \frac{2\pi s^2 \vec{j}_n \times \vec{s}}{s^2} - \frac{2\pi b^2 \vec{j}_n \times \vec{b}}{b^2}. \quad (20)$$

Dabei ist j_n die Stromdichte im Metall. Der Feldvektor an der inneren Oberfläche dieses exzentrischen Hohlzylinders ist also konstant und von der Grösse

$$\vec{H}_R = 2\pi \vec{j}_n \times \vec{d}. \quad (21)$$

Betrachtet man einen von einem überkritischen Strom durchflossenen zylindrischen Supraleiter, der an Stelle der obenerwähnten Bohrung seinen Zwischenzustandskern hat, so würde sich dem Feld des Kernes beim Verschieben aus der zentralen Lage ein zusätzliches homogenes Feld nach Gleichung (21) überlagern. Eine exzentrische Lage des Kernes ist jedoch nur stabil, wenn dieses zusätzliche Feld \vec{H}_R durch ein von aussen angelegtes Transversalfeld $\vec{H}_t = -\vec{H}_R$ kompensiert wird, so dass die Feldverhältnisse im verschobenen Kern mit Aussenfeld sich nicht unterscheiden von denen des unverschobenen ohne Aussenfeld. Andererseits kann man sagen, dass die Wirkung eines äusseren transversalen Feldes auf den Zwischenzustandskern aufgehoben wird durch Seitwärtsverschieben des Kernes um den Betrag d , der gegeben ist durch

$$H_t = 2\pi j_n d. \quad (22)$$

Würde sich der Kern unter Einwirkung dieses Feldes H_t weiter oder weniger weit als um den Betrag d aus der zentralen Lage verschieben, so würden auf ihn, da die Stromdichte des Kernes grösser als die des Mantels ist, ponderomotorische Kräfte wirken und ihn in die Gleichgewichtslage zurückdrängen. Man könnte auch sagen, dass sich ein Zwischenzustandskern, der nicht genau um d verschoben ist, auf der einen Seite im überkritischen, auf der anderen im unterkritischen Feld befände, so dass er sich auf der einen Seite ab- und auf der anderen Seite aufbauen würde, bis er um den nach Gleichung (22) gegebenen Betrag d von der zentralen Lage entfernt ist. Sicher beginnen sich die Verhältnisse jedoch zu ändern, wenn der Kern soweit verschoben wird, dass er die Drahtoberfläche berührt. Dies bedeutet aber, dass für konstantes $I > I_c$ der Widerstand trotz zunehmendem H_t so lange konstant bleibt, bis der Zwischenzustandskern die äussere Zylinderfläche berührt und durch diese deformiert wird, wie in Fig. 18 angedeutet.

Dies tritt ein, sobald

$$d + b = a \quad (23)$$

Berücksichtigen wir noch, dass die Stromdichte j_n im normalleitenden Mantel

$$j_n = H_c / 4 \pi b \quad (24)$$

ist, und führen wir diese in Gleichung (22) ein, so erhält man

$$H_t / H_c = \frac{d}{2b} \quad (25)$$

Eliminiert man nun d aus Gleichung (23) und setzt es in Gleichung (25) ein, so erhält man für b/a den Ausdruck

$$\frac{b}{a} = \frac{1}{1 + 2(H_t/H_c)} \quad (26)$$

Führt man dies in Gleichung (1) für die Kerngrösse ein, so erhält

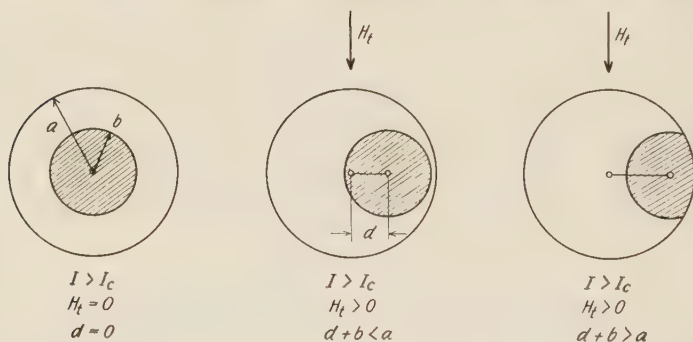


Fig. 18.

Verhalten des Zwischenzustandkernes im transversalen Aussenfeld.

man für die Begrenzung des Gebietes konstanten Widerstandes im H_I - H_t -Diagramm die Beziehung

$$H_I = H_c \left[\frac{2 (H_t/H_c)^2}{2 (H_t/H_c) + 1} + 1 \right] \quad (27)$$

Diese theoretische Grenzlinie g ist in Fig. 15 gestrichelt eingezeichnet, während die ausgezogene Linie g' die entsprechende experimentell ermittelte Grenzkurve darstellt. Die Übereinstimmung ist relativ gut, doch ist die experimentelle Begrenzungslinie der H_I -Achse näher als die theoretische, was den Schluss zulässt, dass der Zwischenzustandskern etwas grösser ist, als nach LANGEVIN-LONDON zu erwarten wäre.

5.3. Direkte Bestimmung des Zwischenzustandkernes.

Die Querfeldmessungen bieten nun, wie bereits kurz berichtet³⁴⁾, die Möglichkeit, den Durchmesser des Zwischenzustandskernes in einem von überkritischem Strom $I > I_c$ durchflossenen zylindrischen Supraleiter experimentell zu bestimmen.

Nach dem Modell von LANGEVIN und LONDON sollte dieser Kern die Grösse haben

$$b = a [I/I_c - \sqrt{(I/I_c)^2 - 1}] \text{ für } I \geq I_c. \quad (1)$$

(In Fig. 19 sind die nach dieser Gleichung berechneten Werte als ausgezogene Linie eingezeichnet.) Es weisen jedoch — wie in Kapitel 3 ausführlich diskutiert — die experimentellen Ergebnisse über den Widerstandsverlauf in Abhängigkeit vom Belastungsstrom gewisse Abweichungen gegenüber dem nach diesem Modell zu erwartenden Widerstandsverlauf auf. Deshalb wurden die Kerndurchmesser mit Hilfe von Messungen im Querfeld auf direkte Weise bestimmt und mit den nach Gleichung (1) theoretisch berechneten Werten verglichen. Dazu ging man auf Grund früherer Überlegungen dieses Kapitels davon aus, dass sich ein im Zwischenzustand befindlicher Kern beim Anlegen eines äusseren transversalen Feldes H_t um den Betrag

$$d = \frac{H_t}{2\pi j_n} \quad (22a)$$

aus der zentralen Lage verschiebt. Bei konstantem $I > I_c$ und zunehmendem Aussenfeld bleibt nun der Widerstand der Probe solange konstant, bis der Zwischenzustandskern an der äusseren Oberfläche anstösst. Diese Überlegung ergibt den Kernradius b zu

$$b = a - d \quad (23a)$$

und unter Berücksichtigung des experimentell beobachtbaren Grenzfeldes $(H_t)_{\text{eff}}$

$$b = a - \frac{(H_t)_{\text{eff}}}{2\pi j_n}. \quad (28)$$

Die Stromdichte j_n im normalleitenden Mantel kann nicht direkt beobachtet werden, wohl aber der bei dem jeweiligen Strom auftretende Widerstand $R_{\text{eff}} = V/I$ und der Normalleitungswiderstand $R_n = V_n/I_n$. Mit dem Ansatz

$$j_n = V/R_o l_p \quad (29)$$

(l_p = Probenlänge) und dem spezifischen Widerstand R_o

$$R_o = \frac{V_n}{I_n} \cdot \frac{\pi a^2}{l_p} \quad (30)$$

erhält man die Stromdichte j_n im Mantel aus Belastungsstrom und dem dabei beobachteten Widerstand

$$j_n = \frac{R_{\text{eff}}}{R_n} \cdot \frac{I}{\pi a^2}. \quad (31)$$

Führt man diesen Ausdruck in Gleichung (28) ein, so erhält man für den gesuchten Kernradius b in Abhängigkeit der aus dem Experiment bestimmbaren Grössen, Belastungsstrom I , effektiver Widerstand R_{eff} und effektives transversales Grenzfeld $(H_t)_{\text{eff}}$:

$$b = a \left(1 - \frac{(H_t)_{\text{eff}}/H_c}{(R_{\text{eff}}/R_n)(I/I_c)} \right). \quad (32)$$

Aus den an Probe 2 ausgeführten Quersfeldmessungen wurden nun die entsprechenden experimentellen Werte entnommen und in obige Relation eingeführt. Die so gewonnenen Kerndurchmesser wurden zum Vergleich mit der Theorie in Fig. 19 eingetragen.

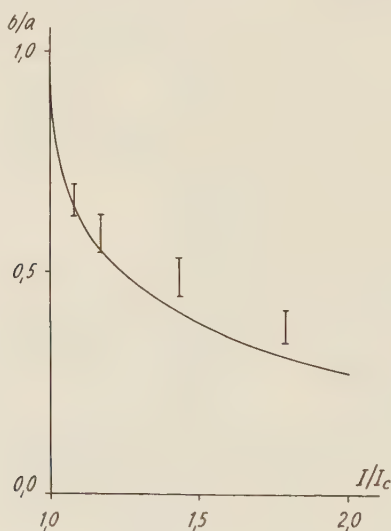


Fig. 19.

Experimentell ermittelter Durchmesser des Zwischenzustandskernes eines zylinderförmigen Supraleiters (Probe 2) in Abhängigkeit vom Belastungsstrom sowie theoretischer Kerndurchmesser nach LONDON (ausgezogene Linie).

Man sieht, dass die experimentellen Resultate etwas grösser sind als nach der Langevin-London-Theorie erwartet, was von Unregelmässigkeiten im Kernaufbau herrühren dürfte. Doch ist die Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment so gut, dass diese Messungen als ein Beweis für die Richtigkeit des Langevin-Londonischen Zwischenzustandsmodelles angesehen werden können.

Die Messungen an Probe 2 bei 3,5 °K zeigen, dass ihr effektiver Widerstand sowie die Kerndurchmesser grösser sind, als man nach der Theorie erwartet. Daraus ist zu schliessen, dass auch der Widerstand des Kernes grösser sein muss als derjenige, der aus der Doppelkegelanordnung folgt. Die Volumenverteilung der normal- und supraleitenden Bereiche ist offenbar nicht so einfach. In der durch unsere Querfeldmessungen erhärteten Langevin-London-Theorie wird ja nichts über die Struktur des Kernes ausgesagt, und die von LONDON angedeutete Möglichkeit der Doppelkegelverteilung geht weder in seine Theorie ein, noch ergibt sie sich aus ihr.

6. Zusammenfassung.

6.1.

Die bei unseren Untersuchungen über die Eigenstromübergänge (Kapitel 3) in Zinn erzielten Resultate können in folgenden Punkten kurz zusammengefasst werden:

a) Das von uns verwendete Zinn erfüllt die Silsbeesche Hypothese.

b) Die Übergangskurven waren reproduzierbar und wurden besonders bei unserer reinen Probe durch Aufheizeffekte praktisch nicht verfälscht.

c) Der Vergleich der Sprunghöhe mit dem klassischen Langevin-London-Übergang zeigt, dass die Abweichungen für reine Proben relativ gering sind (siehe Fig. 5).

d) Die Höhe des ersten Sprungs $R(I_c)/R_n$ ist abhängig von der Temperatur sowie von der freien Weglänge der Elektronen, das heisst von der Reinheit. Trägt man das Verhältnis $y_0 = a/l$ für unsere Proben bei verschiedener Temperatur im Kuperdiagramm auf, so sieht man, dass die Übereinstimmung nur qualitativ ist (siehe Fig. 3) und dass $R(I_c)/R_n$ mit wachsendem y_0 entgegen Kupers Theorie zunimmt.

e) Die endliche Breite des ersten steilen Widerstandsanstieges bei Stromübergängen ganz nahe an der Sprungtemperatur dürfte genau so wie die endliche Breite der Temperatursprünge von Verunreinigungen herrühren. Diese bewirken eine gewisse Bandbreite des kritischen Feldes, die bemerkbar wird, solange sie mit H_c selbst vergleichbar ist, was in unmittelbarer Nähe von T_c sicher der Fall ist (siehe Fig. 20).

Erhärtet wird diese Interpretation dadurch, dass, wie in Fig. 4 zu sehen ist, sich dieses Gebiet des endlichen Widerstandsanstieges bei den stärker verunreinigten Proben viel weiter ausdehnt.

6.2.

Unsere Resultate über die Eigenstromübergänge in longitudinalen Aussenfeldern (Kapitel 4) können wie folgt zusammengefasst werden:

a) Die mit einer Erweiterung der London-Theorie berechneten Stromübergänge in longitudinalen Aussenfeldern stimmen relativ gut mit unseren Messungen an Zinn überein. Zur besseren Übersicht für das Verhalten im Zwischenzustand wurden die Linien gleichen Widerstandes in einem H_I - H_c -Diagramm aufgezeichnet.

b) Es wurde gezeigt, dass die Breite der Längsfeldübergänge mit sinkender Temperatur abnehmen sollte. Trotz der probenbedingten Bandbreite des kritischen Feldes wurden auch unsere an Zinn untersuchten Übergänge mit abnehmender Temperatur schmaler.

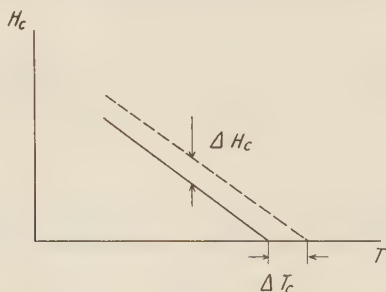


Fig. 20.

Schematische Darstellung der „Bandbreite“ des kritischen Feldes und der kritischen Temperatur nahe der Sprungtemperatur. Die ausgezogene und gestrichelte Linie begrenzen die Breite der Übergangskurven.

c) Der „paramagnetische Effekt“ wurde von anderer Seite damit erklärt, dass der Strom spiralförmige Bahnen beschreibt. Die von uns gemessenen Stromübergänge im longitudinalen Aussenfeld stimmen jedoch mit der Theorie, die achsenparallele Strombahnen annimmt, im Gebiet des paramagnetischen Effektes relativ gut überein.

6.3.

Die Ergebnisse über den Widerstandsverlauf beim Übergang zwischen Supraleitung und Normalleitung eines stromdurchflossenen Supraleiters im transversalen Aussenfeld (Kapitel 5) können wie folgt zusammengefasst werden:

a) Die Quersfeldübergänge bei kleinen Meßströmen $I \ll I_c$ stimmen mit den bisherigen Messungen anderer Autoren überein.

b) Die nach einer einfachen Erweiterung der Silsbee-Hypothese berechnete Grenzlinie s zwischen reiner Supraleitung und Zwischen-

zustandsgebiet im H_I - H_t -Diagramm (Fig. 15) weicht nur sehr wenig von den experimentellen Ergebnissen ab.

c) Für Meßströme $I > 0$ wurde der Zustand der vollen Normalleitung erst für Felder $H_t > H_c$ erreicht. In unserem Fall konnten für entsprechend hohe Belastungsströme Zwischenzustandsgebiete in Querschnitten bis zu $2 \cdot H_c$ beobachtet werden. Man kann zeigen, dass solche Gebiete zu erwarten sind, solange

$$H_t - H_I < H_c$$

was mit unseren Beobachtungen übereinstimmt.

d) Schickt man durch einen im überkritischen Transversalfeld $H_t > H_c$ befindlichen Supraleiter einen Strom, so sinkt der Widerstand trotz Erhöhung des Belastungsstromes von seinem normalleitenden Wert $R/R_n = 1,0$ ab, um nach Durchlaufen eines Minimums wieder auf $R/R_n = 1,0$ asymptotisch anzusteigen. Siehe Fig. 16.

e) In einem von einem überkritischen Strom $I > I_c$ durchflossenen Supraleiter bildet sich ein Zwischenzustandskern aus. Es kann nun ein transversales Aussenfeld angelegt werden, ohne dass sich der Widerstand der Probe ändert. Daraus wurde eine Methode entwickelt, die eine direkte Bestimmung der Grösse des Zwischenzustandskernes zulässt. Die Resultate stimmen gut mit den nach LANGEVIN-LONDON theoretisch berechneten Werten für den Kernradius überein. Diese Messungen beweisen zudem die Richtigkeit des Zwischenzustandsmodelles von LANGEVIN und LONDON.

Die vorliegende Arbeit entstand auf Anregung von Herrn Prof. Dr. P. GRASSMANN, Vorstand des Institutes für Kalorische Apparate und Kältetechnik, der ihr stets reges Interesse entgegenbrachte und sie mit vielen wertvollen Ratschlägen entscheidend förderte. Es sei mir darum an dieser Stelle gestattet, ihm meinen herzlichen Dank auszusprechen. Besonderer Dank gebührt auch Herrn Dr. J. L. OLSEN, der das Kältelaboratorium betreut und mir bei der Durchführung dieser Arbeit stets mit Rat und Tat zur Seite stand. Unsere wertvollen Diskussionen haben viel zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen. Ferner bin ich der Schenkung der *A.G. Brown, Boveri & Cie., Baden*, für die Bereitstellung finanzieller Mittel zu bestem Dank verpflichtet.

7. Literaturangaben.

- 1) H. KAMERLINGH ONNES, Comm. Leiden Suppl. **34** (1913); 133a, b, c, d.
- 2) F. B. SILSBEE, J. Wash. Acad. Sci. **6**, 597 (1916).
- 3) F. B. SILSBEE, Bull. Bur. Stand. **14**, 301 (1918).

- 4) P. LANGEVIN, private Mitteilung an F. B. SILSBEE in F. B. SILSBEE, *Bull. Bur. Stand.* **14**, 301 (1918).
 - 5) F. LONDON, Une conception nouvelle de la supraconductibilité, Paris, Hermann & Cie. (1937).
 - 6) F. LONDON, *Superfluids*, vol. I, S. 120 (1950).
 - 7) N. E. ALEXEEVSKY, *J. Exp. Theor. Phys. USSR*, **8**, 342 (1938).
 - 8) R. B. SCOTT, *J. Res. Nat. Bur. Stand.* **41**, 581 (1948).
 - 9) C. J. GORTER, *Commun. Conf. Phys. des basses Temp. Paris, Annexe 3*, 543 (1955).
 - 10) D. K. C. MACDONALD, *J. Sci. Instrum.* **24**, 232 (1947).
 - 11) G. BUSCH, *Helv. Phys. Acta* **27**, 204 (1954).
 - 12) A. BÜHL und F. COETERIER, *Phys. Z.* **33**, 773 (1932).
 - 13) D. SHOENBERG, *Superconductivity*, S. 130 (1952).
 - 14) L. W. SCHUBENKOW und N. E. ALEXEEVSKY, *Nature* **138**, 804 (1936).
 - 15) C. G. KUPER, *Phil. Mag.* **43**, 1264 (1952).
 - 16) R. G. CHAMBERS, *Nature* **165**, 239 (1950).
 - 17) J. M. LOCK, A. B. PIPPARD und D. SHOENBERG, *Proc. Camb. Phil. Soc.* **47**, 811 (1951).
 - 18) J. K. HULM, *Proc. Roy. Soc. A.* **64**, 867 (1951).
 - 19) P. GRASSMANN und L. RINDERER, *Helv. Phys. Acta* **27**, 309 (1954).
 - 20) L. RINDERER, *Commun. Conf. Phys. des basses Temp. Paris, Annexe 3*, 548 (1955).
 - 21) K. STEINER, *Z. Naturf.* **4a**, 271 (1949).
 - 22) W. MEISSNER, F. SCHMEISSNER und H. MEISSNER, *Z. f. Physik* **130**, 521, 529 (1951); **132**, 529 (1952).
 - 23) J. C. THOMPSON und C. F. SQUIRE, *Phys. Rev.* **96**, 287 (1954).
 - 24) Y. SHIBUYA und S. TANUMA, *Phys. Rev.* **98**, 938 (1955).
 - 25) H. MEISSNER, *Phys. Rev.* **97**, 1627 (1955), *Phys. Rev.* **101**, 31 (1956).
 - 26) D. K. C. MACDONALD und K. MENDELSSOHN, *Proc. Roy. Soc. A.* **200**, 66 (1949).
 - 27) W. J. DE HAAS, J. VOOGD und J. M. JONKER, *Physica I*, 281 (1934); *Comm. Leiden* 229c.
 - 28) A. D. MISENER, *Proc. Camb. Phil. Soc.* **35**, 95 (1939).
 - 29) E. R. ANDREW, *Proc. Roy. Soc. A.* **194**, 80 (1948).
 - 30) H. von LAUE, *Phys. Zs.* **33**, 793 (1932).
 - 31) E. R. ANDREW, *Proc. Roy. Soc. A.* **194**, 98 (1948).
 - 32) L. RINDERER, *Zs. Naturf.* **10a**, 174 (1955).
 - 33) K. C. MANN, H. C. SMITH und J. O. WILHELM, *Phys. Rev.* **54**, 758 (1938).
 - 34) L. RINDERER, *Helv. Phys. Acta* **28**, 453 (1955).
-

Bestimmung der Quellstärke einer Be-Photo- und einer Ra-Be-Neutronenquelle

von C. von Planta und P. Huber, Basel.

(8. V. 1956.)

1. Einleitung.

Die Messung der Quellstärke von Ra-Be-Neutronenquellen wurde schon in verschiedenen Laboratorien durchgeführt. D. J. HUGHES¹⁾ gibt eine Übersicht über verschiedene Messungen. In ihr wird darauf hingewiesen, dass in einigen Fällen die Resultate nicht miteinander übereinstimmen. Insbesondere gibt eine von ALDER und Huber²⁾ publizierte Messung viel zu niedrige Werte der Quellstärke. Zur Überprüfung dieser Arbeit und weil geeichte Ra-Be-Quellen für die Eichung von Neutronenflüssen in Kernreaktoren Bedeutung haben, war es wünschenswert, eine neue Quellstärkebestimmung vorzunehmen. Über die zeitliche Veränderung von Ra-Be-Quellen hat man noch wenig Erfahrung. Aus diesem Grunde wurde zunächst eine Be-Photoneutronenquelle hergestellt, um daran die Quellstärke einer Ra-Be-Quelle anzuschliessen.

2. Beschreibung der Quellen.

Aus Fig. 1 ist der Aufbau der Be-Photoneutronenquelle ersichtlich. Der Radiumgehalt jeder einzelnen der als γ -Quelle verwendeten Radiumnadeln*) wurde durch Vergleich mit einer Eichnadel gemessen. Der totale Ra-Gehalt ergab sich zu $194,4 \text{ mg} \pm 1,5\%$.

Die Ra-Be-Neutronenquelle ist in ihrem Bau aus Fig. 2 ersichtlich.

*) Die Ra-Nadeln, hergestellt im Jahre 1930 von der Union Minière du Haut-Katanga in Brüssel, wurden uns von der Radiumstiftung Zürich zur Verfügung gestellt. Sie enthalten das Radium in Form von $\text{RaBr}_2 \cdot 2 \text{H}_2\text{O}$.

3. Messmethode und Apparatur.

3.1. Messmethode.

Unter der Quellstärke S einer Neutronenquelle soll die Anzahl Neutronen verstanden werden, welche die Quelle pro Zeiteinheit im Vakuum emittiert. Da das Energiespektrum der von den beschriebenen Quellen emittierten Neutronen kompliziert und nur

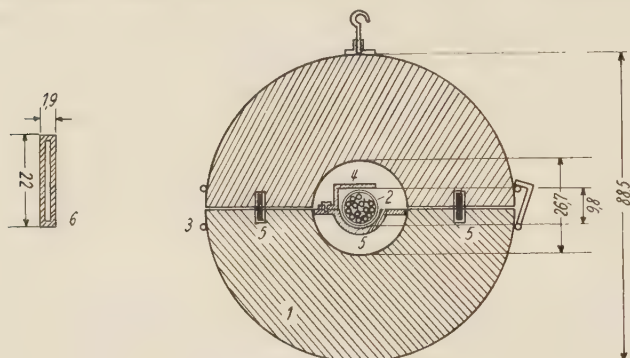


Fig. 1.

Be-Photoquelle. Masse in mm

- 1 Be-Kugel (mittlere Dichte = $1,794 \text{ gcm}^{-3}$ *)
- 2 Zylindrischer Behälter aus Reinaluminium mit Deckel (Wandstärke 0,3 mm) 15 Radiumnadeln enthaltend.
- 3 Ring aus Neusilberrohr zum Zusammenhalten der beiden Halbkugeln.
- 4 Stahlfeder.
- 5 Bügel und Bolzen aus Reinaluminium mit Araldit (121 N) eingekittet.
- 6 Ra-Nadel mit Mantel aus Pt (90%)/Ir (10%) vergoldet (Wandstärke 0,5 mm).

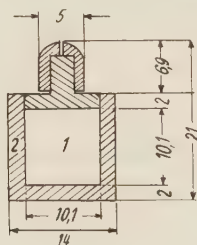


Fig. 2.

Ra-Be-Quelle. Masse in mm

- 1 Gepresste Ra-Be-Mischung (U. M. 1393119, Dichte = $1,7 \text{ gcm}^{-3}$) 101,97 mg Ra enthaltend.
- 2 Monel-Gehäuse.

ungenau bekannt ist, muss zur Bestimmung von S eine energieunabhängige Methode angewendet werden. Eine solche besteht

*) Für die Überlassung des Berylliums sind wir Herrn Prof. F. G. HOUTERMANS und für das Schmelzen und Giessen der Be-Hohlkugel der Gerätebauanstalt Balzers (Liechtenstein) zu Dank verpflichtet.

darin, die Neutronen in einem Moderator zu verlangsamen. Der Moderator soll langsame Neutronen absorbieren und soll ausserdem so gross sein, dass keine Neutronen nach aussen entweichen. Das Problem der Messung der Quellstärke reduziert sich dann im wesentlichen auf die Bestimmung der Anzahl der vom Moderator pro Zeiteinheit absorbierten Neutronen S_m . Zwischen S und S_m besteht die Beziehung:

$$S = S_m(1 + B).$$

Dabei berücksichtigt B den Anteil der Neutronen, der vom Moderator in die Quelle zurückgestreut und dort absorbiert wird.

Bringt man die Neutronenquelle in den Mittelpunkt des Moderators, so erzeugt sie im ganzen vom Moderator erfüllten Raum eine vom Quellenabstand des Raumpunktes abhängige, stationäre Neutronendichte N . Ist nun die Neutronendichte in jedem Raumpunkt des Moderators absolut bekannt, so lässt sich daraus und aus den Absorptionseigenschaften des Moderators die Absorption S_m berechnen.

Als Moderator wurde Wasser verwendet. Die Absorption in Wasserstoff erfolgt nach dem $1/v$ -Gesetz und der Absorptionsquerschnitt ist genau bekannt^{3) 4)}. Zur Bestimmung der Neutronendichte im Abstand r vom Quellenmittelpunkt wurde eine dünne Goldfolie dorthin gebracht und ihre durch den Einfang langsamer Neutronen erzeugte Radioaktivität gemessen. Aus den Absorptionseigenschaften und der Aktivität A' einer solchen Folie lässt sich dann N berechnen. Gold ist aus den folgenden Gründen als Folienmaterial besonders geeignet:

1. Das einfache Zerfallsschema erlaubt eine genaue Absolutmessung der Aktivität.
2. Es besitzt ein einziges Isotop und ist in sehr reiner Form erhältlich. Es lässt sich leicht zu dünnen Folien walzen und ist chemisch neutral.
3. Der Absorptionsquerschnitt ist gross und die Halbwertszeit für genaue Messungen von günstiger Grössenordnung.

Nachteilig wirkt sich eine Resonanz bei 4,87 eV⁵⁾ aus. Deshalb muss das Cd-Verhältnis R der Folien (siehe Anhang 1) gemessen werden. Die Neutronenabsorption der Goldfolie bewirkt eine Verminderung der Neutronendichte am Ort und in der Umgebung der Folie. Daher hat man eine Aktivierungsstörung κ (siehe 4.3) zu berücksichtigen. Bedeutet A die ungestörte Aktivität, dann gilt zwischen A und A' die Beziehung: $A = A'(1 + \kappa)$.

Nimmt man nun an, dass die Absorption S_m nur im Wasserstoff erfolge*), dann ergibt die Rechnung (siehe Anhang 1):

$$S_m = \frac{4\pi}{V} \frac{n_H \sigma_0^H}{n_{Au} \sigma_{1/v}} \left(1 - \frac{c}{\bar{R}}\right) (1 + \kappa) \int_{r_0}^{\infty} A'(r) r^2 dr.$$

Es bedeuten:

n_H	= Anzahl Protonen pro cm^3 ,
n_{Au}	= Anzahl Goldkerne pro cm^3 ,
σ_0^H	= Absorptionsquerschnitt von Wasserstoff für eine Neutronenenergie von 0,025 eV,
$\sigma_{1/v}^{Au}$	= $1/v$ -Anteil des Absorptionsquerschnitts von Gold für eine Neutronenenergie von 0,025 eV,
V	= Volumen der Goldfolie,
\bar{R}	= Mittelwert des Cd-Verhältnisses (siehe 4.2.),
r	= Abstand vom Quellenmittelpunkt,
r_0	= Quellenradius,
c	= Dimensionsloser Faktor (siehe Rechnung Anhang 1).

Extrapoliert man die im Moderator gemessene Neutronendichte in die Neutronenquelle hinein, so lässt sich daraus und aus den Absorptionseigenschaften des Quellenmaterials die Absorption der in die Quelle zurückgestreuten Neutronen B berechnen (siehe 4.6).

3.2. Apparatur.

Als Moderator diene ein mit destilliertem Wasser gefülltes Betonfass von 10 cm Wandstärke, 1 m Höhe, und 1 m Durchmesser. Für die Ra-Be-Quelle beträgt die Anzahl der Neutronen, welche aus dem Moderator austreten ca. 1 % der Gesamtzahl. Der von der Quelle am weitesten entfernte Messpunkt hat einen Abstand von 23 cm, das sind 8 Diffusionslängen, von der Betonwandung. Die benutzten Goldfolien waren Kreisscheiben von 2 cm Durchmesser und 0,002 cm Dicke aus chemisch reinem Gold (Reinheit: 99,999 %, Dichte: $19,25 \text{ g cm}^{-3}$ **). Ihr Gewicht wurde mit einer Präzisionswaage auf 0,1 mg und ihr Durchmesser mit einem Messmikroskop auf 0,01 mm gemessen.

Auf die Halterung der Folien muss besondere Sorgfalt verwendet werden, damit der Neutronenfluss in der Umgebung der Folie nicht vom Halterungsmaterial beeinflusst wird (siehe Fig. 3). Die Integration der Neutronendichte (Aktivität) über das Volumen wird mechanisch ausgeführt¹²⁾.

*) Dies gilt für die Photoquelle streng. Bei der Ra-Be-Quelle muss eine Korrektur wegen der Absorption schneller Neutronen in Sauerstoff angebracht werden.

**) Lieferfirma: Métaux précieux S. A., Neuchâtel.

Die Folien werden von einem Integrator in einer Weise $r(t)$ vom Zentrum nach aussen durch den Trog bewegt, welche die Zunahme der Kugeloberfläche mit r^2 und den exponentiellen zeitlichen Abfall der Folienaktivität berücksichtigt.

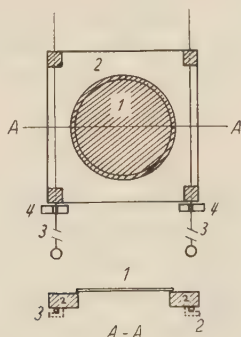


Fig. 3.

- 1 Au-Folie mit Araldit aufgekittet.
- 2 Perspex-Rahmen.
- 3 Imprägnierter Seidenfaden (mit Pb-Kügelchen beschwert).
- 4 Distanzring aus Kunststoff.

Für die Endaktivität A_e nach abgeschlossener Bewegung von r_1 nach r_2 soll gelten:

$$A_e = K \int_{r_1}^{r_2} A'(r) r^2 dr.$$

Damit beträgt der Zuwachs der Grösse A_e durch das Wegelement dr :

$$dA_e = K A'(r) r^2 dr.$$

K ist eine zu bestimmende Proportionalitätskonstante. Bei Bewegung der Folie erhält man als Beitrag des Zeitelements dt , während welchem sich die Folie zwischen r und $r + dr$ befindet, zur Endaktivität:

$$dA_e = A'(r) \lambda e^{-\lambda(T-t)} dt.$$

Dabei bedeuten:

λ = Zerfallskonstante von $\text{Au}^{198} = 1,071 \cdot 10^{-2} \text{ h}^{-1}$ (13).

T = Zeit, welche die Folie benötigt, um von r_1 nach r_2 zu kommen = 24 h.

Durch Gleichsetzung der beiden Ausdrücke für dA_e erhält man die Differentialgleichung der Bewegung der Folie. Ihre Integration

unter Berücksichtigung der Randbedingungen ($r = r_1 = 4,80$ cm für $t = 0$ und $r = r_2 = 27,00$ cm für $t = T$) ergibt:

$$r(t) = r_1 \left\{ 1 + \left(\frac{r_2^3}{r_1^3} - 1 \right) \frac{e^{\lambda t} - 1}{e^{\lambda T} - 1} \right\}^{\frac{1}{3}};$$

die Proportionalitätskonstante K wird bei n -facher Wiederholung der Bewegung:

$$K = \frac{3(1 - e^{-\lambda \Theta})}{r_2^3 - r_1^3}$$

wenn $\Theta = nT$ die totale Bestrahlungsdauer bedeutet.

Die Steuerung der Folienbewegung erfolgt durch einen von einem Synchronmotor angetriebenen Exzenter. Eine Kontrolle des Bewegungsablaufs während 24 h mit einem Kathetometer ergab keine grösseren Abweichungen als 0,2 mm vom gerechneten Wert. Es werden 3 um 90° gegeneinander versetzte Folien gleichzeitig bestrahlt, um eventuell vorhandene Asymmetrien in der Aufhängung zu eliminieren. Zur Mittelung über eine allfällige Asymmetrie in der Quellenemission wurde die Quelle mit einem Synchronmotor um ihre Achse gedreht.

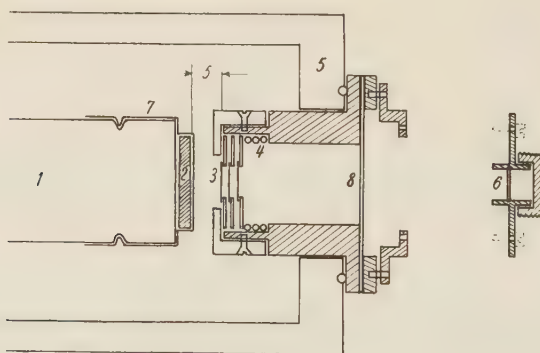


Fig. 4.

β -Zähler. Masse in mm

- 1 Photomultiplier EMI 6260.
- 2 Sintilon (1,4/36,4 mm) mit aufgedampftem Al-Reflektor.
- 3 Paket aus drei Goldfolien.
- 4 Feder zur Halterung von 1—3 Folienträgern.
- 5 Multipliergehäuse.
- 6 Ra-E-Testpräparat (zwischen 2 eingelöteten 0,02 mm Cu-Folien).
- 7 0,01 mm Al-Folie auf Multiplierkathodenspannung.
- 8 0,1 mm Al-Folie.

Die Aktivitätsmessung der Folien erfolgt mit einem geeichten β -Zähler (Eichung siehe 4.1.). Als β -Zähler dient ein Photomultiplier (EMI 6260) mit einer Scheibe aus Sintilon*).

Der Zähler und die Folienhalterung sind aus Fig. 4 ersichtlich. Die Reproduzierbarkeit der Zählgeometrie ist besser als 1%. Der Multiplier und die zu messenden Folien befinden sich in einem lichtdichten Aluminiumgehäuse, welches zur Reduktion des Untergrundes allseitig mit 5 cm Blei abgeschirmt ist. Die Aktivität der Folien wurde in der Regel über eine Halbwertszeit, d. h. über ca. 3 Tage gemessen. Die stündliche Umschaltung auf ein neues Zählwerk erlaubte eine Kontrolle über den zeitlichen Abfall der Aktivität und damit über die Stabilität der Messapparatur. Die Konstanz der Empfindlichkeit wurde während der Messungen alle paar Stunden mit einem RaE-Testpräparat geprüft, und wenn nötig, die Empfindlichkeit mittels der Multiplier-Spannung auf den Sollwert nachgestellt. Die Schwankungen betrugen während einer Messperiode höchstens 3%.

Es wurde immer die Aktivität eines Pakets von 3 Folien (siehe Fig. 4), welche in Dicke d und Radius ϱ auf 1%/₀₀ untereinander übereinstimmten, oder eine einzelne Folie gemessen. Entsprechend müssen zwei Zählerempfindlichkeiten ($\varepsilon_3, \varepsilon_1$) eingeführt werden.

$$\begin{aligned} \text{und} \quad A &= \varepsilon_3 f(d) \cdot Z_3 && \text{für drei Folien} \\ A &= \varepsilon_1 f(d) \cdot Z_1 && \text{für eine Folie,} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{wo} \quad Z_3 &= \text{Stosszahl pro Zeiteinheit mit Paket von 3 Folien,} \\ Z_1 &= \text{Stosszahl pro Zeiteinheit mit einer Folie,} \\ f(d) &= \text{Korrekturfaktor für Selbstabsorption wegen der} \\ &\quad \text{unterschiedlichen Dicke der Folien (im ungünstig-} \\ &\quad \text{sten Fall betrug der Dickeunterschied } 3,3 \text{ mg/cm}^{-2}\text{).} \end{aligned}$$

Wie die experimentelle Bestimmung der Funktion $f(d)$ zeigte, lässt sich die Selbstabsorption recht gut durch ein exponentielles Gesetz beschreiben:

$$f(d) = e^{-k(d_0 - d)}$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad k &= 8,6 \cdot 10^{-3} \text{ mg}^{-1} \text{ cm}^2, \\ d_0 &= \text{Dicke der Eichfolie (siehe 4.1.).} \end{aligned}$$

Während der ganzen Messzeit waren die Schwankungen des Untergrundes lediglich statischer Natur.

*) Sintilon Brand Plastic-Phosphor der Firma National Radiac Inc. Newark N. J., USA.

4. Messungen.

4.1. Eichung des β -Zählers.

Um den Zähler eichen zu können, musste die Aktivität einer Goldfolie, wie sie bei den Messungen verwendet wurde, genau bekannt sein. In einem Uranreaktor*) wurde eine Goldfolie aktiviert unter Beachtung, dass das Isotopenverhältnis $\text{Au}^{199}/\text{Au}^{198}$ kleiner

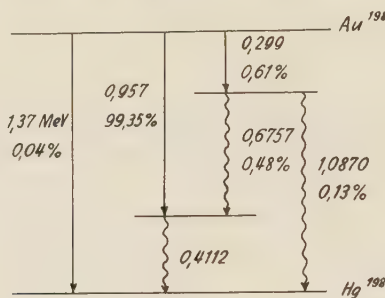


Fig. 5.

Zerfallsschema von Au^{198} .

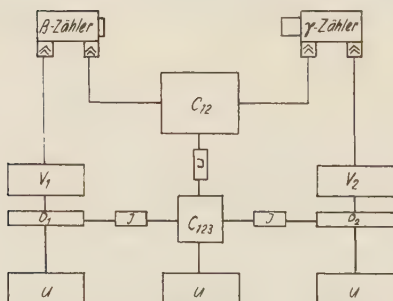


Fig. 6.

Blockschema für (β, γ) -Koinzidenzmessung.

V = Verstärker.

D = Diskriminator (Schmitt-Trigger).

J = Impulsformer (Impulslänge = $6,7 \mu\text{s}$).

U = Untersetzter mit Zählwerk.

C_{12} = Hochauflösende 2fache Koinzidenzschaltung.

C_{123} = 3fache Koinzidenzschaltung (Rossi).

als 1% blieb. Die Messung der Aktivität erfolgte nach dem Koinzidenzverfahren¹⁴⁾. Fig. 5 zeigt das Zerfallsschema von Au^{198} ¹⁵⁾; 4,8% der 411,2 keV γ -Linie ist konvertiert¹⁶⁾. Die zu 99,35% vor-

*) AERE, Harwell.

kommende (β, γ) -Kaskade besitzt keine Winkelkorrelation¹⁷⁾. Die Lebensdauer des 411,2 keV Niveaus von Hg^{198} ist kleiner als $3 \cdot 10^{-11} \text{ s}^{18)$. Das Blockschema der Apparatur mit 2 Photomultipliern (EMI 6260) als Zähler zeigt Fig. 6.

Die Koinzidenzschaltung C_{12} (siehe Blockschema) hat ein Auflösungsvermögen von ca. $4 \cdot 10^{-8} \text{ s}$. Das wird erreicht durch Reflexion der Multiplierimpulse am kurz geschlossenen Ende eines 5 m langen Koaxialkabels¹⁸⁾. Die Anordnung der Zähler zeigt Fig. 7.

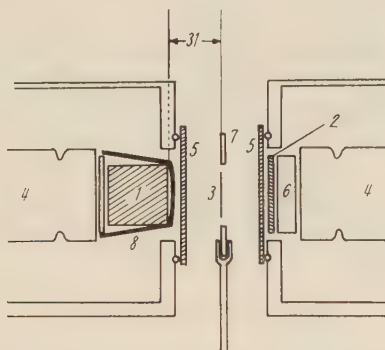


Fig. 7.

Anordnung zur Absolutmessung der Aktivität. Masse in mm

- 1 NaJ (Tl) Kristall (25/25/25 mm).
- 2 Sintilon-Scheibe (36,4/1,4 mm).
- 3 Goldfolie mit Durexband auf Träger befestigt.
- 4 Photomultiplier (EMI 6260).
- 5 Al Absorber (0,5 und 2 mm dick).
- 6 Perspex Lichtleiter.
- 7 Folienträger aus Perspex.
- 8 Al Reflektor.

Durch die Aluminiumabsorber wird die Registrierung von Konversionselektronen durch den β -Zähler und von β -Teilchen durch den γ -Zähler verhindert. Im γ -Kanal wird bei einer Elektronenenergie von 280 keV diskriminiert. Der γ -Untergrund des β -Zählers betrug 3,9%. Die zufälligen Koinzidenzen in C_{12} machten im ungünstigen Falle 3^0_{00} der registrierten Koinzidenzstosszahl aus. Bedeuten Z_β , Z_γ und $Z_{\beta\gamma}$ die Stosszahlen des β , γ und Koinzidenzkanals nach Abzug des Untergrunds, dann erhält man für die Aktivität der Folie (siehe Anhang 2).

$$A = \frac{Z_\beta \cdot Z_\gamma}{Z_{\beta\gamma}} (1 - 0,0098).$$

Die Korrektur von 0,98% berücksichtigt die nicht koinzidenzfähige γ -Strahlung. $Z_\beta Z_\gamma / Z_{\beta\gamma}$ wurde über zwei Halbwertszeiten gemessen, und aus der Abweichung des zeitlichen Abfalls vom exponentiellen Gesetz konnten die Korrekturen wegen Zählverlusten in der Schaltung berechnet werden. Diese Korrektur betrug im ungünstigsten Fall 1,7%.

Spätere Aktivitätsmessungen¹⁹⁾ mit einer Apparatur vom selben Typus zeigten, dass eine genaue Kontrolle in bezug auf den Verlust von Koinzidenzen notwendig ist, wenn man eine hochauflösende Koinzidenzschaltung in Verbindung mit Photomultipliern mit relativ grossen Laufzeitschwankungen, wie diejenigen vom Typ EMI 6260, benützt. Mit der in ¹⁹⁾ beschriebenen Apparatur wurde eine neue Aktivitätsmessung einer Goldfolie vorgenommen¹⁹⁾. Die Übereinstimmung der neuen Aktivitätsmessung mit der ersten war besser als 1%.

Aus der Stosszahl pro Zeiteinheit der geeichten Folie ($\varrho_0 = 1,001$ cm, $d_0 = 41,90$ mg/cm⁻²) mit dem in 3.2 beschriebenen Zähler lässt sich ε_1 berechnen:

$$\varepsilon_1 = 4,811 \pm 2,0\%.$$

Zur Ermittlung von ε_3 wurde die Stosszahl eines Pakets von 3 unter sich in Radius und Dicke auf 1^o/₁₀₀ übereinstimmenden Folien gleicher Aktivität gemessen. Die Aktivität wurde durch Vergleich mit der Eichfolie gemessen. So erhält man aus der Stosszahl pro Zeiteinheit des Pakets von 3 Folien:

$$\varepsilon_3 = 3,603 \pm 2,2\%.$$

4.2. Cd-Verhältnis.

Unter dem Cd-Verhältnis R versteht man das Verhältnis der Aktivität einer Folie ohne und mit Cd-Abschirmung:

$$R = \frac{A}{A^{\text{Cd}}}.$$

R ist abhängig vom Neutronenspektrum und den Absorptionseigenschaften der Folie. Die Messung von R ist notwendig zur Ermittlung des vom $1/v$ -Anteil des Goldabsorptionsquerschnittes erzeugten Anteils der Aktivität $A_{1/v}$. Zwischen A und $A_{1/v}$ besteht der Zusammenhang (siehe Anhang 1): $A_{1/v} = A(1 - c/R)$. c ist eine aus den Absorptionseigenschaften des Goldes und Cadmiums und der Dicke der Cd-Abschirmung berechenbare Konstante. Die kleinen Impulszahlen pro Zeiteinheit der mit Cd abgeschirmten Folien

bieten messtechnische Schwierigkeiten. Es ist eine Zählgeometrie notwendig, die es erlaubt, einen möglichst grossen Raumwinkel zu erfassen und die gleichzeitig gut reproduzierbar ist. Zu dem Zweck wurden die Goldfolien zwischen 2 Sintilonscheiben eingebettet. Die Konstruktion des Zählers geht aus Fig. 8 hervor. Es konnten so

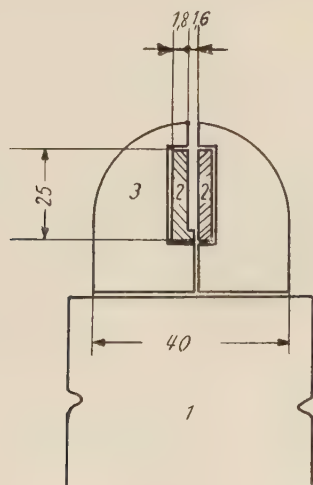


Fig. 8.

Szintillationszähler zur Messung kleiner Aktivitäten. Masse in mm.

- 1 Photomultiplier (EMI 6260).
- 2 Sintilonscheibe.
- 3 Lichtleiter aus Perspex mit aufgedampftem Al-Reflektor.

80% aller austretenden Elektronen registriert werden. Die Cd-Abschirmung der Folie bestand aus zwei Cd-Blechen (30/30/0,32 mm). Das Cd-Blech hatte eine garantierte Reinheit von 99,95%^{*)}. Durch Mittelung über die Neutronendichteverteilung mit Hilfe der Integrationsvorrichtung erhält man zwischen den Grenzen 4,80 und 27,00 cm:

1. Photoquelle: $\bar{R} = 9,009 \pm 3,3\%$.
2. Ra-Be-Quelle: $\bar{R} = 11,18 \pm 1,8\%$.

4.3. Aktivierungsstörung.

Die Einführung einer Neutronen absorbierenden Folie in ein Neutronenfeld, vermindert am Ort der Folie und in ihrer Umgebung die Neutronendichte. Dies bewirkt eine Reduktion der spezifischen

^{*)} Lieferfirma: P. H. Stehelin & Cie. AG., Basel.

Aktivität (Aktivität pro Volumeneinheit) der Folie. Unter der Aktivierungsstörung κ versteht man:

$$\kappa = \frac{a_{1/v}(0) - a_{1/v}(d)}{a_{1/v}(d)}.$$

Dabei bedeuten:

$a_{1/v}(0)$ = auf die Foliendicke 0 extrapolierter $1/v$ -Anteil der spezifischen Aktivität.

$a_{1/v}(d)$ = $1/v$ -Anteil der spezifischen Aktivität bei der Foliendicke d .

κ ist unabhängig vom Neutronenspektrum und damit vom Ort, da für den $1/v$ -Anteil der Aktivität praktisch nur die thermischen Neutronen verantwortlich sind. Zur Bestimmung von κ werden mehrere aufeinandergelegte unter sich gleich dicke Folien ($d = 0,01$ mm, $\varrho = 1,00$ cm) in einer Perspexhalterung durch einen konstanten

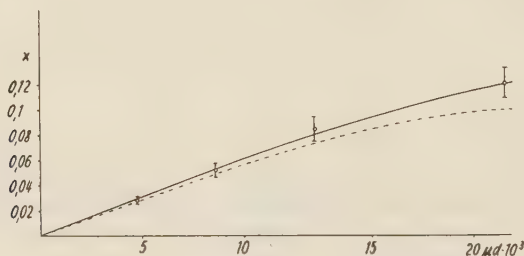


Fig. 9.

Aktivierungsstörung κ von Folien mit $\varrho = 1,00$ cm als Funktion von μd .

— — — Berechnete Kurve nach Skyrme.

⊥ Messpunkte mit Fehlern.

Neutronenfluss (10 cm Abstand von der Ra-Be-Quelle im Wassertank) aktiviert. Die β -Strahlung jeder einzelnen Folie wird mit dem β -Zähler (Fig. 4) gemessen, so dass keine Korrekturen für die Absorption der β -Strahlung in der Folie anzubringen sind.

Ist: J_i = Stosszahl pro Zeiteinheit der i . Folie,

V_i = Volumen der i . Folie,

d_i = Dicke der i . Folie,

und trägt man $\Sigma J_i / \Sigma V_i (1 - c/R)$ als Funktion von $\Sigma d_i = d$ auf, so erhält man durch Extrapolation auf $d = 0$ die Grösse $a_{1/v}(0)$. Zur Extrapolation wurde der Verlauf von κ nach einer Transporttheorie von SKYRME²⁰⁾ angenommen.

Tabelle 1.

Z_{e3}	$V \cdot 10^3$	d	κ	ϱ	$\frac{\Delta Z_{e3}}{Z_{e3}} \cdot 10^2$	Θ	$K \cdot 10^3$	$f(d)$	$\frac{Z_{e3} f(d) (1 + \kappa)}{K \cdot V} \cdot 10^{-6}$	Quelle
2,068	6,727	41,22	0,068	1,001	2,01	192	1,337	0,9942	2,441	Photo
2,080	6,857	42,01	0,069	1,001	0,50	192	1,337	1,001	2,428	
1,880	6,685	40,96	0,067	1,001	1,19	144	1,205	0,9919	2,470	
1,691*	6,379	39,30	0,064	0,9975	2,04	120	1,111	0,9778	2,482	
4,571	6,343	39,06	0,063	0,9975	1,31	96	0,9842	0,9778	7,595	Ra-Be
5,069	6,379	39,28	0,064	0,9975	0,741	120	1,109	0,9778	7,455	
3,842	6,379	39,28	0,064	0,9975	0,921	72	0,8234	0,9778	7,609	
3,727*	6,270	38,61	0,062	0,9975	0,811	72	0,8234	0,9721	7,453	

* Die mit einem Stern versehene Zahl gehört zur Messung mit um 90° gedrehter Quellenachse.

Z_{e3} = Stosszahl pro Zeiteinheit in s^{-1} .

V = Volumen der Folie in cm^3 .

d = Dicke der Folie in mg/cm^2 .

κ = Aktivierungsstörung.

ϱ = Folienradius in cm .

$\frac{\Delta Z_{e3}}{Z_{e3}}$ = Statistischer Fehler.

Θ = Bestrahlungsdauer in h .

K = Proportionalitätskonstante der Integration in cm^{-3} .

$f(d)$ = Selbstabsorptionskorrektur der Folie.

In Fig. 9 ist die gemessene und die nach SKYRME berechnete Kurve aufgetragen. Die Berechnung erfolgte mit den folgenden Werten:

$\mu = 5,099 \text{ cm}^{-1}$ = reziproke Absorptionsweglänge in Gold für

$$v = \frac{2}{\sqrt{\pi}} v_0$$

$L = 2,88 \text{ cm}$ = Diffusionslänge in Wasser,

$\lambda_t = 0,43 \text{ cm}$ = Transportweglänge in Wasser.

Es sei hier noch darauf hingewiesen, dass eine elementare Diffusionstheorie²¹⁾ ca. 30% niedrigere Werte liefert als die Messung.

4.4. Messung des Neutronen-Dichteintegrals.

Zur Messung der vom räumlichen Mittelwert der Neutronendichte erzeugten Aktivität werden jeweils 3 Folien durch den Trog bewegt. Der Endaktivität A_e entspricht somit eine mit dem geeichten Zähler gemessene Stosszahl pro Zeiteinheit Z_{e3} (siehe 3.2.). In der Tabelle 1 sind die verschiedenen Messwerte aufgetragen.

Aus den Mittelwerten der letzten Kolonne lässt sich nun der von der mechanischen Integration erfasste Anteil des Dichteintegrals berechnen. Man erhält:

$$\begin{aligned} 1. \text{ Photoquelle: } & \int_{4,80 \text{ cm}}^{27,00 \text{ cm}} N r^2 dr = 6,239 \pm 2,5 \% . \\ 2. \text{ Ra-Be-Quelle: } & \int_{4,80 \text{ cm}}^{27,00 \text{ cm}} N r^2 dr = 19,56 \pm 2,5 \% . \end{aligned}$$

Als bester Wert für den $1/v$ -Anteil des Goldabsorptionsquerschnittes wurde dabei derjenige von HUGHES⁹⁾ zu $97,8 \pm 0,5 b$ angenommen.

4.5. Randeffekt.

Unter dem Randeffekt soll der Anteil des Dichteintegrals verstanden werden, welcher mit der mechanischen Integration nicht erfasst werden kann.

Der Dichteverlauf in grossen Abständen wurde mit In-Folien ausgemessen. Es ergab sich in Übereinstimmung mit anderen Autoren^{22) 23)} ein exponentieller Abfall von $N \cdot r^2$ mit r (siehe Fig. 10).

Für die Photoquelle lässt sich der Dichteverlauf in Quellennähe berechnen (siehe Anhang 3, Fig. 12). Bei der Ra-Be-Quelle kann

eine Gaußkurve für die Dichteverteilung in kleinen Abständen von der Quelle angenommen werden⁷⁾. Die Parameter der Gaußkurve konnten aus der mit einer kleinen Mn-Folie gemessenen Dichteverteilung ermittelt werden (Fig. 11). Zum absoluten Anschluss dieser 4 Kurven (Fig. 10, 11, 12) wurde jeweils in einem Punkte eine absolute Dichtemessung mit einer Goldfolie vorgenommen.

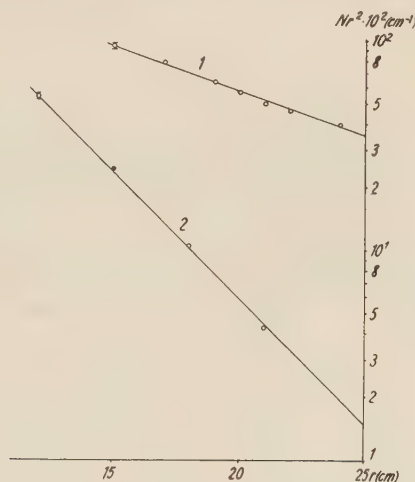


Fig. 10.

Dichteverlauf der Neutronen in grossen Abständen von der Quelle.

Kurve 1: Ra-Be-Quelle, $N(r) = 1/r^2 (0,935 \pm 2,3\%) e^{-(0,0971 \pm 2\%)(r-15)}$

Kurve 2: Photoquelle, $N(r) = 1/r^2 (0,538 \pm 2,3\%) e^{-(0,277 \pm 3\%)(r-12)}$

N in cm^{-3} . r in cm.

Extrapoliert man die Neutronendichte nach diesen Kurven, dann erhält man für den Randeffect:

$$1. \text{ Photoquelle: } \int_{r_0=4,43 \text{ cm}}^{4,80 \text{ cm}} N r^2 dr + \int_{27,00 \text{ cm}}^{\infty} N r^2 dr = 0,178 \pm 10\% .$$

$$2. \text{ Ra-Be-Quelle: } \int_{r_0=0,72 \text{ cm}}^{4,80 \text{ cm}} N r^2 dr + \int_{27,00 \text{ cm}}^{\infty} N r^2 dr = 4,66 \pm 3,2\% .$$

4.6. Vom Moderator in die Quelle zurückgestreute Neutronen.

Die Absorption im Quellenmaterial B lässt sich aus dem Verlauf der Neutronendichte im Innern der Quelle (Fig. 11, 12) und dem thermischen Absorptionsquerschnitt des Quellenmaterials unter Voraussetzung von $1/v$ -Absorption berechnen.

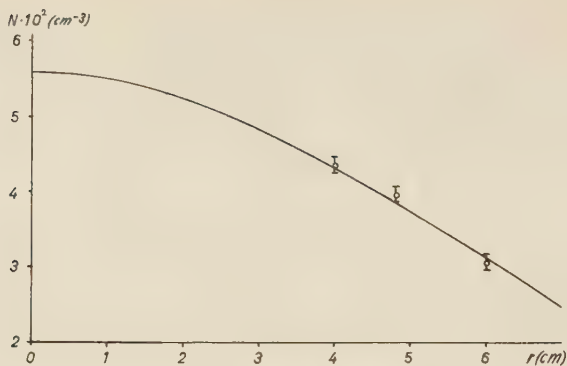


Fig. 11.

Dichteverlauf in kleinen Abständen von der Ra-Be-Quelle.

○ Messpunkte.

— Interpolierte Kurve $N(r) = (5,58 \pm 2,7\%) \cdot 10^{-2} \cdot e^{-(0,0164 \pm 2\%) \cdot r^2}$
 N in cm^{-3} . r in cm.

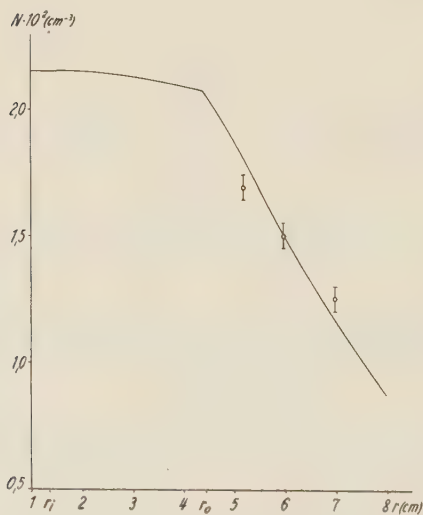


Fig. 12.

Verlauf der Neutronendichte in Be und Wasser.

— berechnete Kurve.

○ mit Goldfolie gemessene Punkte.

r_i Innenradius der Be-Hohlkugel.

Man erhält:

1. Photoquelle: $B = 0,037$,
2. Ra-Be-Quelle: $B = 0,0041$.

Der Fehler von B beträgt höchstens 10%. Die Absorption in der Photoquelle ist relativ gross, da die Pt/Ir-Wandungen der Ra-Nadeln starke Neutronenabsorber sind. Die Absorption in Be ist dagegen vernachlässigbar.

4.7. Berechnung von S .

Mit Kenntnis des absoluten Dichteintegrals ist man nun imstande, die Absorption der Neutronen im Wasserstoff zu berechnen. Für den Absorptionsquerschnitt von Wasserstoff wurde dabei als bester Wert der Mittelwert von 2 Messungen³⁾⁴⁾ zu $0,330 \pm 0,003 b$ angenommen.

Unter Verwendung der nach 4.6. ermittelten Werte für B erhält man dann:

1. Photoquelle:

$$S_{\text{Ph}} = (4,05_4 \pm 2,9\%) \cdot 10^5 \text{ Neutronen pro s,}$$

2. Ra-Be-Quelle (U.M. 1393 119, 101,97 mg Ra):

$$S_{\text{RaBe}} = (1,51_8 \pm 2,8\%) \cdot 10^6 \text{ Neutronen pro s (April 1955).}$$

Das Verhältnis der beiden Quellstärken wird:

$$\frac{S_{\text{RaBe}}}{S_{\text{Ph}}} = 3,74_4 \pm 1,7\% \quad (\text{April 1955}).$$

In der obigen Zahl für die Quellstärke der Ra-Be-Quelle ist ein Korrekturfaktor von $1,025 \pm 0,003$ für die Absorption schneller Neutronen in Sauerstoff enthalten. Dieser Faktor stammt aus einer Arbeit von DE TROYER²⁴⁾, welcher die Quellstärke einer Ra-Be-Quelle in Wasser und Paraffinöl gemessen hat. Er steht in Übereinstimmung mit einer Abschätzung von SEITZ und HUBER²⁵⁾, die aus dem Verlauf des Wirkungsquerschnitts der $\text{O}^{16}(n, \alpha) \text{C}^{13}$ -Reaktion für den Anteil der vom Sauerstoff eingefangenen Ra-Be-Neutronen 3% erhalten.

5. Vergleich mit anderen Quellstärkenmessungen.

Es ist interessant die vorliegende Messung mit den Quellstärkenmessungen anderer Laboratorien zu vergleichen. Die beschriebene Ra-Be-Quelle (im Folgenden mit B2 bezeichnet) ist erst seit Mai 1954 im Besitz des Physikalischen Instituts Basel. Ihre Vorgängerin war ebenfalls eine 100 mc Ra-Be-Quelle (B1), welche im Jahre

Tabelle 2.

Referenz	Neutronen-Quelle	Quellstärke S^* (n/s)	Relativmessung bez. B2	Vergleich der Absolutmessun- gen bez. $Q(B2)$	Mittlerer Fehler der Relativ- messungen
vor- liegende Messung	B2 hergestellt von der Union Minière (März 1953)	$(1,51_8 \pm 2,8\%) \cdot 10^6$		1,000	
²⁾	B1	$(6,11 \pm 8 \%) \cdot 10^5$	$0,5263 \cdot Q(B2)$	0,765	1,6%
²⁴⁾	Union Minière (UM)	$(7,90_8 \pm 2,0\%) \cdot 10^6$	$5,112 \cdot Q(B2)$	1,02	1 %
²⁶⁾	Freiburg i. B.	$(7,53 \pm 3,5\%) \cdot 10^5$	$0,454 \cdot Q(B2)$	1,09	1 %
²⁷⁾	Lausanne	$(7,17_7 \pm 5 \%) \cdot 10^5$	$0,474 \cdot Q(B2)$	0,998	3 %
²⁸⁾	Stockholm (St)	$(1,05 \pm 3,5\%) \cdot 10^6$	Vergleichsmessung in Basel $1,41 \cdot Q(B1) = 0,742 \cdot Q(B2)$ Vergleichsmessung in Stockholm: $1,30 \cdot Q(B1) = 0,684 \cdot Q(B2)$	0,933	3 %
**)	Harwell (Ha)	$(9,16 \pm 3 \%) \cdot 10^6$	$5,96 \cdot Q(B2)$	1,01	1 %
¹²⁾	Los Alamos (LA 40)	$(6,09 \pm 7,5\%) \cdot 10^6$	indirekter Vergleich**): (Messung über Harwellquelle): $0,645 Q(Ha) = 3,84 Q(B2)$ indirekter Vergleich: (Messungen in Harwell und Stockholm: $0,636 Q(Ha) = 7,57 \cdot Q(B1) = 3,97 \cdot Q(B2)$ indirekter Vergleich (Messungen in Argonne N. L. und Brüssel): $1,148 \cdot Q(\text{Argonne 312}) =$ $0,7604 Q(UM) = 3,887 \cdot Q(B2)$	1,04	3 %
²⁹⁾ ³⁰⁾	N. B. S. (Be-Photoquelle)	$(1,25_5 \pm 3 \%) \cdot 10^6$	$0,221 \cdot Q(LA 40) = 0,877 \cdot Q(B2)$	1,01	4,5%
				1,03	3 %
				0,955	

*) Die Quellstärken aller Ra-Be-Quellen sind auf den Zeitpunkt April 1955 umgerechnet. Als rel. Zunahme der Quellstärke $\Delta Q/Q_0$ wurde $\Delta Q/Q_0 = 0,17(1 - e^{-\lambda t})$, mit $\lambda = 0,0315$ pro Jahr, angenommen ²⁴⁾.

**) Mitteilungs von D. Brannen, II. D. 1.

1949 geeicht wurde²⁾. Die Quellen B1 und B2 wurden in Basel und in Brüssel von der Union Minière miteinander verglichen. Der Mittelwert der beiden Relativmessungen beträgt:

$$\frac{S(B1)}{S(B2)} = 0,526_3 \pm 1,6\%.$$

Sowohl B1 als auch B2 wurden mit anderen Quellen verglichen (siehe Tabelle 2). Man sieht, dass die Absolutmessung der Quelle B1 zu tief liegt. Wie spätere Untersuchungen zeigten, liegt der zu kleine Wert in einer zu gross angenommenen Ansprechwahrscheinlichkeit des für die Absolutmessung verwendeten β -Zählrohrs. Aus der Tabelle geht weiter hervor, dass die neue Quellstärkemessung mit anderen Bestimmungen befriedigend übereinstimmt.

Die Quellstärkebestimmung einer Be-Photoneutronenquelle durch das National Bureau of Standards kann über die Quelle LA 40 mit der vorliegenden Quellstärkebestimmung einer Be-Photoneutronenquelle verglichen werden. Dabei zeigt sich eine Übereinstimmung innerhalb der Messgenauigkeit (siehe Tabelle 2).

ANHANG:

1. Berechnung der Neutronenabsorption in Wasserstoff.

Ist $\Phi(r, v)$ = Neutronenfluss pro Geschwindigkeitsintervall im Abstand r ,

$$N(r) = \int_v \frac{\Phi(r, v)}{v} dv = \text{Neutronendichte im Abstand } r,$$

dann erhält man für die Absorption im Wasserstoff:

$$S_m = 4\pi n_H \cdot \int_v \int_r \Phi(r, v) \cdot \sigma_{(v)}^H \cdot r^2 dr dv = 4\pi n_H \sigma_0^H v_0 \cdot \int_{r_0}^{\infty} N(r) \cdot r^2 dr.$$

Dabei wurde das $1/v$ -Gesetz für den Absorptionsquerschnitt von Wasserstoff benutzt:

$$\sigma_{(v)}^H = \frac{\sigma_0^H}{v} v_0.$$

Zur Ermittlung der Neutronendichte N in einem Punkte mit dem Abstand r vom Quellenmittelpunkt wird eine Goldfolie dorthin gebracht und die erzeugte Aktivität mit Cd-Abschirmung A^{Cd} und ohne Cd-Abschirmung A gemessen. Im folgenden soll nun gezeigt werden, wie man N aus A und A^{Cd} berechnet.

Für den Neutronenfluss Φ als Funktion der Neutronenenergie E im Abstand r ergibt die Theorie^{6) 7) 8)}:

$$\Phi(E) dE = \begin{cases} c_1 E e^{-(E/kT)} dE, & \text{für } E < 0,10 \text{ eV} \\ \quad \text{(Maxwellverteilung)} \\ \left(c_2 E e^{-(E/kT)} + \frac{c_3}{E} \right) dE, & \text{für } E > 0,10 \text{ eV}. \\ \quad \text{(Summe aus Maxwellverteilung und Bremsspektrum)} \end{cases}$$

Die Koeffizienten c_1 , c_2 und c_3 sind von r abhängig. Für die Rechnung muss der Verlauf des Goldabsorptionsquerschnittes als Funktion der Neutronenenergie bekannt sein. Der Goldabsorptionsquerschnitt lässt sich in einen $1/v$ -Anteil $\sigma_{1/v}^{\text{Au}}$ und einen Resonanzanteil $\sigma_{\text{res}}^{\text{Au}}$ aufspalten. $\sigma_{1/v}^{\text{Au}}$ und $\sigma_{\text{res}}^{\text{Au}}$ sind für $v = v_0$ bekannt⁹⁾.

Bedeutung

$$\sigma_{\text{tot}}^{\text{Au}}(E) = \text{totaler Wirkungsquerschnitt}^{10)}$$

$$\sigma_s(E) = \text{Streuquerschnitt,}$$

dann erhält man $\sigma_{\text{res}}^{\text{Au}}(E)$ aus der Differenz:

$$\sigma_{\text{res}}^{\text{Au}}(E) = \sigma_{\text{tot}}^{\text{Au}}(E) - \sigma_s^{\text{Au}}(E) - \sigma_{1/v}^{\text{Au}}(E).$$

Der Streuquerschnitt ist sehr genau bekannt und lässt sich in der Nähe der Resonanz durch die Breit-Wigner-Formel darstellen⁵⁾.

Für die Resonanzabsorption und die Absorption mit Cd-Abschirmung des Goldes sind nur die Neutronen des Bremsspektrums verantwortlich, da im Energiegebiet oberhalb des Cd-cut off der Maxwellanteil des Neutronenenergiespektrums vernachlässigbar ist.

Zur Berechnung der Neutronenabsorption in der Cd-Abschirmung wird ein isotroper Neutronenfluss vorausgesetzt. Ausserdem soll die Aktivierungsstörung, welche von der Neutronenflussdepression durch die Goldfolie herrührt, in der folgenden Rechnung vernachlässigt werden. Aus dem Abschnitt 4.2 geht hervor, wie die Aktivierungsstörung experimentell bestimmt wurde.

Man erhält dann für die spezifischen Sättigungsaktivitäten a und a^{Cd} der Goldfolie:

$$a = \frac{A}{V} = N \cdot n_{\text{Au}} \cdot \sigma_{1/v}^{\text{Au}}(0) v_0 + c_3 n_{\text{Au}} \int_{0,10 \text{ eV}}^{\infty} \sigma_{\text{res}}^{\text{Au}}(E) \frac{dE}{E},$$

$$a^{\text{Cd}} = \frac{A^{\text{Cd}}}{V} = c_3 n_{\text{Au}} \int_{0,10 \text{ eV}}^{\infty} \left\{ \sigma_{1/v}^{\text{Au}} \delta(E) + \sigma_{\text{res}}^{\text{Au}}(E) \delta(E) \right\} \frac{dE}{E}.$$

Dabei bedeuten:

A = Aktivität = Anzahl der Zerfälle, die pro Zeiteinheit in der Folie stattfinden.

A^{Cd} = Aktivität der mit Cd abgeschirmten Folie.

$\delta(E) = e^{-\nu s} (1 - \nu s) + \nu^2 s^2 E i(-\nu s)$ = Schwächung des Neutronenflusses durch eine Cd-Abschirmung der Dicke s .

r = Absorptionskoeffizient von Cd (zur Berechnung wurde der in der Neutron Cross Section Tabelle¹⁰) enthaltene totale Wirkungsquerschnitt eingesetzt, da der Streuquerschnitt im interessierenden Energiegebiet vernachlässigbar ist¹¹).

Aus den obigen Gleichungen ergibt sich für

$$N = A_{1/v} \frac{1}{V v_0 n_{\text{Au}} \sigma_{1/v}^{\text{Au}}(0)},$$

wo

$$A_{1/v} = A \left\{ 1 - \frac{1}{R} \frac{\int_{0,10 \text{ eV}}^{\infty} \sigma_{\text{res}}^{\text{Au}} \frac{dE}{E}}{\int_{0,10 \text{ eV}}^{\infty} \sigma_{1/v}^{\text{Au}} \delta(E) \frac{dE}{E} + \int_{0,10 \text{ eV}}^{\infty} \sigma_{\text{res}}^{\text{Au}} \delta(E) \frac{dE}{E}} \right\} = A \left(1 - \frac{c}{R} \right),$$

mit $R = A/A^{\text{Cd}}$ = Cd-Verhältnis,

$A_{1/v}$ = die durch den $1/v$ -Anteil des Goldabsorptionsquerschnitts hervorgerufene Aktivität.

c = 0,98 für eine Cd-Abschirmung der Dicke 0,32 mm und der Dichte 8,64 gcm⁻³, wie sie bei den Messungen (4.3.) verwendet wurde.

2. Berechnung der Aktivität einer Goldfolie aus der Koinzidenzmessung.

Für die Rechnung führen wir Zylinderkoordinaten (z, ϱ) ein.

Für einen Quellpunkt im Koordinatenursprung betrage die Ansprechwahrscheinlichkeit des β - resp. γ -Zählers E_β resp. E_γ .

Da nun d_0 sehr klein gegen den Folienabstand von den Zählern ist, darf man die Ansprechwahrscheinlichkeiten für einen Quellpunkt (ϱ, z) folgendermassen schreiben:

$$\Omega_\gamma(\varrho) \cdot E_\gamma \quad \text{für den } \gamma\text{-Zähler} \quad \text{und}$$

$$\Omega_\beta(\varrho) \cdot E_\beta \cdot e^{-\alpha z} \quad \text{für den } \beta\text{-Zähler.}$$

Dabei berücksichtigen die Faktoren Ω_γ und Ω_β die radiale Abhängigkeit der Ansprechwahrscheinlichkeiten. Für $\varrho = 0$ gilt

$$\Omega_\gamma = \Omega_\beta = 1.$$

Für die nachweisbare β -Strahlung wird ein exponentielles Absorptionsgesetz und für die nachweisbare γ -Strahlung keine Absorption in der Folie vorausgesetzt.

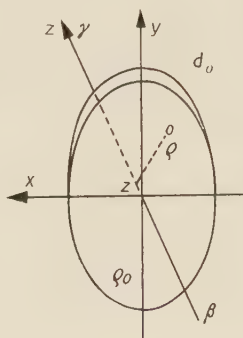


Fig. 13.

Bedeutend Z_β , Z_γ und $Z_{\beta\gamma}$ die β -, γ - und Koinzidenzstosszahl, dann erhält man unter Voraussetzung einer reinen β , γ -Kaskade:

$$Z_\gamma = 2 \pi a E_\gamma d_0 \int_0^{q_0} \Omega_\gamma(q) q dq,$$

$$Z_\beta = 2 \pi a E_\beta \int_0^{q_0} \int_z^{d_0} \Omega_\beta(q) e^{-\alpha z} q dq dz,$$

$$Z_{\beta\gamma} = 2 \pi a E_\beta E_\gamma \int_0^{q_0} \int_z^{d_0} \Omega_\beta(q) \Omega_\gamma(q) e^{-\alpha z} q dq dz.$$

$\Omega_\beta(q)$ und $\Omega_\gamma(q)$ wurden durch Verschieben eines punktförmigen Au^{198} -Präparates senkrecht zur Zählerachse bestimmt. Diese Funktionen lassen sich gut durch eine quadratische Beziehung darstellen:

$$\Omega_\gamma(q) = 1 - \gamma q^2 = 1 - (6,9 \pm 0,3) \cdot 10^{-2} \cdot q^2,$$

$$\Omega_\beta(q) = 1 - \beta q^2 = 1 - (7,3 \pm 0,6) \cdot 10^{-2} \cdot q^2, \quad q \text{ in cm.}$$

Durch Entwicklung erhält man:

$$\frac{Z_\beta \cdot Z_\gamma}{Z_{\beta\gamma}} = \pi q_0^2 d_0 a \left\{ 1 - \frac{d\beta}{12} \frac{d\gamma}{d\beta} q_0^4 + \dots \right\} = A (1 - 0,00042).$$

3. Berechnung der von einer Photoneutronenquelle in Wasser und Beryllium erzeugten Neutronendichteverteilung.

Die Rechnung gründet sich auf die stark vereinfachende Vorstellung, dass man energetisch nur zwei Gruppen von Neutronen hat, nämlich Neutronen mit der Primärenergie (Index 1) und thermische Neutronen (Index 2). Für beide Neutronengruppen soll die Diffusionstheorie gelten (zwei Gruppen Diffusionstheorie⁶⁾).

Die Diffusionsgleichung lautet:

$$D\Delta\Phi - V + Q = 0.$$

Darin bedeuten:

- D = Diffusionskonstante,
- V = Absorptionsglied,
- Q = Quellglied,
- Φ = Neutronenfluss.

Nach den Angaben von EVANS³¹⁾ gibt es zwei γ -Linien des Ra C (1,761 und 2,198 MeV) mit einer Energie, die grösser ist als die Bindungsenergie (1,67 MeV) des Valenzneutrons im Be⁹-Kern³²⁾. Die absolute Quantenausbeute dieser zwei Linien pro α -Zerfall des Radiums wurde derselben Arbeit entnommen. Entsprechend gibt es zwei Neutronenlinien, welche getrennt zu behandeln sind.

Im folgenden werden Grössen, welche sich auf Be resp. Wasser beziehen, mit dem Index c resp. r versehen. Die Quell- und Absorptionsglieder in der Diffusionsgleichung lauten dann:

	Schnelle Neutronen	Langsame Neutronen
Q_c	$n_c \cdot \sigma_{\gamma,n} \cdot \Sigma \cdot \frac{e^{-\mu r}}{r^2}$	$\frac{D_{1c}}{\tau_c} \cdot \Phi_{1c}$
Q_r	0	$\frac{D_{1r}}{\tau_r} \cdot \Phi_{1r}$
V_c	$\frac{D_{1c}}{\tau_c} \cdot \Phi_{1c}$	$n_c \cdot \sigma_{0c} \cdot \Phi_{2c}$
V_r	$\frac{D_{1r}}{\tau_r} \cdot \Phi_{1r}$	$n_{II} \cdot \sigma_0^H \cdot \Phi_{2r}$

Dabei bedeuten:

- $\sqrt{\tau}$ = Slowing-down-Länge,
- n_c = Anzahl Be-Atome pro Volumeneinheit,
- σ_{0c} = thermischer Absorptionsquerschnitt von Be,
- $\sigma_{\gamma,n}$ = (γ, n) -Reaktionsquerschnitt,
- μ = totaler Streu- und Absorptionskoeffizient der γ -Strahlung in Be,
- Σ = Quellstärke der γ -Linie.

Bei der Berechnung des Quellgliedes Q_c für schnelle Neutronen wurde der Kernphotoeffekt von gestreuten γ -Quanten vernachlässigt. Ausserdem wurde eine zentralsymmetrische Quellenverteilung Q_c angenommen.

Die Lösungen der 4 Differentialgleichungen sind:

$$\begin{aligned}\Phi_{1c} &= -\frac{n_c \cdot \sigma_{\gamma} \cdot n \cdot \Sigma \cdot \sqrt{\tau_c}}{D_{1c} \cdot 4 \pi \cdot r} \int_{r_i}^r \frac{\sinh(r-r') / \sqrt{\tau_c} \cdot e^{-\mu r'}}{r^1} dr' + \\ &\quad + \frac{C_{1c}}{r} \left\{ \frac{1}{\sqrt{\tau_c}} r_i \cosh \frac{(r-r_i)}{\sqrt{\tau_c}} + \sinh \frac{(r-r_i)}{\sqrt{\tau_c}} \right\}, \\ \Phi_{1r} &= \frac{C_{1r}}{r} e^{-\frac{r}{\sqrt{\tau_r}}}, \\ \Phi_{2c} &= \frac{D_{1c}}{2 \tau_c \sqrt{D_{2c} n_c \sigma_{0c} \cdot r}} \left\{ e^{-\sqrt{\frac{n_c \sigma_{0c}}{D_{2c}}} \cdot r} \int_{r_i}^r r' e^{\sqrt{\frac{n_c \sigma_{0c}}{D_{2c}}} \cdot r'} \cdot \Phi_{1c}(r') dr' - \right. \\ &\quad \left. e^{\sqrt{\frac{n_c \sigma_{0c}}{D_{2c}}} \cdot r} \int_{r_i}^r \frac{1}{r^1} e^{-\sqrt{\frac{n_c \sigma_{0c}}{D_{2c}}} \cdot r'} \Phi_{1c}(r') dr' \right\} + \frac{C_{2c}}{r} \left\{ \sqrt{\frac{n_c \sigma_{0c}}{D_{2c}}} r_i \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \cosh \sqrt{\frac{n_c \sigma_{0c}}{D_{2c}}} (r-r_i) + \sinh \sqrt{\frac{n_c \sigma_{0c}}{D_{2c}}} (r-r_i) \right\}, \\ \Phi_{2r} &= \frac{D_{1r} \cdot C_{1r}}{(\tau_r n_H \sigma_0^H - D_{2r}) \cdot r} e^{-\frac{r}{\sqrt{\tau_r}}} + \frac{C_{2r}}{r} e^{-\sqrt{\frac{n_H \sigma_0^H}{D_{2r}}} \cdot r}.\end{aligned}$$

Dabei bedeutet r_i den Innenradius der Be-Hohlkugel.

Die 4 Integrationskonstanten c lassen sich aus den Randbedingungen an der Oberfläche der Be-Kugel berechnen.

Als Resultat dieser Rechnung für die zwei Primärenergien der Neutronen erhält man die Dichteverteilung $N(r)$ in Be und Wasser (Fig. 12).

Für die verschiedenen Konstanten, welche in die Rechnung eingehen, wurden die Werte angenommen, welche in den folgenden zwei Tabellen enthalten sind.

Moderator	Neutronenenergie	$D(\text{cm})$	$\tau(\text{cm}^2)$	$n\sigma_0(\text{cm}^{-1})$
H ₂ O	530 keV	0,619	14	0,017
H ₂ O	90 keV	0,54	10	
H ₂ O	0,025 eV	0,142		
Be	530 keV	0,70	91	
Be	90 keV	0,70	83	0,0013
Be	0,025 eV	0,70		

Diese Konstanten wurden entweder der Literatur entnommen⁶⁾³³⁾, oder, wenn keine gemessenen Werte erhältlich waren, aus dem Verlauf der Wirkungsquerschnitte berechnet.

Energie (MeV)	$\Sigma(s^{-1})^*)$	$\sigma_{\gamma, n}(\text{cm}^2)$	$\mu(\text{cm}^{-1})$
1,761	$1,51 \cdot 10^9$	$6,6 \cdot 10^{-28} \text{ }^{34)}$	$7,93 \cdot 10^{-2}$
2,198	$0,43 \cdot 10^9$	$3,8 \cdot 10^{-28} \text{ }^{35)}$	$7,34 \cdot 10^{-2}$

Für den absoluten (γ, n) -Reaktionsquerschnitt am Be^9 liegen leider keine genauen Messungen vor. Die obigen Werte wurden durch Extrapolation nach der Theorie von MULLIN und GUTH³²⁾ aus den Messungen³⁴⁾³⁵⁾ berechnet.

Herrn Dr. F. ALDER möchten wir für viele wertvolle Diskussionen, Herrn Dr. K. MEYER für die Hilfe bei der Absolutmessung und Herrn H. WEYENETH für die präzise Ausführung der feinmechanischen Arbeiten danken. Für finanzielle Hilfe danken wir der Kommission des Bundes zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung.

Literaturverzeichnis.

- 1) D. J. HUGHES, Nucleonics, Bd. **12**, H. 12, S. 26 (1954).
- 2) F. ALDER und P. HUBER, Helv. Phys. Acta **22**, 369 (1949).
- 3) B. HAMERMESH, G. R. RINGO und S. WEXLER, Phys. Rev. **90**, 603 (1953).
- 4) S. P. HARRIS, C. O. MUEHLHAUSE, D. ROSE, H. P. SCHROEDER, G. E. THOMAS und S. WEXLER, Phys. Rev. **91**, 125 (1953).
- 5) J. TITTMAN und C. SHEER, Phys. Rev. **83**, 746 (1951).
- 6) GLASTONE-EDLUND, the elements of Nuclear reactor theory, D. von Nostrand, New York 1952.
- 7) W. HEISENBERG, Theorie der Neutronen, Max-Planck-Institut, Göttingen 1952.
- 8) H. KOPPE, Zs. für Physik, **125**, 59 (1948).
- 9) R. S. CARTER, H. PALEVSKY, V. W. MYERS und D. J. HUGHES, Phys. Rev. **92**, 716 (1953).
- 10) Neutron cross sections, BNL 325 (1955).
- 11) B. N. BROCKHOUSE, Can. J. of Phys. **31**, 432 (1953).
- 12) R. L. WALKER, MDCC 414.
- 13) R. E. BELL und L. YAFFÉ, Can. J. of Phys. **32**, 416 (1954).
- 14) J. BARNOTHY und M. FORRO, Rev. Sci. Instr. **22**, 415 (1951).
- 15) Nuclear Data, NBS circular 499 (1950), Suppl. 1.
- 16) Nuclear Data, NBS circular 499 (1950).
- 17) Nuclear Data, NBS circular 499 (1950), Suppl. 3.
- 18) R. E. BELL, R. L. GRAHAM und H. E. PETCH, Can. J. of Phys. **30**, 35 (1952).

*) Nach EVANS³¹⁾ aus der Vergleichsmessung mit einer geeichten Ra-Nadel berechnet.

- ¹⁹⁾ P. SCHMID, P. HUBER und K. P. MEYER, erscheint demnächst in den *Helv. Phys. Acta*.
 - ²⁰⁾ T. H. R. SKYRME, *Can. Decl. Report* MS 91.
 - ²¹⁾ M. A. VIGON und K. WIRTZ, *Zeitschrift für Naturforschung* **9a**, 286 (1954).
 - ²²⁾ J. H. RUSH, *Phys. Rev.* **73**, 271 (1948).
 - ²³⁾ F. G. HOUTERMANS, *Phys. Zeitschrift* **44**, 167 (1943).
 - ²⁴⁾ A. DE TROYER und G. C. TAVERNIER, *Bull. Acad. Roy. Belg. Cl. Sci.* **40**, 150 (1954).
 - ²⁵⁾ J. SEITZ und P. HUBER, *Helv. Phys. Acta* **28**, 227 (1955).
 - ²⁶⁾ P. JENSEN, H. P. TERFLOTH u. H. AVERDUNG *Z. f. Naturforschung*, 10a, 825, 1955.
 - ²⁷⁾ M. GAILLOUD und CH. HAENNY, *Helv. Phys. Acta* **27**, 483 (1954); M. GAILLOUD, Thèse Université de Lausanne, Masson & Cie., Paris, 1956.
 - ²⁸⁾ K. E. LARSSON, *Arkiv för Fysik* **7**, 323 (1954); **9**, 293 (1955).
 - ²⁹⁾ J. A. DE JUREN, D. W. PADGETT und L. F. CURTISS, *N.B.S. Journal of research* **55**, 63 (1955).
 - ³⁰⁾ J. A. DE JUREN und J. CHIN, *N.B.S. Journal of research* **55**, 311 (1955).
 - ³¹⁾ R. D. EVANS, *Nucleonics*, Bd. **1**, Heft 10, S. 32 (1947).
 - ³²⁾ E. GUTH und C. J. MULLIN, *Phys. Rev.* **76**, 234 (1949).
 - ³³⁾ R. E. MARSHAK, *Rev. mod. Phys.* **19**, 238 (1947).
 - ³⁴⁾ B. RUSSELL, D. SACHS, A. WARTENBERG und R. FIELDS, *Phys. Rev.* **73**, 545 (1948).
 - ³⁵⁾ B. HAMERMESH, *Phys. Rev.* **90**, 1064 (1953).
-

Rotationsanalyse der β' -Banden ($B' {}^2\Delta - X {}^2\Pi$) des NO-Moleküls*)

von E. Miescher, Basel.

(31. V. 1956.)

Abstract: From high dispersion spectra, obtained in the fourth order of a 3 meter vacuum spectrograph, rotational analyses have been made of NO-emission bands ($B' {}^2\Delta_i - X {}^2\Pi$) in the Schumann region. The following constants of the upper state are determined:

$$\begin{array}{ll} B' {}^2\Delta_i: T_e = 60\,364,5 \text{ cm}^{-1} & \omega_e = 1216,6 \text{ cm}^{-1} \\ & \omega_e x_e = 15,88 \text{ cm}^{-1} \\ B_e = 1,330 \text{ cm}^{-1} & \alpha = 0,019 \text{ cm}^{-1} \\ r_e = 1,303 \text{ \AA} & A = -2,4 \text{ cm}^{-1} \end{array}$$

It is suggested that the configuration $\sigma\pi^4\pi^2$ forms the ${}^2\Delta$ -term.

1. Einleitung.

§ 1. Vor kurzem ist in dieser Zeitschrift auf Grund von Aufnahmen grosser Dispersion des NO-Emissionsspektrums über die Feinstruktur der NO^+ -Banden (1350—1650 Å) berichtet worden¹⁾. Dieselben Aufnahmen dienten auch zur Vermessung der β' -Banden des neutralen NO (1500—1900 Å), welche an die langwellige Seite des Bandensystems des Ions anschliessen und dasselbe teilweise noch überdecken. Die β' -Banden von NO sind erstmals von BAER und MIESCHER²⁾ beobachtet und in ein Vibrationssystem geordnet worden. Auch TANAKA³⁾ hat sie untersucht. Im sehr bandenreichen Absorptionsspektrum des NO-Gases ist die $\beta'(v', 0)$ -Progression von TANAKA, SEYA und MORI⁴⁾, von SUTCLIFFE und WALSH⁵⁾ und von UEDA⁶⁾ identifiziert worden. Der untere Zustand des β' -Systems ist der wohlbekannte ${}^2\Pi$ -Grundzustand des Moleküls, der obere Zustand B' ist von BAER und MIESCHER versuchsweise als ${}^2\Sigma^-$ -Term gedeutet worden, während TANAKA ihn als ${}^2\Pi$ -Term annahm. Die Feinstrukturanalyse, über die im Folgenden berichtet wird, zeigt, dass er ein ${}^2\Delta$ -Term ist. Vorläufige Konstanten sind bereits in einer kurzen Mitteilung⁷⁾ publiziert worden. Die experimentelle Anordnung (Hohlkathodenentladungsrohr, 3 m Vakuumgitter in vierter

*) Communication from the Division of Pure Physics of the National Research Council of Canada.

Ordnung, reziproke Dispersion $0,62 \text{ \AA/mm}$) ist in der NO^+ -Arbeit beschrieben. Ergänzende Messungen wurden auch auf Absorptionsspektren gemacht, die mit derselben Dispersion am Vakuumgitter gewonnen waren (HERZBERG, LAGERQVIST und MIESCHER⁸). Alle Messungen sind an Wellenlängenwerte von in der zweiten Ordnung des Gitters aufgenommenen Eisenlinien angeschlossen.

2. Resultate.

§ 2. Die Rotationsanalysen erstreckten sich auf die 8 Banden der Tabelle 1. In der Tabelle 2 sind als Beispiel die Wellenzahlen für die Rotationslinien der (2,0)-Bande enthalten, die in Fig. 1 vergrößert wiedergegeben ist. Man erkennt die charakteristische Dublettstruktur mit 4 Kanten, welche paarweise im Abstand von 121 cm^{-1} , der Dublettaufspaltung des $X^2\Pi$ -Grundzustandes, auf-

Tabelle 1.
NO β' -Banden.

1	2	3	4	5
$\lambda \text{ (\AA)}$ R_{21} -Kante	v', v''	cm^{-1} $\nu_{(1)}$	δ beob.-ber.	zum Teil überlagert von
1835,08	0,3	54 476,3	+ 1,8	NO ⁺ (1,6)
1775,85	0,2	56 294,7	0,0	
1739,27	1,2	57 479,8	+ 0,2	
1633,49	1,0	61 204,0	+ 0,1	
1603,30	2,0	62 357,4	+ 0,5	
1575,06	3,0	63 476,5	- 1,8	N ₂ (1,0) in 2. Ordnung
1547,83	4,0	64 592	(+ 24)	
1523,47	5,0	65 626,8	+ 1,2	

treten. Mit Hilfe der bekannten Differenzen $\Delta F''$ des Grundzustandes gelingt es unschwer in jeder Dublettkomponente 6 Zweige zu isolieren und nach den J'' -Werten zu numerieren. Die Auflösung genügt allerdings nicht zur vollständigen Trennung der Linien, so dass Überlagerungen (blended lines) relativ zahlreich sind. Die total 12 Zweige einer Bande bilden die Übergänge $\Delta J = -1, 0, +1$ zwischen zwei Dublettermfolgen F'_1, F'_2 bzw. F''_1, F''_2 und sind in der Tabelle entsprechend als $R_{11}, Q_{11}, P_{11}; R_{12}, Q_{12}, P_{12}; R_{21}, Q_{21}, P_{21}; R_{22}, Q_{22}, P_{22}$ bezeichnet. Die Dublettaufspaltung des oberen Terms ist klein im Verhältnis zur Aufspaltung des unteren, so dass

Tabelle 2.

Wellenzahlen der Rotationslinien der (2,0)-Bande bei 1603 Å.

J	$R_{21}(J)$	$Q_{21}(J)$	$P_{21}(J)$	$R_{11}(J)$	$Q_{11}(J)$	$P_{11}(J)$	$R_{22}(J)$	$Q_{22}(J)$	$P_{22}(J)$	$R_{12}(J)$	$Q_{12}(J)$	$P_{12}(J)$
$\frac{1}{2}$	62 366,69											
$1\frac{1}{2}$	368,95	361,71					250,80			238,19		
$2\frac{1}{2}$	370,50	360,57	353,55	356,97			250,80	238,19	228,80	237,40	229,46	
$3\frac{1}{2}$	371,26	358,68	348,96	356,27	345,21		250,57	235,34	223,36	235,34	224,87	217,78
$4\frac{1}{2}$	371,26	356,27	343,54	353,55	340,70		249,45	231,53	217,78	232,90	219,97	209,87
$5\frac{1}{2}$	370,93	352,96	337,63	351,05	335,34		247,37	227,04	209,21	229,46	213,99	201,10
$6\frac{1}{2}$	369,36	348,96	331,32	347,23	329,10		244,51	221,64	201,10	225,08	207,12	191,55
$7\frac{1}{2}$	367,29	344,39	323,90	342,78	322,17		240,90	215,36	192,42	219,97	199,36	181,19
$8\frac{1}{2}$	364,42	338,85	315,90	337,63	314,34	293,81	236,85	208,36	182,71	213,99	190,76	170,36
$9\frac{1}{2}$	360,57	332,68	307,18	331,32	305,63	282,63	231,08	200,37	182,71	207,12	181,19	158,13
$10\frac{1}{2}$	356,27	325,68	297,61	324,60	296,39	270,75	225,08	191,55	172,16	199,36	170,96	145,19
$11\frac{1}{2}$		317,95	287,23	316,96	286,18	257,99		181,86	160,87	190,76	159,89	131,46
$12\frac{1}{2}$		309,39	276,04	308,58	275,34	244,51			148,57	181,19	147,66	
$13\frac{1}{2}$		300,11	264,29	299,38	263,46	229,96			135,61	170,96	134,73	
$14\frac{1}{2}$		290,08		289,35	250,80	214,86			121,45		120,79	
$15\frac{1}{2}$		279,20		278,60					106,79		105,90	
$16\frac{1}{2}$		267,64		267,26								

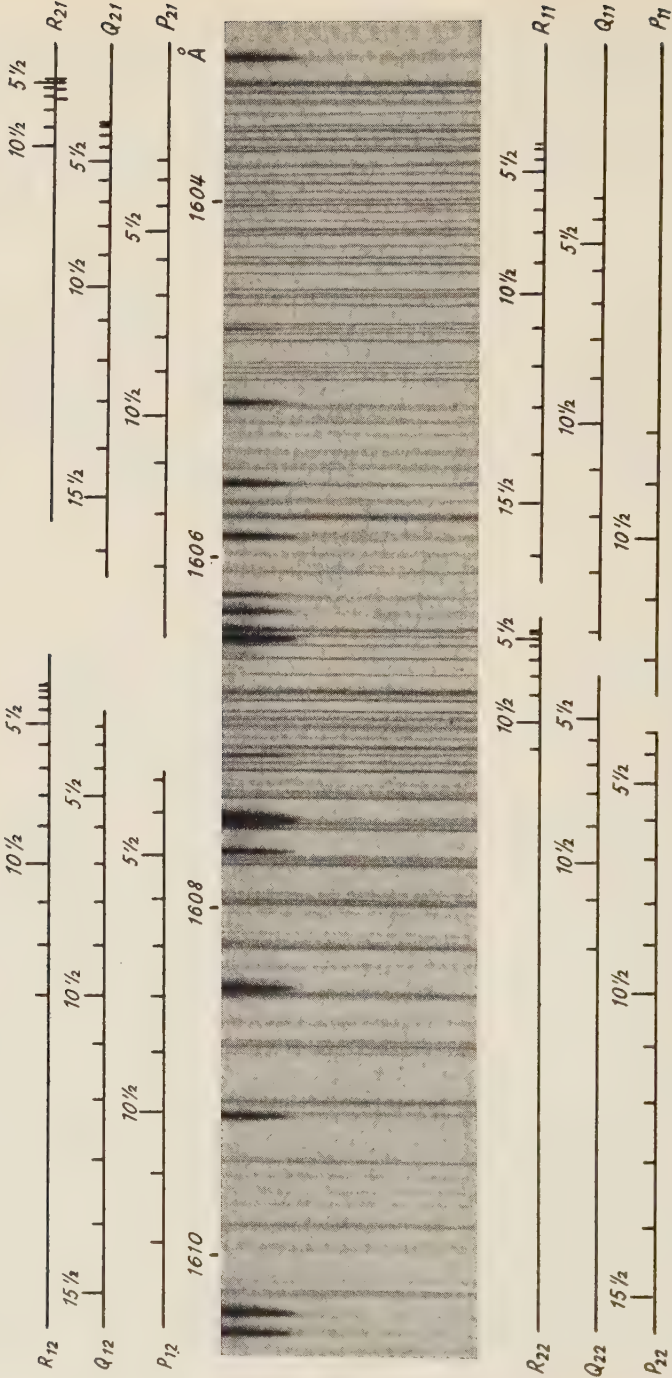


Fig. 1. (2,0)-Bande.

darin ein rascher Übergang zum Kopplungsfall b eintritt. Die Δ -Aufspaltung der $X^2\Pi$ -Terme liegt innerhalb der Messgenauigkeit und auch für den angeregten Term ist sie nicht feststellbar, so dass zur Konstantenberechnung die ersten Differenzen ($\Delta_1 F$) benützt werden können. Die Linien aller 12 Zweige haben für mittlere J -Werte vergleichbare Intensität, wie man es für einen Übergang zwischen einem Term mit Kopplungsfall b zu einem solchen mit a erwartet; für kleine J -Werte sind die R_{21} , Q_{21} , P_{21} ; R_{12} , Q_{12} , P_{12} -Zweige deutlich stärker, insbesondere gilt dies für die die kurzwellige Kante bildenden Linien von R_{21} , für grosse J -Werte dagegen treten die R_{11} , Q_{11} , P_{11} ; R_{22} , Q_{22} , P_{22} -Zweige mehr hervor, wenn auch zufolge der Überlagerungen dieser Gang in den Intensitäten nicht in allen Banden ausgeprägt ist. Die Verhältnisse liegen ähnlich wie in den von DOUGLAS und ROUTLY⁹⁾ kürzlich beschriebenen $F^2\Delta_r - A^2\Pi_i$ Banden von CN und sind charakteristisch für eine Kombination eines invertierten mit einem regulären Term. Im vorliegenden Fall des NO ist der Grundterm $^2\Pi$ regulär und nur langsam vom Kopplungsfall a nach b übergehend, der angeregte Term invertiert und rasch nach Fall b strebend. Die Intensitätsverlagerung in den Zweigen entspricht den Auswahlregeln $\Delta\Sigma = 0$ für kleine J ($^2\Delta_{1\frac{1}{2}} \rightarrow ^2\Pi_{\frac{1}{2}}$ und $^2\Delta_{1\frac{1}{2}} \rightarrow ^2\Pi_{2\frac{1}{2}}$) und $\Delta J = \Delta N$ für grosse J ($^2\Delta_{2\frac{1}{2}} \rightarrow ^2\Pi_{\frac{1}{2}}$ und $^2\Delta_{1\frac{1}{2}} \rightarrow ^2\Pi_{1\frac{1}{2}}$). Dass der $^2\Delta$ -Term invertiert ist, folgt auch aus den den Anfang der Zweige bildenden Linien $R_{21}(1\frac{1}{2})$ und $Q_{21}(1\frac{1}{2})$, die für einen regulären Term fehlen müssten.

§ 3. *Konstanten des $B'^2\Delta$ -Terms.* Die B_v -Werte wurden aus der Relation $\Delta_1 F_1(^2\Delta_{2\frac{1}{2}}) + \Delta_1 F_2(^2\Delta_{1\frac{1}{2}}) = 4 B_v (J + 1)$ durch graphische Mittelung bestimmt zu:

$$\begin{aligned} B_0 &= 1,321 \text{ cm}^{-1} \\ B_1 &= 1,302 \text{ cm}^{-1} \\ B_2 &= 1,282 \text{ cm}^{-1} \\ B_3 &= 1,257 \text{ cm}^{-1} \\ (B_4 &= 1,3-1,6 \text{ cm}^{-1}) \\ B_5 &= 1,227 \text{ cm}^{-1}. \end{aligned}$$

Das Niveau $v' = 4$ ist stark gestört (siehe § 4), so dass es bei der Berechnung von B_e und α weggelassen wird. Es ergibt sich

$$B'^2\Delta: \quad B_e = 1,330 \text{ cm}^{-1}, \quad r_e = 1,303 \text{ Å}, \quad \alpha = 0,019 \text{ cm}^{-1}.$$

Zur Ermittlung eines Wertes D ist die Genauigkeit nicht ausreichend.

Nach HILL und VAN VLECK gilt für den 2A -Term

$$[F_2(J) - F_1(J)]^2 = 4 B_v^2 [(J + \frac{1}{2})^2 + Y(Y - 4)],$$

worin $Y = A/B_v$. Die Termdifferenzen

$$\begin{aligned} F_2(J) - F_1(J) &= \\ &= R_{21}(J-1) - R_{11}(J-1) = Q_{21}(J) - Q_{11}(J) = P_{21}(J+1) - P_{11}(J+1) \\ &= R_{22}(J-1) - R_{12}(J-1) = Q_{22}(J) - Q_{12}(J) = P_{22}(J+1) - P_{12}(J+1) \end{aligned}$$

können direkt aus den Wellenzahlen der Linien berechnet werden. Ihre quadrierten Mittelwerte als Funktion von $(J + \frac{1}{2})^2$ aufgetragen ergeben recht gute Geraden. Man erhält $Y = -1,8 \text{ cm}^{-1}$ und $A = -2,4 \text{ cm}^{-1}$, übereinstimmend für die Schwingungszustände $v = 0, 1$ und 2 .

Als $\nu_{(1)}$ -Werte sind in Tabelle 1 für die vermessenen Banden die aus Q -Linien nach der Formel

$$\nu_{(1)} = \frac{Q_{11}(J) + Q_{21}(J)}{2} - B'_v(J + \frac{1}{2})^2 + F_1''(J) - F_1''(\frac{1}{2}) + F_1'(2\frac{1}{2})$$

berechneten Zahlen angegeben, worin $F'(J)$ die Termhöhen nach der Hill-VanVleckschen Formel bedeuten. $\nu_{(1)} = {}^2A_{2\frac{1}{2}}(J = 2\frac{1}{2}) - {}^2\Pi_{\frac{1}{2}}(J = \frac{1}{2})$ ist die Differenz zwischen den tiefsten Rotationsniveaus der F_1 -Komponenten der beiden kombinierenden Terme. Man erhält daraus für die Vibrationskonstanten des $B'{}^2A$ -Terms:

$$\omega_e = 1216,6 \text{ cm}^{-1} \quad \omega_e x_e = 15,88 \text{ cm}^{-1}$$

in naher Übereinstimmung mit den früher²⁾ aus Kantenmessungen bestimmten Werten.

Die Höhe des $B'{}^2A$ -Termes über dem ${}^2\Pi_{\frac{1}{2}}(J = \frac{1}{2})$ -Niveau folgt zu $59414,7 \text{ cm}^{-1}$ und nach Addition der Nullpunktenergie dieses Niveau von $G''(0) = 948,5 \text{ cm}^{-1}$ für die Schwingung und $F_1''(\frac{1}{2}) - 1,3 \text{ cm}^{-1}$ für die Rotation ergibt sich $T_e = 60364,5 \text{ cm}^{-1}$.

Die $\nu_{(1)}$ -Werte der Tabelle 1 folgen sehr gut der Formel

$$\begin{aligned} \nu_{(1)} &= T_e - F_1''(\frac{1}{2}) + \omega'_e(v' + \frac{1}{2}) - \omega'_e x'_e(v' + \frac{1}{2})^2 \\ &\quad - \omega''_e(v'' + \frac{1}{2}) + \omega''_e x''_e(v'' + \frac{1}{2})^2 \\ &= 60\,363,2 + 1216,6(v' + \frac{1}{2}) - 15,88(v' + \frac{1}{2})^2 \\ &\quad - 1904,0(v'' + \frac{1}{2}) + 13,97(v'' + \frac{1}{2})^2 \end{aligned}$$

wie die Differenzen δ (beob. — berechn.) in Kolonne 4 der Tabelle 1 zeigen. ω_e'' und $\omega_e''x_e''$ sind die Werte nach der Tabelle von HERZBERG¹⁰).

§ 4. *Störungen.* Im Emissionsspektrum von NO fehlen oberhalb der Dissoziationsgrenze des Moleküls (52500 cm^{-1}) alle Banden der $A^2\Sigma-X^2\Pi$ -, $E^2\Sigma-X^2\Pi$ -, $B^2\Pi-X^2\Pi$ -, $C^2\Pi-X^2\Pi$ -Systeme infolge der Wechselwirkung der $^2\Sigma$ - und der $^2\Pi$ -Terme mit dem kontinuierlichen $^2\Sigma$ -Term, der aus den unangeregten Atomen entsteht (HERZBERG, LAGERQVIST und MIESCHER⁸), auch die ε -Banden ($D^2\Sigma-X^2\Pi$) überschreiten in Emission diese Grenze nur wenig. Der $B'^2\Delta$ -Term dagegen kann nach den Auswahlregeln nicht in das

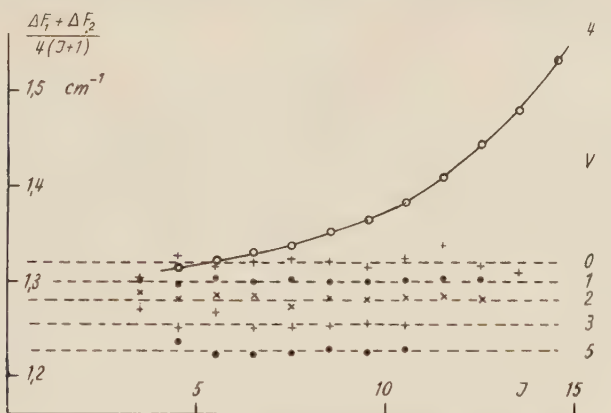


Fig. 2.

$^2\Sigma$ -Kontinuum prädissoziieren, womit verständlich wird, dass die β' -Banden im kurzwelligen Emissionsspektrum praktisch allein erscheinen. Das Absorptionsspektrum ist jedoch lückenlos erfüllt von Banden und zeigt die Existenz von zahllosen noch nicht näher bekannten Zuständen. Im Niveau $v = 4$ des $B'^2\Delta$ -Terms resultiert aus der Wechselwirkung mit einem solchen Zustand eine starke Störung, die schon früher ²⁾³⁾ in den Spektren kleiner Dispersion daran erkannt worden ist, dass die Kanten der $\beta'(4,0)$ -Bande bei 1550 \AA beträchtlich gegenüber der berechneten Lage nach kurzen Wellen verschoben sind. Die Feinstruktur dieser Bande ist genau vom Typus der β' -Banden, jedoch ergibt die Kurve $(\Delta_1 F_1 + \Delta_1 F_2) / 4(J+1)$ keinen konstanten B_4 -Wert, sondern zeigt (Fig. 2) ein rasches Anwachsen mit J , das in beiden Dublett Komponenten zur Bildung einer zweiten Kante bei hohem J führt und diesen das Aussehen beidseitig scharf begrenzter Bänder gibt. Das störende

Niveau, das etwas unterhalb $B' {}^2\Delta$ ($v = 4$) liegen und einen B -Wert grösser als $1,6 \text{ cm}^{-1}$ haben muss, dürfte einem noch unbekannten ${}^2\Delta$ -Term mit starker Bindung angehören. Ein Abbrechen der Rotationsfolgen zufolge Prädissoziation liegt nicht vor.

Die $(5,0)$ -Bande zeigt keine Störung und ergibt gut passende Werte für $\nu_{(1)}$ und B_5 , so dass kein Grund dazu besteht, diese Bande einem neuen System zuzuordnen, wie dies von TANAKA³⁾ versuchsweise geschehen ist. Dagegen kann eine $(6,0)$ -Bande nicht mehr eindeutig identifiziert werden; wohl finden sich bei 1500 \AA noch schwache Linien einer vermutlich gestörten NO-Bande, die jedoch nicht geordnet werden konnten. Unterhalb dieser Wellenlänge tritt im Emissionsspektrum nur noch eine einzige schwache Bande mit einer Kante bei $1457,2 \text{ \AA}$ auf, der auch in Absorption eine Kante entspricht.

§ 5. *Diskussion.* Von der Grundkonfiguration $\dots (x\sigma)^2 (w\pi)^4 (v\pi)^2 {}^2\Pi$ des NO-Moleküls ausgehend erhält man erstmals mit der Anregung eines $x\sigma$ -Elektrons für die Konfiguration $(x\sigma) (w\pi)^4 (v\pi)^2$ einen ${}^2\Delta$ -Term. Für diesen ist nach MULLIKEN¹¹⁾ eine kleine Kopplungskonstante A zu erwarten. Zu derselben Konfiguration gehören je ein ${}^2\Sigma^+$, ${}^2\Sigma^-$ und ${}^4\Sigma^-$ -Term. Von diesen ist im NO-Spektrum nur der ${}^4\Sigma^-$ -Term gefunden (OGAWA¹²⁾). Die Kernfrequenz ($\omega = 1216 \text{ cm}^{-1}$) in $B' {}^2\Delta$ ist nahezu gleich der Frequenz im ${}^4\Sigma^-$ -Term ($\omega \geq 1168 \text{ cm}^{-1}$). Die schon früher²⁾ aus dem Vergleich mit der Frequenz des Grundzustandes vorgenommene Zuordnung des B' -Termes zu $\sigma\pi^4\pi^2$ wird dadurch erhärtet.

Die Ionisation des NO-Moleküls im Grundzustand $\text{NO}: \sigma^2\pi^4\pi (X {}^2\Pi) \rightarrow \text{NO}^+: \sigma^2\pi^4 (X {}^1\Sigma^+)$ erfordert $9,25 \text{ eV}$ und entspricht der Ablösung des $v\pi$ -Elektrons, wobei sich die Bindung stark verfestigt und der Kernabstand verkleinert, wie aus den Verhältnissen $\omega^+/\omega = 1,25$ und $r^+/r = 0,922$ der Kernfrequenzen und -abstände für Molekül und Ion hervorgeht. Für die Ionisation im $B' {}^2\Delta$ -Zustand unter Ablösung eines der beiden $v\pi$ -Elektronen, entsprechend dem Prozess $\text{NO}: \sigma\pi^4\pi^2 (B' {}^2\Delta) \rightarrow \text{NO}^+: \sigma\pi^4\pi (A {}^1\Pi)$ berechnen sich ein Energiewert von $10,8 \text{ eV}$ und die Verhältnisse $\omega^+/\omega = 1,32$ und $r^+/r = 0,915$. Ebenfalls nahezu gleich grosse Werte erhält man für den analogen Prozess im O_2 -Molekül $\text{O}_2: \sigma^2\pi^4\pi^2 (a {}^1\Delta) \rightarrow \text{O}_2^+: \sigma^2\pi^4\pi (X {}^2\Pi)$, nämlich als Ionisierungsenergie $11,2 \text{ eV}$ und $\omega^+/\omega = 1,24$, $r^+/r = 0,930$. Für das $x\sigma$ -Elektron beträgt die Bindungsenergie vergleichsweise $18,4 \text{ eV}$ und etwa 2 eV weniger für ein $w\pi$ -Elektron.

Lineare Extrapolation der Schwingungsquanten gibt für die Dissoziationsenergie D' des $B' {}^2\Delta$ -Terms $2,89 \text{ eV}$ und für die Anregungsenergie der Atome nach der Gleichung $E_a = \nu_0 + D' - D'' =$

$7,36 + 2,89 - 6,50 = 3,75$ eV, was als Maximalwert betrachtet werden muss. Er ist verträglich mit der Anregungsenergie des 2D (2,38 eV) und des 2P (3,57 eV)-Zustandes des N-Atoms, welche beide zusammen mit dem 3P -Grundzustand des O-Atoms $^2\Delta$ -Terme bilden können.

Die schon lange bekannten und kürzlich von OGAWA¹²⁾ wieder gemessenen NO-Banden im sichtbaren Gebiet bilden den Übergang $B'^2\Delta - B^2\Pi$ ²⁾. Eine Rotationsanalyse dieser Banden ist bisher nicht ausgeführt worden. Im Spektrum der hier verwendeten Lichtquelle ist der sichtbare Teil von Stickstoffbanden überdeckt, so dass diese Banden nicht beobachtet werden konnten.

Herrn Dr. G. HERZBERG danke ich für die Ermöglichung dieser Untersuchung.

Basel, Physikalisches Institut der Universität.

Literatur.

- 1) E. MIESCHER, Helv. Phys. Acta **29**, 135 (1956).
- 2) P. BAER und E. MIESCHER, Helv. Phys. Acta **24**, 331 (1951); **26**, 91 (1953).
- 3) Y. TANAKA, Journ. Chem. Phys. **21**, 788 (1953).
- 4) Y. TANAKA, M. SEYA und K. MORI, Science of Light (Japan), **1**, 80 (1951).
- 5) L. H. SUTCLIFFE und A. D. WALSH, Proc. Phys. Soc. (London) A **66**, 209 (1953).
- 6) M. UEDA, Science of Light (Japan) **3**, 143 (1955).
- 7) E. MIESCHER, Canad. Journ. of Phys. **33**, 355 (1955).
- 8) G. HERZBERG, A. LAGERQVIST und E. MIESCHER, Canad. Journ. of Phys. **34**, 622 (1956).
- 9) A. E. DOUGLAS und P. M. RUTLY, Astrophys. Journ. Suppl. Series I, 295 (1955).
- 10) G. HERZBERG, Spectra of Diatomic Molecules 1950.
- 11) R. S. MULLIKEN, Rev. Mod. Phys. **4**, 1 (1932).
- 12) M. OGAWA, Science of Light (Japan) **3**, 39 und 87 (1954).

Eine Bemerkung über den Zusammenhang von Streuphase und Potential

von **Res Jost**, ETH., Zürich.

(28. V. 1956.)

Zusammenfassung: Es wird ein Verfahren angegeben, das es gestattet unter gewissen Bedingungen die Gel'fand-Levitansche Integralgleichung (2.3) für grosse r zu lösen. Dieses Verfahren wird in § 4 zum Beweise eines Satzes über das Verhalten

von $\int_0^r V(r') dr'$ angewendet.

Einleitung.

Der Zusammenhang zwischen Streuphase und Potential ist seit den Arbeiten von GEL'FAND und LEVITAN¹⁾ im wesentlichen abgeklärt. Insbesondere erlaubt die Methode dieser Autoren die Konstruktion aller Potentiale, die zu einer gegebenen Streuphase gehören. Unabgeklärt scheint bis jetzt die Frage, welche Bedingungen man der Streuphase (wir werden uns im folgenden auf die S -Phase beschränken und die Diskussion auf höhere Bahnmomente auf später verschieben) auferlegen muss, damit ein bestimmtes asymptotisches Verhalten des Potentials garantiert ist. Die vorliegende Arbeit will ein Beitrag in dieser Richtung sein. Wir beziehen uns ausdrücklich auf den Fall, wo keine gebundenen Zustände vorhanden sind. Die Verallgemeinerung auf den Fall mit gebundenen Zuständen ist dann einfach und wir werden uns nicht damit beschäftigen. Weiter schliessen wir den Fall der Resonanz bei der Energie Null aus. Auch werden wir unsere Bedingungen als Bedingungen für die Funktion $f(k)$ aussprechen. Diese Funktion ist in einfacher Weise bezogen auf die Phase $\eta(k)$. Von einem praktischen Standpunkte aus ist unsere Untersuchung mehr akademischer Natur, da man nach BARGMANN²⁾ für eine allen praktischen Bedürfnissen genügende Klasse von Phasen $\eta(k)$ das Potential und die zugehörigen Lösungen der Schrödingergleichung sogar explizit als elementare Funktionen angeben kann.

§ 1. Die Funktionen $\Phi(x)$ und $\Psi(x)$.

$\eta(k)$ sei die S -Phase, zu der keine gebundenen Zustände gehören. Falls $\eta(k)$ zu einem exponentiell abfallenden Potential gehört, dann ist $\eta(0) - \eta(\infty)$ entweder Null oder $\pi/2$ ³⁾. Den letzten Fall wollen wir als Sonderfall von unseren Betrachtungen ausschliessen. Ausserdem ist $\eta(k)$ stetig (sogar analytisch) für $0 < k < \infty$. Definiert man $\eta(-k) = -\eta(k)$, dann ist also $\eta(k)$ stetig für $-\infty < k < \infty$. Die Funktion $f(k)$ ist definiert durch die Bedingungen ⁴⁾

1. $f(k)$ regulär analytisch für $\operatorname{Im}[k] < 0$.

2. $f(k) \neq 0$ in $\operatorname{Im}[k] \leq 0$.

3. $f(k) = |f(k)| e^{i\eta(k)}$ für reelles k .

4. $\lim_{k \rightarrow \infty} f(k) = 1$ für $\operatorname{Im}[k] \leq 0$.

Weiter ist dann automatisch

5. $f(-k^*) = f^*(k)$ so dass $f(k)$ für negativ rein imaginäres k reell ist.

Formeln, die $f(k)$ durch $\eta(k)$ ausdrücken, sind bekannt ⁵⁾. Die nun folgende Voraussetzung für $f(k)$ soll eben ein exponentielles Abfallen des zu $\eta(k)$ gehörigen Potentials zur Folge haben. Zu ihrer Formulierung ist es vielleicht bequemer (um in der gewohnten Sprache der Laplacetransformationen zu bleiben), die Variable $z = ik$ einzuführen. Wir schreiben dann

$$f(k) = 1 + \varphi(z) \quad (1.1)$$

und verlangen ⁶⁾

$$\varphi(z) = \int_0^\infty e^{-zx} \Phi(x) dx \quad (1.2)$$

wobei ausserdem

$$|\Phi(x) e^x| < A \quad \text{für} \quad 0 \leq x < \infty. \quad (1.3)$$

(1.3) ist unsere wesentliche Voraussetzung ⁷⁾. Sie hat zur Folge, dass (1.2) absolut konvergiert für $\operatorname{Re}[z] > -1$. $\varphi(z)$ ist in mindestens dieser Halbebene regulär analytisch. Nach Bedingung 2 und (1.1) ist ausserdem

$$\varphi(z) \neq -1 \quad \text{in} \quad \operatorname{Re}[z] \geq 0. \quad (1.4)$$

(1.4) erlaubt eine Verschärfung. Nach (1.3) konvergiert nämlich (1.2) gleichmässig in $\operatorname{Re}[z] \leq -1 + \varepsilon$ für jedes $\varepsilon > 0$. Daher gilt ⁸⁾

$$\lim_{\eta \rightarrow \infty} \varphi(\xi + i\eta) = 0 \quad (1.5)$$

und dies gleichmässig in $\xi \geq -1 + \varepsilon$. Dann können aber die Wurzeln von $\varphi(z) + 1 = 0$ nicht beliebig nahe an die reelle Axe heran-

kommen, es gibt also ein $0 < \alpha < 1$ derart, dass

$$\varphi(z) \neq -1 \quad \text{in} \quad \operatorname{Re}[z] \geq -\alpha. \quad (1.4')$$

Für das Weitere werden wir die Funktion

$$\psi(z) = -\frac{\varphi(z)}{1 + \varphi(z)} \quad (1.6)$$

zu diskutieren haben. $\psi(z)$ ist regulär in $\operatorname{Re}[z] \geq -\alpha$. Nach einem Satz von PALEY und WIENER⁹⁾ ist also

$$\psi(z) = \int_0^\infty e^{-zx} \Psi(x) dx \quad (1.7)$$

wobei

$$\int_0^\infty e^{\alpha x} |\Psi(x)| dx < \infty. \quad (1.8)$$

Weiter folgt aus der Definition (1.6) unmittelbar, dass

$$\Psi(x) + \Phi(x) + \int_0^x \Phi(x - \xi) \Psi(\xi) d\xi = 0. \quad (1.9)$$

Aus dieser Gleichung schliesst man auf die Beschränktheit von $e^{\alpha x} \Psi(x)$ in jedem endlichen Intervall $0 \leq x \leq c$. Wegen der Beschränktheit von $e^x \Phi(x)$ und wegen (1.8) folgt aber weiter, dass man in (1.9) nach Multiplikation mit $e^{\alpha x}$ unter dem Integral mit $x \rightarrow \infty$ gehen kann, derart, dass sogar

$$\Psi(x) e^{\alpha x} \rightarrow 0 \quad \text{für} \quad x \rightarrow \infty. \quad (1.10)$$

Es ist also sicher $\Psi(x) e^{\alpha x}$ beschränkt und, bei passender Wahl von A gilt mit (1.3) auch

$$|\Psi(x) e^{\alpha x}| < A \quad \text{für} \quad 0 \leq x < \infty. \quad (1.11)$$

§ 2. Die Levitan-Gel'fandsche Integralgleichung.

Eigenschaften des Kerns.

Die Funktion $f(k)$ steht mit dem Kern der erwähnten Integralgleichung im folgenden Zusammenhang¹⁰⁾

$$G(r, s) = G(r - s) - G(r + s) \quad (2.1)$$

$$G(r) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{|f(k)|^2} - 1 \right\} e^{-ikr} dk. \quad (2.2)$$

Wegen Bedingung 5 ist $|f(k)|^2 = f(k)f(-k)$ und daher ist $G(r)$ eine gerade Funktion von r . Besagte Integralgleichung lautet nun

$$G(r, s) + K(r, s) + \int_0^r K(r, t)G(t, s) dt = 0 \quad (2.3)$$

wobei $K(r, s)$ nur für $0 \leq s \leq r$ definiert ist. Falls (2.3) gelöst ist, findet man für das Potential, das zur Phase $\eta(k)$ gehört

$$V(r) = 2 \cdot \frac{dK(r, r)}{dr} \quad (2.4)$$

so dass Abschätzungen von $K(r, r)$ zwar nicht über $V(r)$ direkt, wohl aber über $\int_0^r V(r') dr'$ Auskunft geben. Mit solcher Auskunft wollen wir uns zufriedengeben und allenfalls lieber Verallgemeinerungen der Schrödingergleichung ins Auge fassen als Bedingungen, die $K(r, r)$ etwa totalstetig machen¹¹⁾. Weiter ist (2.3) offenbar äquivalent zu

$$G(r, s) + K(r, s) + \int_{-r}^r K(r, t) G(t-s) dt = 0 \quad (2.5)$$

und

$$K(r, s) + K(r, -s) = 0. \quad (2.5')$$

Setzt man weiter

$$K(r, s) = L(r, s) - L(r, -s) \quad (2.6)$$

dann erhält man eine Lösung von (2.5), falls

$$L(r, s) + G(r-s) + \int_{-r}^r L(r, t) G(t-s) dt = 0 \quad (2.7)$$

erfüllt ist. So kommen wir schliesslich zur passenden Form der Integralgleichung, wenn wir setzen

$$\chi(y, x) + G(x) + \int_0^y G(x-\xi)\chi(y, \xi) d\xi = 0 \quad (2.8)$$

für $0 \leq x \leq y$

indem sich dann für die früheren Grössen ergibt

$$\begin{aligned} L(r, s) &= \chi(2r, r-s) \\ K(r, s) &= \chi(2r, r-s) - \chi(2r, r+s) \\ K(r, r) &= \chi(2r, 0) - \chi(2r, 2r). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Es ist etwas bequemer (2.8) in der Form

$$G(x) + \int_0^y \Gamma(x - \xi) \chi(y, \xi) d\xi = 0 \quad (2.8')$$

zu schreiben, wobei natürlich $\Gamma(x) = G(x) + \delta(x)$ gesetzt ist. Es folgt unmittelbar aus (2.2), dass die homogene Gleichung

$$\int_0^y \Gamma(x - \xi) \chi_0(\xi) d\xi = 0$$

für $y = \infty$ und daher für kein $y > 0$ eine nicht triviale quadratintegrierbare Lösung besitzt. Denn setzt man $\chi_0(x) = 0$ für $x < 0$ und

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\hbar\xi} \chi_0(\xi) d\xi = A(k)$$

dann wäre

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \chi_0^*(x) \Gamma(x - \xi) \chi_0(\xi) - \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dk \frac{|A(k)|^2}{|f(k)|^2} = 0$$

also $A(k) = 0$. (2.8') hat also genau eine Lösung.

Für (2.8) werden wir ein Approximationsverfahren angeben, das uns die Lösung für grosse y zu diskutieren gestattet. Um die Eigenschaften von $G(x)$ zu finden, erinnern wir uns an die Definition von $\Psi(x)$ (1.6) und (1.7), aus der sich ergibt

$$\frac{1}{|f(k)|^2} - 1 = \psi(z) \psi(-z) + \psi(z) + \psi(-z) \quad (2.10)$$

oder

$$G(x) = \int_0^{\infty} \Psi(x + \xi) \Psi(\xi) d\xi + \Psi(x) + \Psi(-x) \quad (2.11)$$

wobei $\Psi(x) = 0$ zu setzen ist, falls $x < 0$ ist. Aus (2.11) folgt aber die Beschränktheit von $e^{\alpha|x|} G(x)$, und wieder können wir durch passende Wahl von A erreichen, dass mit (1.3) und (1.11) auch

$$|G(x)e^{\alpha|x|}| < A \quad \text{für} \quad -\infty < x < \infty \quad (2.12)$$

gilt. Schreiben wir zum Schluss noch

$$g(z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-zx} G(x) dx \quad (2.13)$$

dann lautet (2.10)

$$g(z) = \psi(z) \psi(-z) + \psi(z) + \psi(-z). \quad (2.14)$$

Setzt man

$$\gamma(z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-zx} \Gamma(x) dx \quad (2.13')$$

so findet man

$$\gamma(z) = [1 + \psi(z)] [1 + \psi(-z)]. \quad (2.14')$$

§ 3. Das Näherungsverfahren.

Zur Lösung von (2.8) setzen wir für $\chi(y, x)$ eine Reihe an:

$$\chi(y, x) = \sum_{k=0}^{\infty} \chi_k(y, x), \quad \chi_0(y, x) \equiv \chi_0(x) \quad (3.1)$$

wobei die einzelnen Terme durch folgende Gleichungen bestimmt sind

$$G(x) + \int_0^{\infty} \Gamma(x - \xi) \chi_0(\xi) d\xi = 0 \quad \text{für} \quad 0 \leq x < \infty \quad (3.2)$$

$$\int_{-\infty}^y \Gamma(x - \xi) \chi_{2n+1}(y, \xi) d\xi = \int_y^{\infty} \Gamma(x - \xi) \chi_{2n}(y, \xi) d\xi \quad (3.3)$$

für $-\infty < x \leq y$

$$\int_0^{\infty} \Gamma(x - \xi) \chi_{2n+2}(y, \xi) d\xi = \int_{-\infty}^0 \Gamma(x - \xi) \chi_{2n+1}(y, \xi) d\xi \quad (3.4)$$

für $0 \leq x < \infty$.

Wir behaupten nun, dass die Reihe (3.1) zu einer Lösung von (2.8) konvergiert, falls für $n \rightarrow \infty$

$$\int_{-\infty}^0 \Gamma(x - \xi) \chi_{2n+1}(y, \xi) d\xi \rightarrow 0 \quad (3.5)$$

z. B. gleichmässig für $0 \leq x \leq y$. Um das einzusehen, betrachte man die Differenz

$$\Delta_n(x) = \chi(y, x) - \sum_{k=0}^{2n} \chi_k(y, x). \quad (3.6)$$

Dabei ist $\chi(y, x)$ die Lösung von (2.8), die ja existiert. Nun folgt leicht

$$\int_0^y \Gamma(x - \xi) \Delta_n(\xi) d\xi = \int_{-\infty}^0 \Gamma(x - \xi) \chi_{2n+1}(y, \xi) d\xi \quad (3.7)$$

woraus für $n \rightarrow \infty$ folgt, dass $\Delta_n \rightarrow 0$. Die Gleichungen (3.2), (3.3) und (3.4) lassen sich aber nach dem Verfahren von N. WIENER und E. HOPF¹²⁾ lösen, und wir brauchen nur das Resultat anzugeben. Es ergibt sich:

$$\chi_0(x) = \Phi(x) \quad (3.8)$$

$$\chi_{2n+1}(y, x) = \int_y^\infty K_1(y; x, \xi) \chi_{2n}(y, \xi) d\xi \quad (3.9)$$

$$\chi_{2n+2}(y, x) = \int_{-\infty}^0 K_2(x, \xi) \chi_{2n+1}(y, \xi) d\xi \quad (3.10)$$

wobei

$$K_1(y; x, \xi) = \Psi(\xi - x) + \int_0^{y-x} \Psi(\xi - x - \eta) \Phi(\eta) d\eta \quad (3.11)$$

$$K_2(x, \xi) = \Psi(x - \xi) + \int_0^x \Psi(x - \xi - \eta) \Phi(\eta) d\eta. \quad (3.12)$$

Es bleibt uns also nur noch zu zeigen, dass (3.5) für genügend grosse y gilt.

Dazu ist es bequemer unter Verwendung der Gleichung (1.9) die Kerne K_1 und K_2 in der folgenden Weise zu schreiben

$$K_1(y; x, \xi) = -\Phi(\xi - x) - \int_{y-x}^{\xi-x} \Psi(\xi - x - \eta) \Phi(\eta) d\eta \quad (3.11')$$

$$K_2(x, \xi) = -\Phi(x - \xi) - \int_x^{x-\xi} \Psi(x - \xi - \eta) \Phi(\eta) d\eta. \quad (3.12')$$

Verwendet man jetzt (1.3) und (1.11), dann gilt offenbar

$$|K_1(y; x, \xi)| < A(1 + A) e^{-(y-x)} = B e^{-(y-x)} \quad (3.13)$$

für $\xi \geq y$

$$|K_2(x, \xi)| < A(1 + A) e^{-x} = B e^{-x} \quad (3.14)$$

für $\xi \leq 0$.

Woraus man leicht mit (1.3) die Abschätzung gewinnt

$$|\chi_{2n}(y, x)| < A B^{2n} e^{-2ny} e^{-x} \quad (3.15)$$

$$|\chi_{2n+1}(y, x)| < A B^{2n+1} e^{-(2n+2)y} e^x \quad (3.16)$$

und mit (2.12)

$$\left| \int_{-\infty}^0 \Gamma(x - \xi) \chi_{2n+1}(y, \xi) d\xi \right| < B^{2(n+1)} e^{-(2n+1)y}. \quad (3.17)$$

Hinreichend für (3.5) ist also

$$B e^{-y} < 1 \quad (3.18)$$

was für genügend grosse y immer der Fall ist.

§ 4. Eine Anwendung.

Es sei $e^{\beta x} \Phi(x)$ beschränkt und

$$e^{\beta x} \Phi(x) \rightarrow C \quad \text{für} \quad x \rightarrow \infty \quad (4.1)$$

dann gilt

$$e^{2\beta r} [K(r, r) - \Phi(0)] \rightarrow -\frac{C}{f(-i\beta)} \quad \text{für} \quad r \rightarrow \infty. \quad (4.2)$$

Beweis: Es ist offenbar keine Einschränkung $\beta = 1$ zu setzen. Nach (2.9) bedeutet (4.2)

$$e^y [\chi(y, 0) - \chi(y, y) - \Phi(0)] \rightarrow -\frac{C}{f(-i)} \quad \text{für} \quad y \rightarrow \infty. \quad (4.2')$$

Mit den Abschätzungen (3.15), (3.16) und mit (3.8) findet man (4.2') äquivalent zu

$$e^y [\Phi(y) + \chi_1(y, y)] \rightarrow \frac{C}{f(-i)}. \quad (4.2'')$$

Aber nach (3.9) und (3.11)

$$\chi_1(y, y) = \int_y^\infty d\xi \Psi(\xi - y) \Phi(y) = \int_0^\infty d\eta \Psi(\eta) \Phi(y + \eta) \quad (4.3)$$

daher

$$e^y \chi_1(y, y) = \int_0^\infty d\eta \Psi(\eta) \eta e^{-\eta} [e^{(y+\eta)} \Phi(y + \eta)] \quad (4.4)$$

In (4.4) kann man unter dem Integral mit $y \rightarrow \infty$ also nach (4.1)

$$e^y \chi_1(y, y) \rightarrow C \int_0^\infty d\eta e^{-\eta} \Psi(\eta) = C \Psi(1). \quad (4.5)$$

Nach (1.6) und (1.1)

$$e^y \chi_1(y, y) \rightarrow C \left(\frac{1}{f(-i)} - 1 \right). \quad (4.6)$$

(4.2'') folgt aus (4.6) und (4.1).

Literatur.

- 1) I. M. GEL'FAND und B. M. LEVITAN, Doklady Akad. Nank. S.S.S.R. **77**, 557 (1951); Izvestia Akad. Nank. S.S.S.R. **15**, 309 (1951). – R. JOST und W. KOHN, Kgl. Danske Vid. Selsk., Mat.-Fys. Medd. **27**, Nr. 9 (1953). – N. LEVINSON, Phys. Rev. **89**, 755 (1953); Verallgemeinerungen. – R. G. NEWTON und R. JOST, Nuovo Cimento **1**, 590 (1955). – R. G. NEWTON, Phys. Rev. **100**, 412 (1955).
 - 2) V. BARGMANN (unpubliziert). Es handelt sich um die Potentiale, die zu rationalem $f(k)$ gehören (für beliebiges Bahnmoment).
 - 3) N. LEVINSON, Kgl. Danske Vid. Selskab, Mat.-Fys. Medd. **25**, Nr. 9 (1949).
 - 4) Etwa R. JOST und W. KOHN, Phys. Rev. **87**, 977 (1952).
 - 5) R. JOST und W. KOHN, l. c. 4).
 - 6) Dass eine solche Darstellbarkeit von $\varphi(z)$ natürlich ist, folgt aus der unter 4) zitierten Arbeit.
 - 7) Wir verzichten darauf (1.3) durch Bedingungen für $\varphi(z)$ zu ersetzen. Dies ist insbesondere für die spätere Bedingung $e^x \Phi(x) \rightarrow C$ (für $x \rightarrow \infty$) auch nicht möglich ohne einschränkende Bedingung für $\Phi(x)$ selbst.
 - 8) G. DOETSCH, Theorie und Anwendung der Laplace-Transformation, Berlin 1937, p. 51, Satz 4.
 - 9) R. E. A. C. PALEY und N. WIENER, Trans. Amer. Math. Soc. **35**, 785 (1933).
 - 10) R. JOST und W. KOHN, l. c. 1).
 - 11) Die Existenz eines Potentials folgt, falls $G(x)$ viermal stetig differenzierbar ist, eine Bedingung, die man natürlich mit (2.11) und (1.9) in Bedingungen für $\Phi(x)$ übersetzen kann. (GEL'FAND und LEVITAN, l. c.)
 - 12) Etwa E. C. TITCHMARSH, Fourier Integrals (Oxford University Press, London, 1937), p. 339. Man beachte dabei (2.12) und (2.14).
-

Bericht über die Tagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft

in Basel, am 23. September 1956
im Rahmen der 136. Jahresversammlung der Schweizerischen
Naturforschenden Gesellschaft

Präsident: Prof. Dr. W. PAULI (Zürich),
Vizepräsident: Prof. Dr. J. ROSSEL (Neuchâtel)
Sekretäre: Dr. K. P. MEYER (Basel),
Dr. A. P. SPEISER (Oberrieden).

Geschäftlicher Teil.

Als ordentliche Mitglieder wurden aufgenommen: Die Herren A. HEYM (Lausanne), H. JUCKER (Bad Ragaz), F. LEUENBERGER (Basel), C. PIRON (Lausanne), J.-M. ROCARD (Genève), J. RÜFENACHT (Lausanne), PH. J. THEODORIDES (Maryland).

Die nächste Tagung wird am 4./5. Mai 1957 in Brunnen stattfinden.

Wissenschaftlicher Teil.

Sur l'interdépendance et l'indépendance du magnétogalvanisme et de la magnétothermoélectricité

par A. PERRIER (Lausanne).

On développe et précise quantitativement les conséquences d'idées théoriques publiées par l'auteur il y a déjà bien des années¹⁾. On se limite ici aux effets magnétogalvaniques et magnétothermoélectriques transversaux (HALL et ETTINGSHAUSEN-NERNST). L'exposé considère tout d'abord les aspects purement phénoménologiques, pour introduire ensuite séparément l'hypothèse essentielle des autocourants; de plus, il étudie systématiquement les phénomènes dans deux conditions expérimentales types (o et f); enfin, la brièveté du résumé oblige de n'envisager que la *représentation localisée en un point, donc vectorielle*.

I. *Effet Hall*. Soit un conducteur siège d'un courant (densité \vec{J}_e) sur lequel agit normalement un champ magnétique \vec{H} . Les propositions indiquées antérieurement pour décrire l'effet Hall se décrivent très généralement et simplement à l'aide d'un «polygone caractéristique». Cette figure compose d'une part les champs réels \vec{E} , de l'autre, les densités de courant qui apparaissent ($\vec{J}_e \parallel \vec{E}_{rés}$ et $\vec{J}_m \perp \vec{E} \& \vec{H}$). $\vec{E}_{rés}$ et $\vec{J}_{rés}$ forment entre eux l'angle φ . Ce en toutes conditions, soit d'une part le mode traditionnel d'observer (lame parcourue longitudinalement par $\vec{J}_{rés}$ et où l'on observe la différence de potentiel entre les bords parallèles à $\vec{J}_{rés}$: condition «o» («ordinaire», «ouvert»); de l'autre où les deux bords sont court-circuités, ou mieux encore dans une lame cylindrique soumise à un champ radial et parcourue par un courant axial: conditions *f* («fermé»); il n'y a pas alors de différence de potentiel mais un courant transversal (\vec{J}_{my}).

Or l'état local dans les deux conditions est qualitativement identique, il n'en diffère que par les dimensions des polygones: ils sont semblables avec le rapport de

$$\dim o / \dim f = \cos \varphi \quad (1)$$

$\varphi = \angle$ de rotation magnétogalvanique de E ou des surf. équipot.

Partant de la représentation classique de l'effet Hall $\vec{E} = R \vec{H} \vec{J}$ et à l'aide du polygone, on établit très simplement les définitions et les formules ci-dessous, publiées antérieurement déjà.

$$\begin{aligned} \vec{E} / \vec{J} &= R \vec{H} = \varrho_{\text{Hall}} = \varrho_y = \\ &= \text{résistivité magnétogalvanique transversale.} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\vec{J}_y / \vec{E}_x = \gamma_y = \text{conductivité magnétogalvanique transversale.} \quad (3)$$

$$\varrho_y = \varrho^2 \gamma_y \quad (4)$$

$$\cos^2 \varphi = \varrho_0 / \varrho_f \quad (5)$$

$$\vec{E}_y / \vec{E}_x = -\vec{J}_y / \vec{J}_x = R \vec{H} / \varrho = -\text{tg } \varphi \quad (6)$$

II. *Effet Ettingshausen-Nernst* («EN»). — On sait qu'il consiste en la différence de potentiel qui apparaît normalement à la fois à un gradient thermique et à un champ magnétique eux-mêmes normaux entre eux. La manière traditionnelle de le décrire est

$$\vec{E}_y = Q \vec{H} \text{ grad } t. \quad (7)$$

Introduisant le champ thermoélectrique d'équilibre $\vec{E}_{th} = \vec{E}_x = -\eta \text{ grad } t$ ($\eta = \text{const.}$, σ , $\sigma = \text{coefficient de l'effet Thomson}$), nous dé-

finissons comme « rotation magnétothermoélectrique » l'angle ψ de rotation des surfaces équipotentielles.

$$\operatorname{tg} \psi = \vec{E}_y / \vec{E}_x = -Q \vec{H} / \varrho. \quad (8)^3$$

III. *Intervention des autocourants.* — Ils vont nous servir en particulier à pousser plus loin le parallélisme entre l'effet Hall et l'effet EN, lequel apparaît déjà nettement dans les relations (6) et (8).

Ainsi que l'auteur l'a formulée dès longtemps, l'hypothèse, appliquée au *pouvoir thermoélectrique intrinsèque*, exprime que l'équilibre électrique dans un conducteur où l'on entretient un gradient thermique est réalisé par deux courants égaux et de sens contraires, l'un de densité \vec{J}_{th} ou \vec{J}_x , l'autre de $\vec{E}_{\text{th}}/\varrho = \eta \operatorname{grad} t/\varrho$. Mais appliquons la même notion à l'effet transversal: à la « force électromotrice » transversale, substituons un *autocourant* magnétothermoélectrique transversal de densité \vec{J}_y , lequel est équilibré par le courant « ohmique » du champ \vec{E}_y ($\vec{J}_y \approx \vec{E}_y/\varrho$). Ce qui confère à ψ une seconde interprétation physique

$$\operatorname{tg} \psi = -\vec{J}_y / \vec{J}_{\text{th}}.$$

Poursuivant les conséquences, on définit les grandeurs et établit les formules suivantes:

$$\varrho_y = \vec{E}_y / \vec{J}_y = Q \vec{H} / \eta \varrho = \text{rés. mag. th. él. transv.} \quad (9)$$

$$\gamma_y = \vec{J}_y / \vec{E}_x = \vec{Q} \vec{H} \eta / \varrho = \text{conduct. m. th. él. transv.} \quad (10)$$

$$\varrho_y = \varrho^2 \gamma_y. \quad (11)$$

On aurait également l'occasion de comparer des conditions d'expérience *o* et *f* à l'aide de *polygones caractéristiques* ad hoc, mais qui cette fois ne sont plus semblables.

IV. *Effet Hall et Effet EN.* — Autre application de l'hypothèse: les deux courants dont on admet l'équilibre, s'ils existaient seuls, manifesteraient chacun un effet Hall: nous postulons que, *superposés et se compensant, leurs effets Hall subsistent et que leur résultante est précisément l'effet Ettingshausen-Nernst.*

Il faut alors attribuer à chacun une constante particulière, R_{th} (pour \vec{J}_{th}) et \vec{R}_e (pour $\vec{E}_{\text{th}}/\varrho$); cette dernière est la constante de Hall classique puisqu'il s'agit d'un *courant ohmique*; dès lors

$$\vec{E}_y = \vec{J}_{\text{th}} (R_{\text{th}} - R_e) \vec{H} = -\vec{E}_{\text{th}} (R_{\text{th}} - R_e) \vec{H} / \varrho \quad (12)$$

d'où

$$Q = \eta (R_{\text{th}} - R_e) \varrho \quad (13)$$

et

$$\operatorname{tg} \psi = \operatorname{tg} \varphi_e - \operatorname{tg} \varphi_{th}$$

(14)

les indices précisant des corrélations évidentes.

Ce qui fournit la réponse essentielle de cette théorie à la question posée dans le titre: *l'effet Ettingshausen-Nernst est un effet Hall classique par un de ses composants, il en est indépendant par un autre qui est de nature purement thermoélectrique.*

Une implication très importante pour l'élaboration des mécanismes de courants électriques doit être soulignée:

L'effet Hall d'un autocourant thermoélectrique (courant sans différence de potentiel) doit être numériquement différent de celui d'un courant électrique régi par la loi d'Ohm et de même intensité.

Des liaisons entre les deux effets ont été à plusieurs reprises recherchées et proposées; rappelons ici notamment celle de MOREAU³⁾ pour qui *l'effet EN est un pur effet Hall*, au prix du postulat de l'égalité des rotations des surfaces équipotentiellles dans les deux cas. Ce qui, dans la théorie ici esquissée, revient à poser $R_{th} = 0$. On doit entre autres déduire de cette hypothèse qu'un courant superposé au gradient thermique et qui annulerait l'effet *EN* aurait une densité *précisément égale* à \bar{J}_{th} ; ce que diverses expériences semblent bien infirmer.

V. *Déliminations de validité.* — Toutes les formules consignées ci-dessus ne sont strictement applicables que si les phénomènes sont suffisamment faibles (il en est ainsi comme on sait pour la grande majorité des conducteurs étudiés jusqu'ici, même dans des champs intenses).

De plus, les phénomènes thermiques sont complètement négligés. On admet notamment qu'aucune rotation sensible n'affecte les gradients thermiques. Cette condition peut parfaitement être satisfaite expérimentalement, ainsi que l'auteur l'a montré ailleurs.

VI. *Extensions.* — En raison de la brièveté imposée à ce genre de communications, on s'est limité à ces phénomènes transversaux par actions magnétiques sur milieux isotropes. Des publications détaillées, avec figures, montreront que des concepts et modes de description tout à fait similaires trouvent avec avantage leur application:

a) aux milieux *cristallins*, même en l'absence d'intervention magnétique;

b) aux effets magnétogalvaniques et magnétothermoélectriques *longitudinaux*, avec lesquels on trouvera entre autres, des dépendances et des formules remarquablement parallèles à celles consignées ici. Il est par exemple très simple de décrire *angulairement* et la *magnétorésistance* et les « *forces électromotrices d'aimantation* ».

Bibliographie.

- 1) Voir not. A. PERRIER, Communauté d'origine et dépendances quantitatives entre les actions du champ magnétique sur les courants d'électricité et de chaleur, *Helv. Phys. Acta*, **2**, pp. 308–319 (1929). – Do., Interprétation unitaire des particularités de la conduction des milieux ferromagnétiques, *Helv. Phys. Acta*, **3**, pp. 400–427 (1930). – Do. Grandeurs et formules théoriques nouvelles pour les phénomènes galvanomagnétiques et thermomagnétiques, *Do. Helv. Phys. Acta*, **3**, pp. 317–328 (1930).
- 2) L' χ est ici différent de celui du même symbole à p. 320 de l'article *Helv. Phys. Acta*, **3** (1930) cité plus haut.
- 3) G. MOREAU, Sur les phénomènes thermomagnétiques. *Journal de physique* (3) **9**, p. 407 (1900).

Spektralphotometrische Messung von Gasgleichgewichten

von K. WIELAND

(Physikalische Anstalt der Universität Basel)

Es wird gezeigt, dass Gasgleichgewichte, an denen Radikale beteiligt sind, bevorzugt spektral-photometrisch, neuerdings auch massenspektrometrisch gemessen werden können. Eine direkte photometrische Ermittlung der Konzentration kommt bei Radikalen im allgemeinen nicht in Betracht, da deren Absorptionskoeffizient bzw. f -Wert in der Regel unbekannt ist. Indirekt lässt sich aber aus der temperaturbedingten Intensitätsänderung einer Spektrallinie oder -bande die Reaktionswärme ΔH und damit, bei gleichzeitiger Kenntnis bzw. statistischer Berechnung der Entropiewerte S aller Reaktionspartner, die Gleichgewichtskonstante K_p selbst erhalten aus der Gleichung:

$$R \ln K_p = \sum \Delta S - \frac{\Delta H}{T}.$$

Auf diesem indirekten Wege sind von verschiedenen Autoren zahlreiche Gas- und Dampfgleichgewichte teils spektrometrisch, teils massenspektrometrisch untersucht worden, was an einzelnen Beispielen näher erläutert wird. Dabei zeigt sich, dass im meist benützten Temperaturbereich 1000°–2500°C als Zerfallsprodukte überwiegend zweiatomige Partikel in Erscheinung treten. Eine Übersichtstabelle über die Häufigkeit und Erregungsart zweiatomiger Spektren gibt Anhaltspunkte darüber, welche Partikel in einem Gleichgewicht bevorzugt und ungefähr in welchem Temperaturgebiet erwartet werden können.

Untersuchung über die Wirksamkeit eines elektrostatischen Filters gegenüber kleinsten Silberjodidteilchen

von R. LIST und M. DE QUERVAIN (Weissfluhjoch-Davos).

Mit einem elektrostatischen Staubfilter Marke „Trion“ ist es gelungen, aus einer bewegten Luftmasse künstlich eingeführte Silberjodidteilchen mit einem Durchmesser von rund $0,02\ \mu$ praktisch vollständig zu entfernen. Dies ist vor allem für die Untersuchungen der Gefrierkerneigenschaften von Silberjodid und anderer Substanzen von Bedeutung, da auf diese Weise eine kernfreie Luft als definiertes Ausgangsmaterial geschaffen werden kann.

Zur Zählung der verbleibenden AgJ-Partikel wird die bei unter -4°C wirksame eisbildende Eigenschaft von Silberjodid benützt. Der Aufbau der Filter und Zählanlage geht aus Figur 1 hervor. In einem Rohrofen wird bei $650^{\circ}\text{--}750^{\circ}\text{C}$ Silberjodid verdampft. Die so entstehenden Partikel (Durchmesser rund $0,02\ \mu$) werden mit

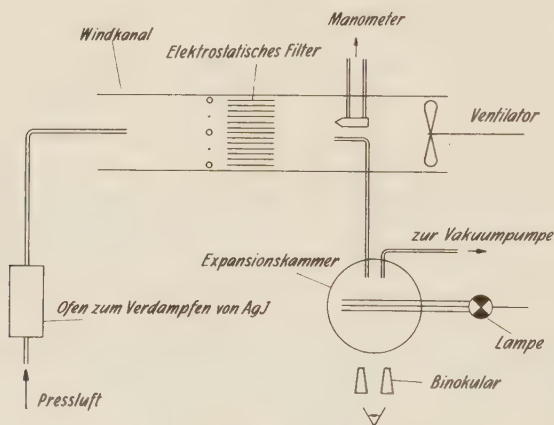


Fig. 1

Schema der Apparatur zur Prüfung des elektrostatischen Filters.

einem Luftstrom in einen kleinen Windkanal, in den ein elektrostatisches Luftfilter eingebaut ist, eingeführt. Am Filtereingang erfolgt bei 13000 Volt eine Ionisation der eintretenden Teilchen, die nachher zwischen parallelen Platten mit alternierender Spannung von + 6500 Volt und Erdpotential abgelenkt und niedergeschlagen werden. Die variierbare Luftzirkulation wird mit einem Ventilator erzeugt und mit einem Wasserpräzisionsmikromanometer gemessen. Zur Untersuchung der gefilterten Luft wird eine Probe derselben in eine Expansionskammer mit 10 Liter Inhalt abgesogen und darin eingeschlossen; eine kleine Wasserschicht am Boden des Gefäßes sorgt für eine relativ grosse relative Wasserdampfsättigung. Eine

nun folgende Evakuierung der Kammer hat eine Abkühlung und Nebelbildung in der zu untersuchenden Atmosphäre zur Folge. Unterschreitet die Abkühlung -4°C , so tritt der Gefrierkerncharakter der Silberjodidteilchen in Erscheinung, indem sie aus den unterkühlten Wassertropfchen rund μ -grosse, in einem Lichtstrahl stark aufglänzende Eisteilchen bilden. Durch Auszählen derselben kann also direkt auf die Zahl der *wirksamen* AgJ-Teilchen — nur diese sind interessant — geschlossen werden.

Das Experiment hat dabei gezeigt, dass beim Arbeiten in Räumen mit Zimmertemperatur bei einer momentanen Druckabsenkung in der Expansionskammer wohl Eiskristallite entstehen, die aber zufolge Einstrahlung und Wärmeaustausch augenblicklich wieder schmelzen. Dieser Nachteil wird üblicherweise durch Kühlung des Versuchsraums auf bestimmte negative Temperaturen aufgehoben,

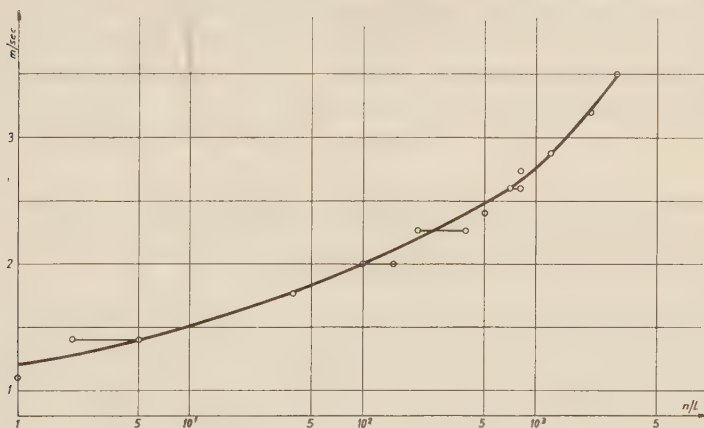


Fig. 2.

Anzahl der nicht abgefangenen AgJ-Teilchen (n/Liter) in Funktion der Strömungsgeschwindigkeit (m/sec) bei einer ursprünglichen Menge von $> 2 \cdot 10^6/\text{Liter}$.

— die elegantere Lösung wird aber erreicht mit einer zweckmässig dosierten *langsamen* Expansion, die den grossen Vorteil hat, dass die im Bereich von bis -10°C erzeugbaren Eisteilchen bei der stetigen Kälteerzeugung während 20–30 Sekunden bestehen bleiben und damit mühelos gezählt werden können. Die wesentliche Vereinfachung der Apparatur macht die Problematik dieser komplizierten Expansionsverhältnisse wett; man hat nur darauf zu achten, immer bei gleichen Bedingungen zu arbeiten.

Die erzielten Resultate (Figur 2) zeigen, dass das Filter bei einem Luftstrom von 1 m/sec von $> 2 \cdot 10^6$ ursprünglichen Teilchen/Liter nur 1 Teilchen/Liter passieren lässt. Mit steigender Luftgeschwin-

digkeit wird die Filterwirksamkeit rapid kleiner, da die Verweilzeit im Filter offenbar nicht mehr genügt, um die ionisierten Teilchen auf den Ablenkplatten niederzuschlagen.

Die Eigenschaften von Silberjodid sind für die beschriebene Untersuchungsmethode relativ günstig, weil diese Substanz mit CuS die höchste bekannte eisbildende Wirktemperatur aufweist¹⁾. Damit kann die mit der Expansion erreichbare tiefste Temperatur so hoch eingestellt werden, dass keine andern Fremdstoffen einen störenden Einfluss ausüben können (CuS ist in dieser Hinsicht nicht gefährlich, tritt es doch in der Atmosphäre nicht auf). Mit einem geeigneten Versuchsaufbau, z. B. durch Vorschalten eines weiteren Filters vor den Kanal, wird es aber ohne Zweifel möglich sein, mit der gleichen Methode auch das Verhalten des Filters gegenüber andern Gefrierkernsubstanzen zu prüfen.

Die im Rahmen der Hagelforschung stehenden Untersuchungen wurden mit Mitteln des Schweiz. Nationalfonds durchgeführt; das Filter wurde in verdankenswerter Weise von der Fa. Trion in Zürich unentgeltlich zur Verfügung gestellt.

Die Volumenänderung von Thallium und Tantal bei Zerstörung der Supraleitung

von H. ROHRER (Institut für Kalorische Apparate und Kältetechnik der Eidg. Technischen Hochschule, Zürich).

Es wurden die Längenänderungen von Stäben aus Thallium und Tantal bei Zerstörung der Supraleitung gemessen. Bei Thallium ist $l_s - l_n$ (wobei l_s die Länge im supraleitenden und l_n die Länge im normalen Zustand bedeutet) positiv oder negativ, je nach der durchschnittlichen Kristallorientierung. Bei Tantal ist $l_s - l_n$ negativ unterhalb 3,7°K und positiv zwischen 3,7°K und der kritischen Temperatur.

Die aus der Längenänderung berechneten Werte für $(\partial H_c / \partial p_\theta)$, (wobei der Einfluss auf das kritische Feld H_c von einem maximalen Druck p_θ in einer Richtung θ parallel zur Stabachse herrührt), können in allen Fällen innerhalb der Messgenauigkeit durch

$$(\partial H_c / \partial p_\theta)_T = a + b (T/T_c)^2$$

dargestellt werden. Für die vier untersuchten Thalliumproben ergeben sich folgende Werte für a und b in Abhängigkeit von der Leitfähigkeit σ_{273} bei 0°K.

Die entsprechende Leitfähigkeit für polykristallines Material wird von verschiedenen Autoren mit Werten zwischen 6,1 und $6,7 \cdot 10^4$

¹⁾ H. P. PRUPPACHER und R. SÄNGER, ZAMP 6, 407 (1955).

ohm⁻¹ cm⁻¹ angegeben. Unsere Resultate sind also nicht mit denen von anderen Autoren, die die Druckabhängigkeit von T_c gemessen haben, in Widerspruch.

	Tl 1	Tl 2	Tl 3	Tl 4
σ_{273} $10^4 \text{ ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$	5,56	6,47	6,12	6,86
a	0	0	0	0
b $10^{-9} \text{ Oe. dyn}^{-1} \text{ cm}^2$	+2,9	0	+1,0	-1,6

Da Tantal kubisch ist, kann man direkt $(\partial H_c / \partial p) = a + b (T / T_c)^2$ ausrechnen, wobei p hier hydrostatischen Druck bedeutet, und man bekommt dann: $a = +7 \cdot 10^{-9}$ und $b = -11 \cdot 10^{-9}$ Oersted dyn⁻¹ cm².

Dem Schweizerischen Aluminiumfonds sind wir für die wertvolle finanzielle Hilfe sehr dankbar.

Bemerkungen über Druckeffekte in Supraleitern

von J. L. OLSEN (Institut für Kalorische Apparate und Kältetechnik der Eidg. Technischen Hochschule, Zürich).

Die bisherigen Ergebnisse, sowohl aus Messungen der Volumenänderung bei Zerstörung der Supraleitung, wie auch aus direkteren Messungen, über die Druckabhängigkeit des kritischen Feldes, wurden zusammengefasst. Daraus lässt sich die Volumenabhängigkeit des kritischen Feldes H_0 , beim absoluten Nullpunkt und auch die Volumenabhängigkeit von γ , der spezifischen Wärme der Leitungselektronen berechnen.

Dies wird am besten durch die zwei dimensionslosen Konstanten h und g dargestellt, wobei

$$h = \frac{V}{H_0} \frac{\partial H_0}{\partial V} \quad \text{und} \quad g = \frac{V}{\gamma} \frac{\partial \gamma}{\partial V}$$

Die in der nachstehenden Tabelle angegebenen Werte gelten für Volumenänderung unter allseitigem hydrostatischen Druck.

	Sn	In	Pb	Hg	Tl	Ta	Al
h	7	5	4	3	0	-14	$2h - g = 24$
g	2	3	2	3	4,5	-39	

Der Einfluss nichtidealer Emittterübergänge auf das Verhalten von Flächentransistoren

von E. BALDINGER, W. CZAJA und M. NICOLET (Basel).

(Physikalisches Institut der Universität, Abteilung für angewandte Physik.)

Bereits früher haben wir darauf hingewiesen, dass das Verhalten von Flächentransistoren durch ein „röhrenähnliches“ Ersatzschema dargestellt werden kann¹⁾. Über die Beziehungen

$$S \equiv \frac{\partial J_c}{\partial U_e} \approx \frac{\partial J_e}{\partial U_e} = \frac{q}{kT} (J_e + J_{es}) \approx \frac{q}{kT} J_e \quad (1)$$

hängt die in diesem Ersatzschema definierte Steilheit S mit der J - U -Charakteristik des Emittterüberganges

$$J_e = J_{es} \left(\exp \left[\frac{q}{kT} U_e \right] - 1 \right) \quad (2)$$

zusammen. Hierin bedeutet J_{es} den Sättigungsstrom der in Sperrrichtung beanspruchten Emittterdiode; bei üblichen Arbeitspunkten ist $J_{es} \ll J_e$. (1) gilt nur für $(J_e - J_c)/J_e \ll 1$, was bei Emittterströmen $> 0,5 \text{ mA}$ zutrifft, das heisst $J_e \approx J_c$.

Weist also der Emittterübergang das Verhalten einer Shockley'schen p - n -Diode auf, so beträgt die Steilheit bei einem Emittterstrom $J_e = 1 \text{ mA}$ und einer Temperatur $T = 300^\circ \text{ K}$, $S = 38,6 \text{ mA/V}$

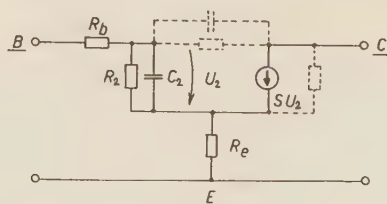


Fig. 1.

Das durch R_e erweiterte Ersatzschema eines Flächentransistors.

und sollte linear mit J_e anwachsen. In Fig. 2 und Fig. 3 sind einige derartige Messungen dargestellt.

GIACOLETTO²⁾ machte darauf aufmerksam, dass die Diskrepanzen zwischen Theorie und Experiment durch die Einführung eines Emittter-Zuleitungswiderstandes R_e erklärt werden könnten (vgl. Fig. 1), wobei dies so einzuführende R_e vom Arbeitspunkte (J_e) abhängen würde.

Lässt man jedoch zu, dass der Exponent in (2) und damit auch die Steilheit in (1) um einen Faktor m von q/kT abweicht

$$S \approx m \frac{q}{kT} J_e, \quad (1a)$$

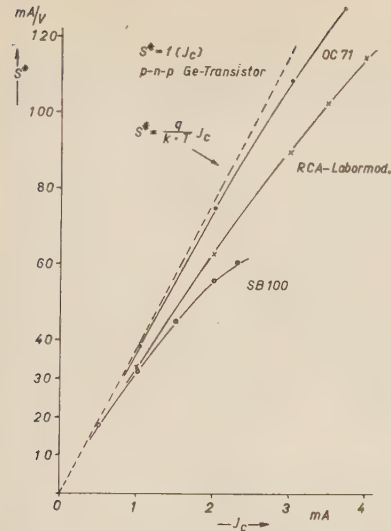


Fig. 2. S^* ist die Steilheit, die man aus den gemessenen Kennlinien erhält, falls zur Auswertung der Messungen das früher verwendete Ersatzschema¹⁾ mit $R_e=0$ (vgl. Fig. 1) benutzt wird. Die Messwerte —x— sind von GIACOLETTO²⁾ übernommen.

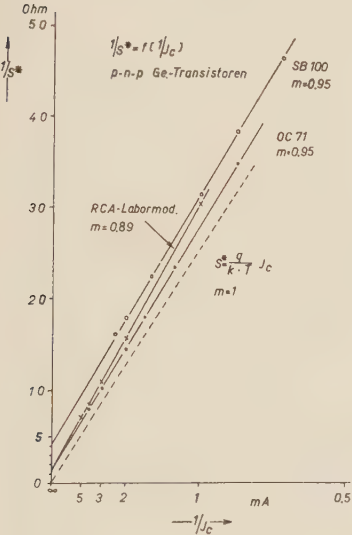


Fig. 4. Hier ist $1/S^* = 1/S + R_e$ mit $S = mqJ_c/kT$ aufgetragen, d. h. die Achsenabschnitte der Geraden liefern die Widerstände R_e . Dies folgt aus der Umrechnung unseres Ersatzschemas in ¹⁾ (Größen mit * bezeichnet) in das von Fig. 1.

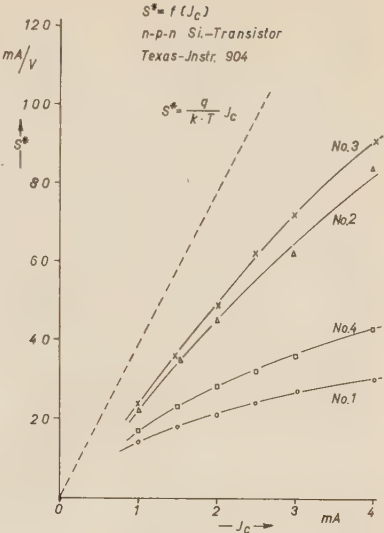


Fig. 3. Messungen an vier Si-Transistoren Texas-Instr. 904.

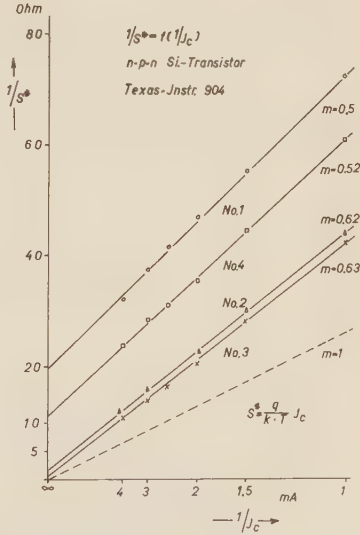


Fig. 5. Auswertung der Messungen von Fig. 3. Wegen der Messmethode für diese Transistoren ist $1/S^* = 1/S + R_e(1 + 1/SR_2) + R_b/SR_2$ aufgetragen. Es gelten folgende Größenordnungen: $70 > SR_2 > 30$, $R_b/SR_2 \sim 1$. Die Achsenabschnitte liefern hier $R_e + R_b/SR_2$. SR_2 ist schwach vom Arbeitspunkt abhängig, die so verursachte Unsicherheit in m ist $< 4\%$ und gegenüber den Messfehlern gering.

so erzielt man mit einem im ganzen Arbeitsbereich konstanten R_e gute Übereinstimmung mit den Experimenten (vgl. Fig. 4 und Fig. 5). Die sich aus den Messungen ergebende Größenordnung von R_e , sowie der Unterschied bei den verschiedenen Ge-Transistor-Typen erscheinen plausibel.

Die Einführung des weiteren Parameters m ist nicht willkürlich, sondern hängt eng mit der Charakteristik der den Transistor bildenden Dioden zusammen. Es ist bekannt, dass $m = 1$, nur für die ideale Shockleysche $p-n$ -Diode gilt³⁾. Kürzlich ist für Werte $m < 1$ eine Begründung angegeben worden⁴⁾. Für Si -Dioden ergibt sich demnach $m \approx 0,6$ in guter Übereinstimmung mit unseren Messungen an Si -Transistoren. Eine von ⁴⁾ abweichende Erklärung für den Wert $m = \frac{1}{2}$ findet man in ⁵⁾. Werte $m > 1$ oder $m < \frac{1}{2}$ wurden bisher von uns nicht festgestellt, was sich mit den Angaben von ³⁾ deckt.

Für die finanzielle Unterstützung der vorliegenden Untersuchungen sprechen wir der Stiftung Hasler-Werke, Bern, unseren besten Dank aus.

Literatur.

- 1) ZAMP **7**, 355 (1956), vgl. auch: L. J. GIACOLETTO, RCA-Rev. **15**, 506 (1954); J. ZAWELS, J. Appl. Phys. **25**, 976 (1954); RCA-Rev. **16**, 360 (1955).
- 2) I. c. S. 534, 546.
- 3) M. B. PRINCE, B. S. T. J. **35**, 661 (1956); vgl. besonders S. 669.
- 4) D. A. KLEINMAN, B. S. T. J. **35**, 685 (1956).
- 5) R. N. HALL, Proc. IRE **40**, 1512 (1952); A. HERLET, E. SPENKE, Z. angew. Phys. **7**, 99, 149, 195 (1955).

Méthode des champs adhérents

par A. HOURIET (Fribourg).

Sous ce nom, une nouvelle méthode de calcul a été développée, applicable aux champs nucléaires. Elle est schématisée ici sur l'exemple d'un champ nucléonique à deux composantes isotopiques, en interaction pseudoscalaire avec un champ mésonique mixte pseudoscalaire. L'équation du champ nucléonique ψ est ($\hbar = c = 1$)

$$\left\{ \frac{\vec{\alpha} \cdot \vec{p}}{i} + \beta M + i G \beta \gamma_5 (\vec{\tau} \cdot \vec{\varphi}) \right\} \psi = i \frac{\partial \psi}{\partial t} \quad (1)$$

et celle du champ mésonique $\vec{\varphi}$

$$(\mu^2 - \square) \vec{\varphi} + i G (\psi^* \beta \gamma_5 \vec{\tau} \psi) = 0. \quad (2)$$

Ces deux équations conduisent à l'hamiltonien H bien connu du

champ mixte pseudoscalaire en interaction pseudoscalaire avec des nucléons.

La quantification des deux champs et la recherche des valeurs propres de H utilisent actuellement le développement fonctionnel de $\vec{\varphi}$ et de ψ suivant des ondes planes. Le choix de ce système complet provient naturellement de ce qu'il contient toutes les solutions particulières des équations (1) et (2) pour $G = 0$. Cette manière de procéder est sujette à deux critiques: a) elle tente de solutionner le système (1), (2) en soi non linéaire, et dont les solutions sont à norme privilégiée, en utilisant un système complet de solutions d'équations linéaires, qui admettent le principe de superposition. b) Le système (1), (2) doit être résolu pour $G \neq 0$. Admettons que ce soit chose faite. Peut-on affirmer qu'au passage à la limite $G \rightarrow 0$, toutes ses solutions tendent vers des ondes planes? En d'autres termes, les champs $\vec{\varphi}$ et ψ qui sont liés entre eux pour $G \neq 0$, se séparent-ils intégralement pour $G = 0$? La réponse, résultat de la présente recherche est négative. Il existe des solutions $\vec{\varphi}$ et ψ du système (1), (2) qui demeurent couplées entre elles pour $G = 0$. Ce sont les solutions que nous avons désignées par le terme de champs adhérents. Mais si de telles solutions existent, on peut présumer que toute solution du système (1), (2) construite à partir de $G = 0$ devra utiliser les solutions adhérentes. Elles reflètent en effet les propriétés particulières de l'interaction choisie, tandis que les ondes planes en sont indépendantes.

Dans notre travail, nous avons recherché les solutions adhérentes du système (1), (2) susceptible de définir un nucléon au repos. Ces solutions d'abord classiques (non quantifiées) sont caractérisées par $\partial\vec{\varphi}/\partial t = 0$ et $\psi(\vec{x}, t) = e^{iEt}U(\vec{x})$. L'étude a porté sur des solutions $U(\vec{x})$ de symétrie sphérique. On trouve qu'il existe de telles solutions pour $|E| < M$. Elles forment un spectre discret pour une norme déterminée de $U(\vec{x})$. Ces solutions peuvent être interprétées comme définissant des fonctions de forme

$$|\psi_K|^2 = |U_K(x)|^2 \sim \delta_{a_K}(x).$$

La dimension linéaire de ces fonctions de forme va en croissant. Elles décrivent des états nucléoniques à cœur de dimension croissante. La solution de dimension minimale est attribuée au nucléon (proton neutron). Tout en réservant l'interprétation définitive des fonctions de forme à cœur plus étendu, on pourrait admettre qu'elles décrivent des hyperons.

La quantification du champ mésonique ϕ pour la fonction de forme du proton et du neutron (déterminée de façon intrinsèque

par le système (1) et (2), et, jointe aux valeurs de G en accord avec l'expérience) nécessite la technique du couplage fort. Elle introduit donc des isobares du proton et du neutron. Ce résultat nous a autorisé à reprendre la discussion du deuton suivant la perspective du couplage fort, mais en ajoutant un cœur au nucléon. Sous réserve de vérification, il apparaît que toutes les caractéristiques des états 1S et 3S aux basses énergies peuvent être prévues en accord avec l'expérience. De plus la position du premier isobare est compatible avec la diffusion de résonance des mésons π par le proton. Enfin la structure théorique du nucléon, outre la prévision d'un cœur de dimension acceptable, donne une étendue électromagnétique, et une densité électrique des charges compatibles avec les résultats de E. E. CHAMBERS et R. HOFSTADTER*).

Zum Zerfall des W^{181}

von P. DEBRUNNER, E. HEER, W. KÜNDIG, R. RÜETSCHI und T. LINDQUIST
(Eidgenössische Technische Hochschule Zürich).

Aus früheren Untersuchungen^{1) 2) 3)} ist bekannt, dass W^{181} vorwiegend durch Elektroneneinfang in den Grundzustand des Ta^{181} zerfällt. Ausserdem treten noch zwei schwache γ -Linien von 136 keV und 152 keV auf. Diese sind weder unter sich noch mit der Röntgen-K-Strahlung des Folgekerns in Koinzidenz³⁾. Daraus folgt die Existenz zweier angeregter Niveaus des Ta^{181} , welche aus Energiegründen nur durch L -Elektroneneinfang besetzt werden können. Das 136 keV-Niveau ($I = 9/2$, $L = 7/2$, $-$) ist vom Hf^{181} -Zerfall her sowie aus Coulombanregungsexperimenten bekannt. Der entsprechende γ -Übergang hat mit $\alpha_k = 1,2$ die Multipolarität 85% $M_1 + 15\%$ E_2 . Das 152 keV-Niveau hingegen liess sich bisher nur beim W^{181} -Zerfall eindeutig feststellen. Aus theoretischen Gründen dürfte diesem Zustand am ehesten der Spin $9/2$ und negative Parität zukommen⁴⁾. Der 152 keV-Übergang wäre dann mit $\alpha_k = 1,2$ eine Mischung von 85% E_1 und 15% M_2 -Strahlung³⁾.

Um den L -Elektroneneinfang in das 136 keV- und in das 152 keV-Niveau direkt nachzuweisen, suchten wir nach Koinzidenzen zwischen den beiden entsprechenden γ -Linien und der Ta-Röntgen- L -Strahlung. Diese weiche Strahlung (9 keV) wurde mit einem 3 mm dicken NaJ-Kristall nachgewiesen, welcher nur durch eine 10 μ dicke Al-Folie von der Quelle getrennt war. Der Photomultiplier

*) E. E. CHAMBERS and R. HOFSTADTER, CERN Symposium 1956.

(EMI 6096) wurde während der Messung zur Reduktion des Untergrundes mit festem CO_2 gekühlt. Fig. 1 zeigt das mit diesem Detektor aufgenommene Szintillationsspektrum. Die 136 keV- und die 152 keV-Linien registrierten wir mit einem $1'' \times 1'' \varnothing$ NaJ-Kristall, vor welchem eine BaCO_3 -Schicht angebracht war, um die intensive Röntgen-K-Strahlung (56 keV) auf einen Zehntel ihrer ursprünglichen Stärke zu reduzieren. Wie aus Fig. 2 zu ersehen ist, lassen sich die beiden γ -Linien im Szintillationsspektrum nicht trennen.

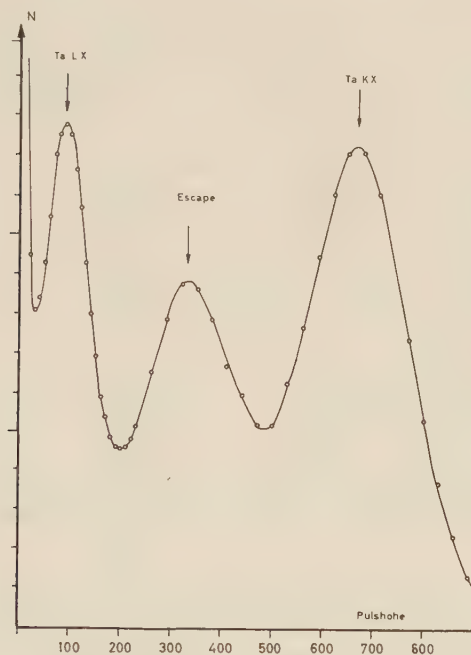


Fig. 1.

W¹⁸¹ Szintillationsspektrum mit 3 mm NaJ-Kristall.

Gleichwohl geht aus dem Koinzidenzspektrum (siehe Fig. 2) eindeutig hervor, dass *beide Linien* mit der *L*-Röntgenstrahlung des Ta in Koinzidenz sind. Das Koinzidenz-Auflösungsvermögen betrug bei diesen Messungen $2\tau = 0,3 \mu\text{sec}$. Bei der Annahme, die Lebensdauer des 152 keV-Niveaus sei von der Grössenordnung 10^{-7} sec , hat die M_2 -Strahlung (unter Berücksichtigung des Mischungsverhältnisses und der Konversion) eine Übergangswahrscheinlichkeit $T\gamma \sim 5 \cdot 10^5 \text{ sec}^{-1}$, was gerade dem Einteilchenwert entspricht⁵⁾. Die E_1 -Strahlung hingegen würde den nicht ungewöhnlichen Verbotenheitsfaktor 10^7 aufweisen.

Wir werden versuchen, die Lebensdauer des 152 keV-Niveaus zu messen. Weiter soll aus der oberen Grenzenergie der inneren Bremsstrahlung die Zerfallsenergie $W^{181} - \text{Ta}^{181}$ bestimmt werden. Vorläufige Experimente scheiterten an zu grosser Streustrahlung.

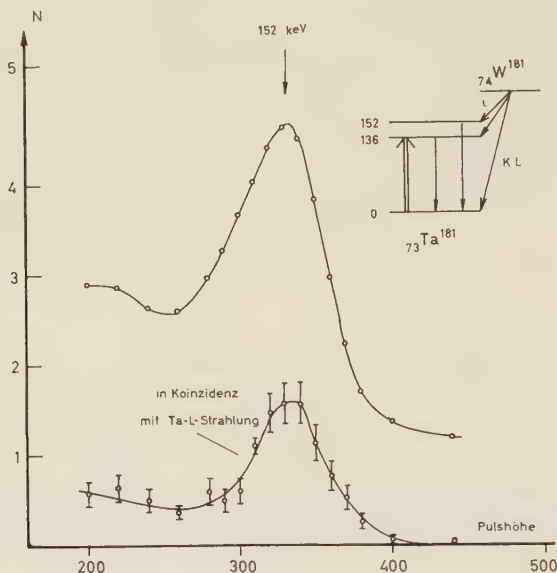


Fig. 2.
 W^{181} Szintillationsspektrum und Koinzidenzspektrum

Literatur.

- 1) J. M. CORK, W. H. NESTER, J. M. LeBLANC und K. W. BRICE, Phys. Rev. **92**, 119 (1953).
- 2) A. BISI, S. TERRANI und L. ZAPPA, Nuovo Cimento **1**, 651 (1955).
- 3) P. DEBRUNNER, E. HEER, W. KÜNDIG und R. RÜETSCHI, Helv. Phys. Acta **29**, 235 (1956).
- 4) P. DEBRUNNER, E. HEER, W. KÜNDIG und R. RÜETSCHI, Helv. Phys. Acta.
- 5) Siehe z. B. S. A. MOSKOWSKI in K. SIEGBAHS 'Beta and Gamma Ray Spectroscopy'.

Gamma-Winkelverteilungen zu inelastischer Neutronenstreuung

von H. R. BRUGGER, M. BRÜLLMANN, H. J. GERBER, D. MAEDER (ETH., Zürich).

Eine ausführliche Arbeit erscheint demnächst in den Helvetica Physica Acta.

Sur l'interaction électromagnétique des mésons μ

par A. HEYM, M. BIASUTTI, CH. HAENNY (Lausanne).

The number of knock-on electrons produced by 450–800–950 Mev μ — mesons has been determined with a hodoscope working at heights of 500 m and 3450 m, the secondary effects resulting from Bremsstrahlung, direct electron pair production or nuclear interaction being here neglectable.

L'hodoscope avec lequel nous avons travaillé est formé de compteurs de Geiger-Müller du type Maze¹⁾, de 3 cm de diamètre et de 30 cm ou 45 cm de longueur. Chacun d'eux (dans certains cas, chaque paire) est repéré individuellement, c'est-à-dire qu'il est relié par un dispositif déjà partiellement décrit²⁾ à une lampe au néon qui ne s'allume que lors d'un événement intéressant tel qu'il

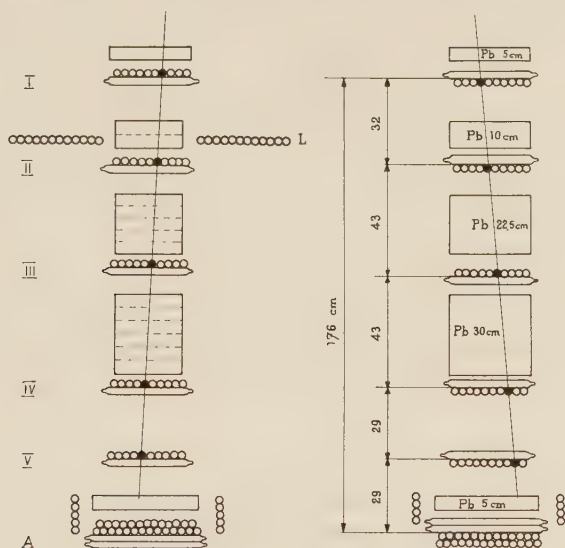


Fig. 1.

Schéma de l'hodoscope

sera défini ci-dessous. Toutes les lampes au néon sont groupées sur un même tableau dont la photographie, faite pour chaque événement intéressant, donne les renseignements que l'on désire, c'est-à-dire le lieu de passage de la radiation et de ses secondaires.

La figure 1 représente deux projections rectangulaires de l'ensemble des groupes de tubes compteurs et des écrans de plomb qui les séparent. Les cinq premiers groupes (I, II, III, IV, V) sont formés de deux couches de tubes compteurs parallèles, jointifs, croisés à 90° les uns des autres. A la partie inférieure de l'hodoscope se trouve un banc comprenant 4 couches de compteurs antici-

dents dont le taux de fuite est de 10^{-4} . Les quatre bancs verticaux constitués de compteurs flottants décèlent la radiation ionisante qui passe latéralement. Les groupes de compteurs latéraux L , repérés par paires et flottants, servent à détecter le passage d'une radiation qui peut accompagner le méson μ (et grande gerbe de l'air).

Ainsi disposé, l'hodoscope permet d'observer le passage de toute particule ionisante (méson μ le plus souvent) qui, traversant les cinq premiers bancs, s'arrête dans l'écran sélecteur de 5 cm de plomb situé juste au-dessus des compteurs antikoïncidents. Parmi les interactions que peuvent subir les mésons μ dans les écrans de plomb, nous négligeons les interactions nucléaires dont la section efficace est de l'ordre de 10^{-29} cm².

Si l'on calcule les probabilités d'émissions de la radiation γ de freinage et de création de paires³), compte tenu du spectre des mésons μ dans la radiation cosmique et de nos conditions d'expérience, on constate qu'elles sont négligeables, par rapport à la probabilité de collision du méson μ avec un électron atomique.

L'énergie que peut céder un méson μ à un électron de choc (knock-on) est limitée à 126 MeV pour un méson de 1 GeV. L'énergie initiale du méson μ est égale à l'énergie transmise à l'électron plus l'énergie restante perdue dans les écrans par ionisation courante. L'énergie des mésons μ pouvant avoir une interaction tout en répondant aux conditions d'enregistrement est comprise entre 960 MeV et 1140 MeV au haut de l'hodoscope.

Le présent travail porte sur 1131 photographies d'antikoïncidences intéressantes pour cette étude, enregistrées en 934 h tant à Lausanne qu'au Jungfrauoch. Le rapport entre le taux des antikoïncidences au Jungfrauoch et à Lausanne est très voisin de 1,5 qui est le rapport des intensités de la radiation μ à ces deux altitudes. 108 de ces photographies font apparaître une radiation ionisante secondaire ayant touché ou moins un compteur voisin de celui traversé par la radiation pénétrante, tandis que 23 photographies montrent des secondaires simultanément à la sortie de deux ou trois écrans. Ces dernières doivent être attribuées à la composante nucléonique, la probabilité qu'un même méson μ donne deux électrons de choc au travers de l'appareil étant très faible. Sur la base de ces photographies, on peut calculer le nombre de celles, qui correspondant à un seul secondaire, sont produites par la composante nucléonique. Cette correction effectuée, les secondaires observés doivent être exclusivement des électrons de choc résultant de la collision des mésons μ , sélectionnés suivant leur énergie, et des électrons atomiques. Les pour-cents d'électrons observés à la sortie d'un

écran de plomb rapporté au nombre de μ qui ont passé et pour les domaines d'énergie du méson μ considérés sont les suivants :

Energie du méson μ ± 50 Mev	Lausanne sur 602 mésons μ	Jungfrauoch sur 403 mésons μ
950 MeV	4,7% \pm 0,9	3,5% \pm 0,9
800 MeV	2,2% \pm 0,6	2,2% \pm 0,8
450 MeV	1,6% \pm 0,5	1,2% \pm 0,8

L'erreur indiquée est calculée pour un intervalle de confiance de 68%. La précision de ces résultats sera accrue par des prochaines expériences tandis que nous nous proposons de déterminer la probabilité des collisions qui pourrait mettre en évidence la valeur du spin du méson μ incident.

Nous exprimons notre gratitude au Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique qui a subventionné ces recherches et nous sommes reconnaissants de la précieuse collaboration dont nous avons bénéficié à la Station Scientifique du Jungfrauoch.

Bibliographie.

- ¹⁾ R. FAVRE et CH. HAENNY, *Helv. Phys. Acta*, **26**, 53 (1953).
- ²⁾ R. FAVRE, *Helv. Phys. Acta* **24**, 599 (1951), **27**, 235 (1954).
- ³⁾ B. ROSSI, *High-Energy Particles*, Prentice-Hall, New-York, 1952; p.16: BHABHA; MASSEY et CORBEN; p. 61: CHRISTY et KUSAKA; p. 87: R. DAVISSON.

Libre parcours moyen de production directe de paires d'électrons, par des électrons de 1 à 100 Gev

par R. WEILL, M. GAILLOUD, PH. ROSSELET (Lausanne).

The mean free path for direct electron pair production by 2—8, 8—32, 50—150 GeV electrons has been measured in the Ilford G 5 emulsion. The obtained values are less than those foreseen by theory.

1. Introduction.

Dans un paquet de 108 émulsions pelées, Ilford G 5, 20×30 cm \times 600 μ (vol du Texas, janvier 1955), nous avons identifié 12 cascades électrophotoniques d'énergie supérieure à 10 GeV. Des événements du même type ont déjà été signalés par divers auteurs^{1), 2), 3), 4)}.

Le développement de ces cascades se caractérise dans les deux premières longueurs de rayonnement par la présence d'un nombre

anormalement élevé de tridents, c'est-à-dire de paires prenant naissance sur des traces d'électrons. Un trident peut être une paire créée soit directement par l'électron (vrai trident, phénomène qui nous intéresse) soit par un photon rayonné par celui-ci et matérialisé à une distance de sa trajectoire inférieure au diamètre d'un grain d'AgBr (faux trident).

Parmi les 5 cascades étudiées, 3 sont engendrées dans l'émulsion par un photon, et deux par un électron. Aucune association n'a pu être mise en évidence entre les primaires des diverses cascades, ou entre l'un de ces primaires et un phénomène nucléaire de grande énergie.

2. Détermination du libre parcours moyen.

Nous avons réparti les trajectoires étudiées en 3 classes d'après l'énergie des électrons: de 2 à 8 Gev, de 8 à 32 Gev et de 50 à 150 Gev.

Soit n_i le nombre de tronçons suivis, de longueurs $l_1^i, \dots, l_{n_i}^i$, comportant chacun i tridents. λ_i étant le libre parcours moyen de production de tridents (vrais et faux), la probabilité d'obtenir la complexion observée est:

$$G(\lambda_i, l_1^i \dots l_{n_i}^i) = \frac{e^{-L/\lambda_i}}{\lambda_i^N} \frac{(l_1^i \dots l_{n_i}^i) \dots (l_1^i \dots l_{n_i}^i)^j}{1! (2!)^{n_2} \dots (j!)^{n_j}}$$

où

$$L = \sum_i^j \sum_{j'=1}^{n_i} l_{j'}^i$$

est la longueur totale de trajectoire suivie et N le nombre total de tridents observés.

La valeur de λ qui doit être considérée est celle qui rend maximum $G(\lambda_i, l_1^i \dots l_{n_i}^i)$ (principe du maximum de vraisemblance)*), soit:

$$\lambda = \frac{L}{N}.$$

La fonction $G(\lambda_i, l_1^i \dots l_{n_i}^i)$ définie selon ANNIS et coll.⁵⁾ est égale, au facteur de normalisation près, à la fonction $H(x_i, \dots, \theta)$ «posterior probability function») de ces mêmes auteurs. Cette dernière fonction nous permet de calculer l'intervalle de confiance à 68% («figure of merit») que nous admettons comme erreur statistique

*) L'expression de λ_i utilisée par certains auteurs²⁾¹⁵⁾ nous paraît incorrecte dans le cas d'expériences de ce type. C'est la raison pour laquelle nous ne reporterons pas leurs résultats dans la figure.

sur la mesure de λ_t . Pour $N > \sim 7$ et $L > \sim 10 \lambda_t$, cette incertitude est de $\pm \lambda_t/\sqrt{N}$ (formule 47 de ⁵)).

Si v_f est le nombre moyen de faux tridents sur la longueur λ_t (donné par KOSHIKA et KAPLON⁴), le libre parcours moyen λ de création de vrais tridents est de :

$$\lambda = \frac{\lambda_t}{1 - v_f}$$

3. Mesures de l'énergie des électrons.

La diffusion multiple relative a été mesurée chaque fois que l'on disposait, sur une longueur suffisante, de traces distantes de 1 à 20 μ . Nous avons admis, d'après notre expérience et conformément aux résultats publiés⁶), que la diffusion parasite due aux dislocations de la gélatine («spurious scattering») s'éliminait dans ces conditions.

Dans le cas des paires de grande énergie, les longueurs de trajectoire disponibles sont souvent insuffisantes pour permettre une mesure de diffusion multiple : d'une part les traces des deux électrons sont indiscernables sur plusieurs millimètres, d'autre part la multiplication des cascades qu'ils engendrent rend ambiguë l'identification de leurs trajectoires après quelques centimètres. Nous avons alors mesuré l'angle d'ouverture des paires pour déterminer leur énergie à l'aide de la relation de BORSELLINO⁷), en admettant l'équipartition de l'énergie.

Méthodes de mesure de l'angle d'ouverture des paires d'électrons de grande énergie.

a) LOHRMANN⁸), BARONI et coll.⁹) ont examiné l'influence de la diffusion multiple sur l'écartement des trajectoires de paires d'électrons. Nous avons éliminé celle-ci en mesurant les écartements en divers points à partir de l'origine de la paire; lorsque les trajectoires des deux électrons sont distantes de moins d'un demi grain, la séparation a été déterminée par la mesure du profil de la trace observée. Cette méthode nouvelle et qui sera donnée ailleurs nous a permis de mesurer l'angle d'ouverture de paires d'énergie allant jusqu'à 50 Gev.

b) L'angle d'ouverture de paires d'électrons d'énergie supérieure à 10 Gev a été mesuré également en valeur relative, d'après la variation de la densité et de la longueur moyenne de lacunes au voisinage de l'origine¹⁰),¹¹). Ces deux grandeurs ne dépendant que de l'écartement des trajectoires, deux paires présentent même densité et même longueur moyenne de lacunes aux points d'égale

séparation. Quatre paires dont les angles ont été mesurés par la méthode décrite sous a) ont servi d'étalons. Une publication détaillée à ce sujet paraîtra prochainement.

Nous avons constaté que l'énergie des électrons déterminée au moyen des deux méthodes ci-dessus était compatible avec celle que l'on pouvait estimer à partir du développement longitudinal des cascades qu'ils engendrent¹²⁾.

4. Résultats.

Nos valeurs sont groupées dans le tableau suivant:

Energies	L	N	λ_{mes}	$\lambda_{\text{théor.}}$	P
2— 8 Gev	86 cm	7	$4,7^{+2}_{-1,3}$	$14 < \lambda < 25$	0
8— 32 Gev	49 cm	16	$1,5 \pm 0,5$	$8 < \lambda < 14$	0
50—150 Gev	10 cm	6	$2,8^{+3}_{-1,5}$	$5 < \lambda < 7$	$3 \cdot 10^{-3}$

où:

L = longueur totale des trajectoires étudiées, par classe d'énergie.

N = nombre total de tridents par classe d'énergie.

λ_{mes} = valeur mesurée

λ_{th} = valeur calculée par intégration des sections efficaces, sans effet d'écran, données par Бhabha¹³⁾.

du libre parcours moyen de création directe de paires par des électrons de grande énergie dans l'émulsion Ilford G 5.

λ_{mes} et λ_{th} sont exprimés en longueurs de rayonnement (2,9 cm dans l'émulsion Ilford G 5).

P — probabilité pour qu'on ait la complexion observée, si λ était égal à λ théor.

Dans la figure, les dimensions des rectangles hachurés sont déterminées, en abscisse par la largeur des classes d'énergie considérées, en ordonnée par l'intervalle de confiance à 68 % sur les valeurs de λ . Les principaux résultats publiés^{4), 8), 14)} sont représentés avec leur incertitude sur la valeur de λ , l'incertitude sur la valeur de l'énergie n'étant pas indiquée par les expérimentateurs, LEONARD excepté.

Entre 1 et 50 Gev les libres parcours moyens résultant de nos mesures, en accord avec ceux déterminés par d'autres auteurs, sont nettement inférieurs à ceux calculés à partir de la théorie de Bhabha. Au delà de 50 Gev, le désaccord paraît subsister, encore que la longueur totale des trajectoires que nous avons étudiées soit courte.

Nous adressons nos remerciements à M. le Professeur Ch. HАЕННУ, pour ses encouragements et l'intérêt qu'il a pris à nos recherches.

Notre gratitude va au Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique qui a financé ce travail. Nous remercions M^{lle} IPPOLITO qui a effectué le dépouillement des émulsions.

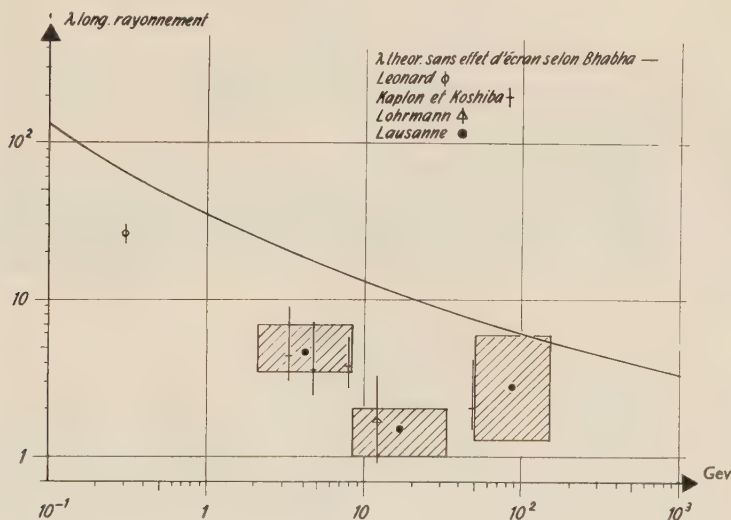


Fig. 1.

Libre parcours moyen de création directe de paires d'électrons par des électrons de grande énergie dans l'émulsion Ilford G 5.

Références bibliographiques.

- 1) SCHEIN, M., HASKIN, D. M., GLASSER, R. G.: Phys. Rev. **95**, 855 (1954).
- 2) BLOCK, M. M., KING, D. T., WADA, W. W.: Phys. Rev. **96**, 1627 (1954).
- 3) DEBENEDETTI, A., GARELLI, C. M., TALLONE, L., VIGONE, M., WATAGHIN, G.: Nuovo Cimento **12**, 954 (1954) et **3**, 226 (1956).
- 4) KOSHIBA, M., KAPLON, M. F.: Phys. Rev. **97**, 193 (1955) et **100**, 327 (1955).
- 5) ANNIS, M., CHESTON, W., PRIMAKOFF, H.: Rev. Mod. Phys. **25**, 818 (1953).
- 6) BISWAS, S., PETERS, B., RAMA: Proc. Ind. Acad. **A 41**, 154 (1955).
- 7) BORSELLINO, A.: Phys. Rev. **89**, 1023 (1953).
- 8) LOHRMANN, E.: Nuovo Cimento **2**, 1029 (1955).
- 9) BARONI, G., BORSELLINO, A., SCARSI, L., VANDERHAEGHE, G.: Nuovo Cimento **10**, 1653 (1953).
- 10) PERKINS, D. H.: Phil. Mag. **46**, 1146 (1955).
- 11) WOLTER, W., MIESOWICZ, M.: Nuovo Cimento **4**, 648 (1956).
- 12) ROSSI, B.: High Energy Particle, Prentice-Hall, New-York (1952).
- 13) BHABHA, H.: Proc. Roy. Soc. London **A 152**, 559 (1935).
- 14) LEONARD, S. L.: Bull. Am. Phys. Soc.: **1**, 167 (1956).
- 15) AVAN, M., AVAN, L.: C. R. Acad. Sc. Paris, **241**, 1284 (1955).

Résonance magnétique nucléaire dans les champs très faibles Effets de la modulation basse fréquence

par J. M. ROCARD (Institut de Physique, Genève)

I. Introduction.

De nombreux auteurs ont déjà étudié les effets de la modulation Basse Fréquence en résonance magnétique nucléaire, mais en général dans des champs élevés¹⁾.

Nos expériences ont été faites en utilisant des quartz (8,4 Kc/s et 3 Kc/s) des laboratoires de Piezo-électricité qui correspondent, en valeur de champs magnétiques à 2 et 0,7 gauss pour la résonance des protons.

II. Appareillage.

L'appareillage utilisé est du type BLOCH²⁾.

Des améliorations ont été apportées au dispositif décrit dans la 1ère référence 2, en particulier le remplacement de l'oscillateur variable RC par un oscillateur à quartz pouvant fonctionner à 8,4 Kc/s ou à 3 Kc/s³⁾ et un enregistreur automatique du type « Suiveur de Spot » S.E.F.R.A.M. (Paris).

Le champ magnétique H_0 est fourni par un système de bobines de Helmholtz alimentées par une batterie de 12 V, et le passage à travers la resonance est rendu possible à l'aide d'un rhéostat, entraîné par un moteur, placé dans le circuit de ces bobines.

III. Théorie.

En choisissant des solutions de nitrate ferrique dans l'eau distillée dont la concentration en ions ferriques soit suffisamment faible, on se trouve dans le cas où $\Omega \gg 1/T_2$, Ω caractérisant la modulation B. F., $1/T_2$ caractérisant la largeur de raie naturelle de l'échantillon.

L'analyse mathématique du problème peut se faire à partir des équations de BLOCH. Les calculs ont été déjà faits⁴⁾.

En prenant sensiblement les mêmes notations que BURGESS et BROWN, on obtient les composantes de FOURIER:

$$u(\Omega) = A \cos \Omega t + B \sin \Omega t$$

$$v(\Omega) = C \cos \Omega t + D \sin \Omega t$$

avec

$$A = \gamma H_1 M_0 \sum_K \frac{2\Omega k J_k^2}{\gamma H_m} \cdot \frac{(\gamma \hbar + k\Omega)}{[(\gamma \hbar + k\Omega)^2 + 1/T_2^2]} \quad (1)$$

$$B = \gamma H_1 M_0 \sum_{K=-\infty}^{\infty} J_k (J_{k+1} - J_{k-1}) \cdot \frac{1/T_2}{[(\gamma h + k\Omega)^2 + 1/T_2^2]} \quad (2)$$

$$C = -\gamma H_1 M_0 \sum_{K=-\infty}^{\infty} \frac{2\Omega k J_k^2}{\gamma H_m} \cdot \frac{1/T_2}{[(\gamma h + k\Omega)^2 + 1/T_2^2]} \quad (3)$$

$$D = \gamma H_1 M_0 \sum_{K=-\infty}^{\infty} J_k (J_{k+1} - J_{k-1}) \cdot \frac{(\gamma h + k\Omega)}{[(\gamma h + k\Omega)^2 + 1/T_2^2]} \quad (4)$$

où J_k est la fonction de BESSEL d'ordre k et d'argument $\gamma H_m/\Omega$; γ la valeur absolue du rapport gyromagnétique du proton, M_0 le moment magnétique résultant ($M_0 = \gamma H_0$), H_1 le champ R. F. tournant. L'écart en fréquence est donné par:

$$\Delta \omega(t) = \gamma (h + H_m \cos \Omega t).$$

IV. Résultats.

Les 4 enregistrements présentés (Fig. 1-4) correspondent respectivement aux équations (1), (2), (3), (4). Les conditions d'expériences sont telles que la relation $\gamma^2 H_1^2 T_1 T_2 = 1$ soit réalisée et que le passage à travers la résonance corresponde aux conditions classiques de passage lent ^{2b}).

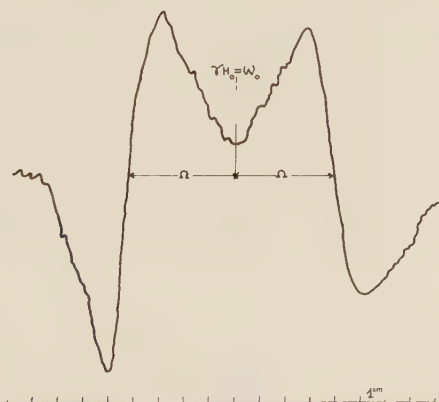


Fig. 1.

A. Composantes « dispersion » de la fonction $u(\Omega)$.

$$H_0 = 0,7 \text{ gauss} \quad \frac{\Omega}{2\pi} = 20 \text{ c/s} \quad \frac{\gamma H_m}{\Omega} = 0,9.$$

La composante centrale n'existe pas. Seules figurent sur l'enregistrement les 2 raies latérales symétriques par rapport au point H_0 ⁵).

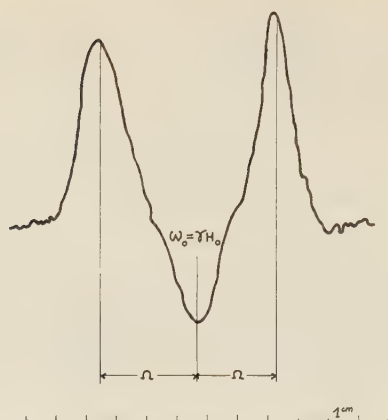


Fig. 2.

B. Composantes «absorption» de la fonction $u(\Omega)$.

$$H_0 = 2 \text{ gauss} \quad \frac{\Omega}{2\pi} = 39 \text{ c/s} \quad \frac{\gamma H_m}{\Omega} \simeq 0,3.$$

Trois composantes figurent sur l'enregistrement: la raie centrale et, de signe opposé, les raies latérales.

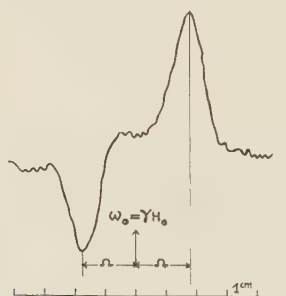


Fig. 3.

C. Composantes «absorption» de la fonction $v(\Omega)$.

$$H_0 = 2 \text{ gauss} \quad \frac{\Omega}{2\pi} = 39 \text{ c/s} \quad \frac{\gamma H_m}{\Omega} \simeq 0,3.$$

La raie centrale n'existe pas. Les 2 raies latérales sont de signes opposés.

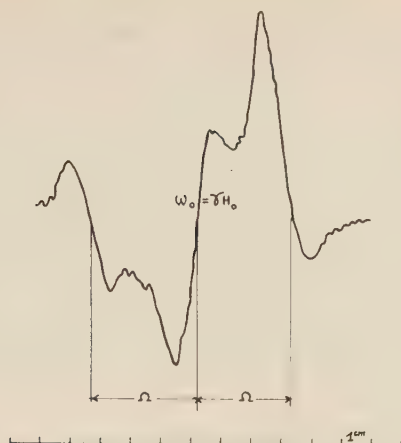


Fig. 4.

D. Composantes « dispersion » de la fonction $v(\Omega)$.

$$H_0 = 2 \text{ gauss} \quad \frac{\Omega}{2\pi} = 39 \text{ c/s} \quad \frac{\gamma H_m}{\Omega} \simeq 0,6.$$

La raie centrale et les 2 premières raies latérales figurent sur cet enregistrement. L'asymétrie des 2 dernières est due au fait que les accords de l'amplificateur récepteur ne sont pas tout à fait réglés sur $\omega = 8,4 \text{ Kc/s}$.

Ces expériences ont été effectuées à la station de Jussy de l'Institut de Physique de Genève, en un endroit où le champ magnétique terrestre est particulièrement homogène. Des études systématiques sur ce dernier avaient été faites à l'aide d'un magnétomètre. L'in-homogénéité de champ est de $2/10 \text{ mg}$ pour $H_0 = 0,7 \text{ g}$.

Je tiens à remercier Monsieur le professeur EXTERMANN, directeur de l'Institut de Physique, et Monsieur G. BÉNÉ, qui a dirigé ce travail, travail qui a pu être réalisé grâce à l'aide financière de la C. S. A. et du C. E. A.⁶⁾

Bibliographie.

- 1) J. H. BURGESS et R. M. BROWN, *Rev. of Sc. Inst.* **23**, 334 (1952).
- 2) a) MANUS, BÉNÉ, EXTERMANN et MERCIER, *Helv. Phys. Acta* **28**, 617 (1955);
b) F. BLOCH, *Phys. Rev.* **70**, 460 (1946).
- 3) Cet oscillateur a été réalisé par A. CSAKI dont l'aide nous a été précieuse.
- 4) SMALLER, *Phys. Rev.* **83**, 813 (1951); R. KARPLUS, *Phys. Rev.* **73**, 1027 (1948);
J. H. BURGESS et R. M. BROWN, *Rev. of Scient. Inst.* **23**, 334 (1952).
- 5) Ces formes de courbes ont été observées et publiées par CAGNAC, BÉNÉ, MANUS et EXTERMANN, *Helv. Phys. Acta*, **28**, 626 (1955).
- 6) „Etude théorique et expérimentale des formes de courbes obtenues en résonance magnétique nucléaire“, J. M. ROCARD, *Arch. des Sciences*, **9**, fasc. 3 (1956) (sous presse).

Gamma-Spektrometer mit Antikoinzidenz-Abschirmung

VON D. MAEDER UND R. MÜLLER (ETH, Zürich).

Als Detektoren für Gamma-Spektrometer mit hoher Ansprechwahrscheinlichkeit werden heute Szintillationszähler verwendet. Ausser einem verhältnismässig kleinen Auflösungsvermögen wirkt sich bei grossen Gammaenergien jedoch zusätzlich besonders ungünstig aus, dass eine monoenergetische Strahlung als kompliziertes Spektrum mit drei Linien (Hauptlinie und zwei Paarlinsen) und einem Kontinuum wiedergegeben wird, das dadurch entsteht, dass Streuquanten, Annihilationsquanten oder Bremsquanten den Szintillationskristall verlassen und einen Teil der Gammaenergie mit sich nehmen können¹).

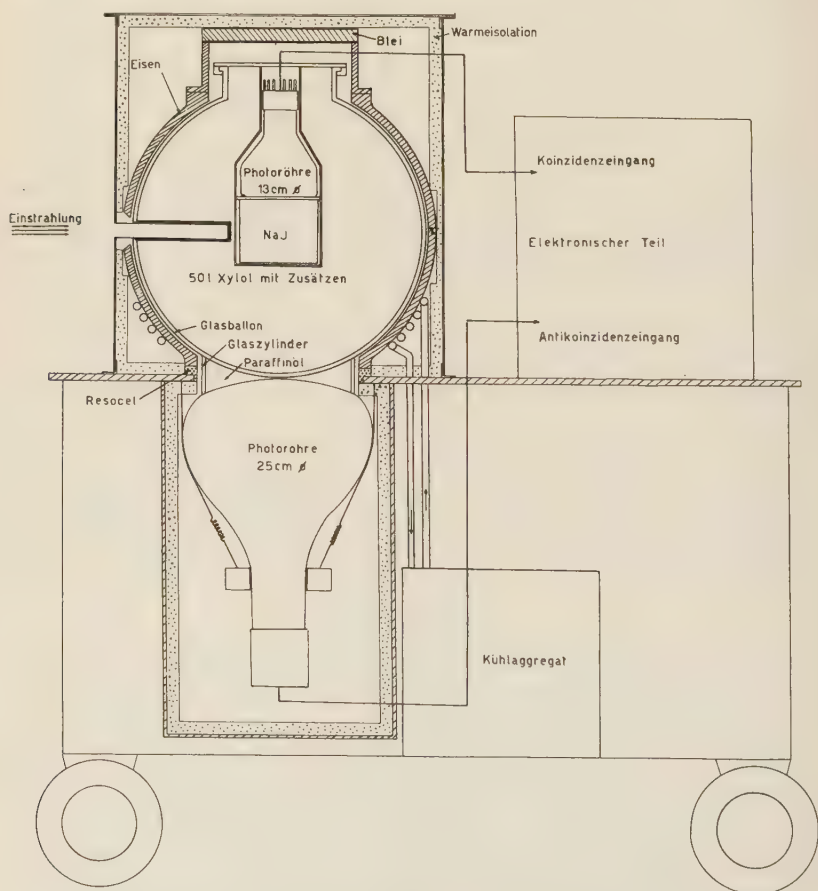


Fig. 1.

Aufbau des Gamma-Spektrometers mit Antikoinzidenz-Abschirmung.

Eine Vereinfachung des störenden Spektrums erreicht man mit folgenden Methoden: In grossen Kristallen, die auch aus mehreren Stücken zusammengesetzt sein können²⁾, wird die Hauptlinie bevorzugt, nur leidet von einer bestimmten Grösse an das Auflösungsvermögen darunter, und die Abschirmung des Untergrundes wird schwierig. Ein anderes Prinzip, und darauf beruht das zu beschreibende Spektrometer, besteht darin, dass man den Spektrometerelementkristall möglichst vollständig mit einem Mantel aus Szintillationsmaterial umgibt, in welchem die austretenden Sekundärquanten registriert werden. Durch Antikoinzidenzschaltung mit dem Hauptkristall lassen sich die unerwünschten Satellitenlinien und das Kontinuum unterdrücken. Ein Vorteil dieser Methode liegt darin, dass im grossen Antikoinzidenzmantel keine Spektroskopie getrieben werden muss.

Wie aus Fig. 1 hervorgeht, besteht das Gerät aus einem in ein die Sekundärstrahlung wenig absorbierendes dünnwandiges Aluminiumgefäss eingepackten NaJ(Tl)-Kristall von 13 cm Durchmesser

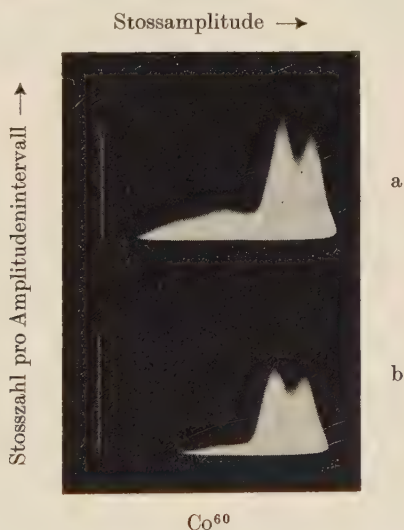


Fig. 2.

Spektren von Co⁶⁰ a) ohne b) mit Antikoinzidenz-Abschirmung

und 10 cm Höhe, der von 50 l Xylollösung mit 4 g/l Terphenyl und 0.01 g/l Diphenylhexatrien umgeben ist³⁾. Die das Glasgefäss umgebende Gusskugel und das Aluminiumgefäss wurden mit einem speziellen weissen xylolfesten Farbanstrich versehen, dessen Reflexionsvermögen demjenigen von aufgedampftem Magnesiumoxyd gleichkommt⁴⁾. Die von je einer Photoröhre von 13 bzw. 25 cm

Durchmesser registrierten Impulse aus Kristall und Xylollösung werden wegen der hohen Stosszahlen (zirka 10^5 Stösse/sec im Mantel) einer schnellen Antikoinzidenz-Apparatur zugeführt. Die Laufzeit in der grossen Photoröhre (zirka 200 m μ sec) wird durch Einbau eines Verzögerungskabels kompensiert.

Die mit dem beschriebenen Mantel erreichbare Verbesserung geht aus dem von der Primärenergie unabhängigen Intensitätsverhältnis von Hauptlinie zu den störenden Paarlinien hervor, das ohne Mantel 10:5:1, mit Mantel aber 10:1:0 beträgt. Die Aufnahmen der Fig. 2, die mit einem solchen Gerät und photographischer Registrierung erhalten wurden, illustrieren die Reduktion des Compton-Kontinuums bei der Co⁶⁰-Strahlung durch Einschalten der Antikoinzidenz-Abschirmung.

Literatur.

¹⁾ D. MAEDER, R. MÜLLER und V. WINTERSTEIGER, *Helv. Phys. Acta* **27**, 3 (1954).

²⁾ R. S. FOOTE and H. W. KOCH, *Rev. Sci. Instr.* **25**, 746 (1954).

³⁾ R. K. SWANK, *Nucleonics* **12**, Nr. 3, 14 (1954).

⁴⁾ Der Firma Bosshard & Co. in Zürich-Oerlikon möchten wir an dieser Stelle für die Entwicklung und Ausführung dieses Farbanstriches bestens danken.

Eine spezielle Anordnung für die Mikrowellenspektroskopie in einem Hohlraumresonator

VON J. HERRMANN (Institut de Physique de l'Université, Neuchâtel)
und J. BONANOMI (Laboratoire Suisse de Recherches Horlogères).

Mittels eines Hohlraumresonators können Spektrallinien von Gasen in bekannter Weise¹⁾ untersucht werden. Die von uns durchgeführte Modifikation besteht darin, dass die sich der Spektrallinie überlagernde Resonanzkurve des Hohlraumes durch eine zusätzliche Reflexion eliminiert wird. Dadurch erscheint die Spektrallinie auf vollkommen flachem Grund, statt sich in der Spitze der Hohlraumresonanzkurve zu befinden.

Die Wirkungsweise ist aus der Figur 1 zu entnehmen. Auf den Detektor fällt die Hälfte der Mikrowellenenergie der Frequenz f_0 . Die andere Hälfte wird zur Erzeugung eines Seitenbandes der Frequenz f_1 verwendet²⁾. Eine Hälfte dieses Seitenbandes fällt auf den Hohlraum, wird dort reflektiert und kommt auf den Detektor. Die andere Hälfte kann durch eine künstliche Reflexion ebenfalls zum Teil auf den Detektor geführt werden. Die Überlagerung dieser beiden Signale bringt bei geeigneter Amplitude und Phase der Reflexion die Resonanzlinie des Hohlraumes zum Verschwinden.

Der Reflexionsfaktor eines Hohlraumes ist¹⁾

$$\Gamma = 2 \delta_1 / (\delta_0 + \delta_1 + 2i(\nu - \nu_c) / \nu_c) - 1. \quad (1)$$

Wir setzen

$$a = (\delta_0 + \delta_1) / 2 \delta_1, \quad b = (\nu - \nu_c) \delta_1 \nu_c, \quad c = 1 / (a^2 + b^2). \quad (2)$$

und stellen den Reflektionsfaktor in der Gestalt dar

$$\Gamma = \Gamma_1 \exp i \varphi_1, \quad (3)$$

mit

$$\Gamma_1^2 = (1 - 2a)c + 1, \quad \tan \varphi_1 = bc / (1 - ac). \quad (4)$$

Mit dem Index 1 sei die Welle bezeichnet die vom Resonanzhohlraum kommt, mit dem Index 2 die zusätzlich durch Reflexion erzeugte Welle. Detektiert wird eine Spannung die proportional der

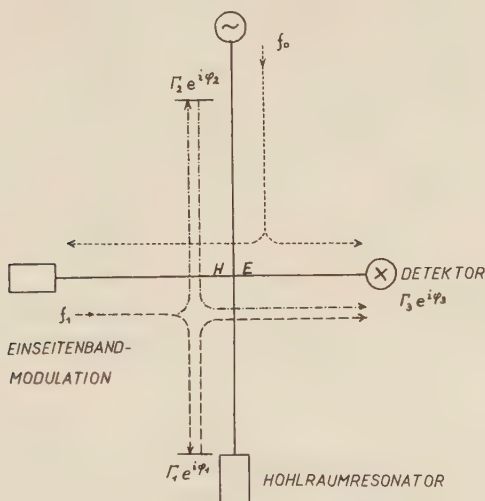


Fig. 1.

Amplitude Γ_3 der Summe der beiden Wellen ist. Diese Amplitude ist

$$\Gamma_3^2 = \Gamma_1^2 + \Gamma_2^2 + 2 \Gamma_1 \Gamma_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2). \quad (5)$$

Zur Bestimmung der geeigneten Reflexion Γ_2 , φ_2 stellen wir die Bedingung, dass Γ_3 unabhängig von der Frequenz wird. Dazu muss der Ausdruck

$$\Gamma_1 \Gamma_1' + \Gamma_1' \Gamma_2 (\sin \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 + \cos \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) + \Gamma_1 \Gamma_2 \varphi_1' (\cos \varphi_1 \cdot \sin \varphi_2 - \sin \varphi_1 \cdot \cos \varphi_2) \equiv 0 \quad (6)$$

eine Identität in der Frequenz sein. Die Grössen Γ_1 und φ_1 sind Funktionen der Frequenz, der Strich bedeutet die Ableitung nach der Frequenz. Man findet, dass die Lösung von (6) durch

$$\sin \varphi_2 = 0, \quad \Gamma_2 = (2a - 1)/2a \quad (7)$$

gegeben ist. Diese Lösung, in Gleichung (5) eingesetzt, ergibt

$$\Gamma_3 = 1/2a \quad (8)$$

unabhängig von der Frequenz, wie verlangt wurde. Es gelingt also mit einer frequenzunabhängigen Reflexion geeigneter Phase die Hohlraumresonanzkurve wegzukompensieren.

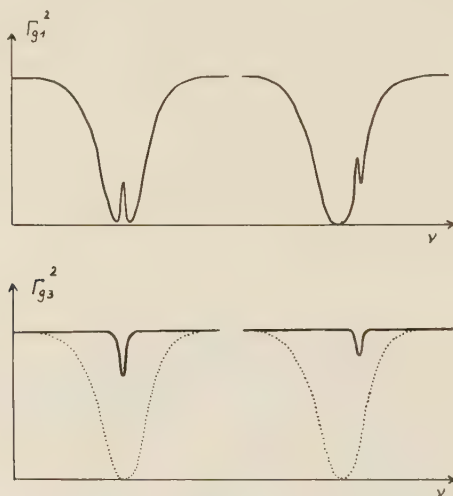


Fig. 2.

Bei Anwesenheit eines Gases lautet der Reflexionsfaktor¹⁾

$$\Gamma_g = 2\delta_1 / (\delta_0 + \delta_1 + \varepsilon_2 + 2i(\varepsilon_1^{1/2}\nu - \nu_c) / \nu_c) - 1. \quad (9)$$

Wir setzen wieder ähnlich wie früher

$$\alpha = (\delta_0 + \delta_1 + \varepsilon_2) / 2\delta_1, \quad \beta = (\varepsilon_1^{1/2}\nu - \nu_c) / \delta_1 \nu_c, \quad \gamma = 1 / (\alpha^2 + \beta^2),$$

$$\Gamma_g = \Gamma_{g1} \exp i\varphi_{g1}, \quad (10)$$

dann ergibt sich

$$\Gamma_{g1}^2 = 1 - \varepsilon_2 \gamma / \delta_1 - \delta_0 \gamma / \delta_1 \quad (11)$$

und entsprechend

$$\Gamma_{g3}^2 = 1/4a^2 - \varepsilon_2 \gamma / (\delta_0 + \delta_1), \quad (12)$$

wenn Γ_2 und φ_2 den Bedingungen (7) genügen. In den Gleichungen (11) und (12) stellt der Ausdruck

$$\gamma = \left[\left(\frac{\delta_0 + \delta_1 + \varepsilon^2}{2 \delta_1} \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_1^{1/2} \nu - \nu_c}{\delta_1 \nu_c} \right)^2 \right]^{-1} \quad (13)$$

im wesentlichen die Resonanzkurve des Hohlraumes dar.

Der Vergleich der Formeln (11) und (12) zeigt den Vorteil der Methode mit Eliminierung der Hohlraumresonanz. Bei (12) stellt der Ausdruck $\varepsilon_2 \gamma$ die nur leicht modifizierte Spektrallinie $\varepsilon_2(\nu)$ dar. Dagegen ist bei (11) ihr noch der Frequenzgang des Hohlraumes überlagert. Der Einfluss wird besonders deutlich, wenn die Resonanzfrequenz des Hohlraumes von der der Spektrallinie abweicht. Mit Kompensation wird die Linie nur kleiner und ändert in erster Näherung ihre Gestalt nicht. Dagegen zeigt ohne Kompensation die Abstimmung des Hohlraumes auf die Gestalt der Linie einen grossen Einfluss. Die Figur 2 zeigt dieses Verhalten. Wir bestimmen noch die Änderung der Linienhöhe bei Verstimmung des Hohlraumes. Für nicht zu grosse ε_2 , für $\delta_0 = \delta_1$ und für $\varepsilon_1 \approx 1$ kann man näherungsweise $\alpha = 1$ und $\beta = \nu - \nu_c / \Delta \nu_c$ setzen. Bei einer Verschiebung des Hohlraumes um eine halbe Kurvenbreite $\Delta \nu_c$ sinkt die Höhe der Spektrallinie auf die Hälfte.

Herrn Prof. J. ROSSEL danken wir für sein Interesse an dieser Arbeit.

Literatur.

- ¹) C. K. JEN, Phys. Rev. **74**, 1396 (1948).
- ²) J. BONANOMI und J. HERRMANN, Helv. Phys. Acta **29**, 224 (1956).

Détermination de la fréquence d'inversion de l'ammoniaque

par J. BONANOMI (Laboratoire Suisse de Recherches Horlogères)
et J. HERRMANN (Institut de Physique de l'Université, Neuchâtel).

Dans une communication antérieure¹⁾ nous avons décrit le fonctionnement d'un MASER²⁾. Nous avons entre-temps amélioré divers détails de construction et mesuré la fréquence de l'oscillateur moléculaire. La longueur du focaliseur de 12 électrodes a été portée à 20 cm et la tension entre électrodes à 25 kV.

La longueur de la cavité TM_{010} a été augmentée et est actuellement de 30 cm. La cavité cylindrique est ouverte aux deux extrémités; le faisceau moléculaire après avoir traversé la cavité se condense à la sortie sur une trappe à air liquide.

Avec la nouvelle installation, la largeur de la raie (3, 3) de NH_3 est réduite à moins de 2 kHz correspondant à un facteur $Q > 10^7$.

Nous avons mesuré la fréquence de l'oscillateur moléculaire. La cavité était soigneusement découplée du système de détection et accordée, en variant sa température, sur la fréquence pour laquelle l'amplitude d'oscillation était maximum. La mesure est reproductible avec une précision de $\pm 1 \cdot 10^{-9}$ et nous estimons l'exactitude de notre détermination absolue de fréquence à $\pm 2 \cdot 10^{-9}$. La valeur que nous indiquons est mesurée par rapport au temps universel TU_2 , de l'Observatoire de Neuchâtel, septembre 1956, dont les corrections ne seront connues que d'ici quelques mois et pourront être de l'ordre de $\pm 5 \cdot 10^{-9}$. La fréquence ainsi déterminée est

$$f = 23\,870\,129,42 \text{ kHz} \pm 0,05 \text{ kHz} \pm 0,12 \text{ kHz}$$

Les marges d'erreurs se rapportent aux erreurs de mesure et à l'incertitude de la fréquence de référence respectivement. Cette valeur est en désaccord avec la mesure par SHIMODA³⁾ qui indique $f = 23\,870\,130,97 \text{ kHz} \pm 0,1 \text{ kHz}^*) \pm 1 \text{ kHz}^{**})$.

Nous remercions le professeur ROSSEL pour l'intérêt qu'il a manifesté et MM. P. KARTASCHOFF et J. DE PRINS qui ont contribué à la réalisation de l'appareillage. Ce travail a partiellement bénéficié d'une aide financière du Fonds National Suisse de la Recherche Scientifique.

Bibliographie.

- 1) J. BONANOMI et J. HERRMANN, *Helv. Phys. Acta* **29**, 224 (1956).
- 2) GORDON, ZEIGER et C. H. TOWNES, *Phys. Rev.* **99**, 1264 (1955); K. SHIMODA, T. C. WANG et C. H. TOWNES, *Phys. Rev.* **102**, 1308 (1956).
- 3) K. SHIMODA, *J. Phys. Soc. Japan*, **8**, 567 (1954).

Zur Berechnung des Spannungsabfalles von Kaskadengeneratoren

von E. BALDINGER (Basel).

Der Spannungsabfall eines Kaskadengenerators¹⁾ lässt sich im wesentlichen auf drei Ursachen zurückführen, nämlich auf das Umladen der Kondensatoren²⁾, auf den Einfluss der Widerstände des Transformators und der Ventile in Leitrichtung³⁾ und schliesslich auf die unerwünschten Wechselströme, die infolge der Streukapazitäten fließen^{4) 5)}. Wir wollen uns hier mit den beiden ersten Ursachen beschäftigen. Unter der Annahme, dass beim Aufladen der Schubsäule bzw. der Glättungssäule, alle beteiligten Ventile

*) Reproductibilité. **) Erreur absolue maximale.

jeweils gleichzeitig schalten, kann die Theorie des Kaskadengleichrichters auf diejenige des Einweggleichrichters reduziert werden³⁾, wobei jeder Stufe der Kaskade ein äquivalenter Einweggleichrichter zuzuordnen ist. Die Summe der Spannungsabfälle dieser äquivalenten Einweggleichrichter liefert dann den Spannungsabfall des Kaskadengenerators bei Belastung.

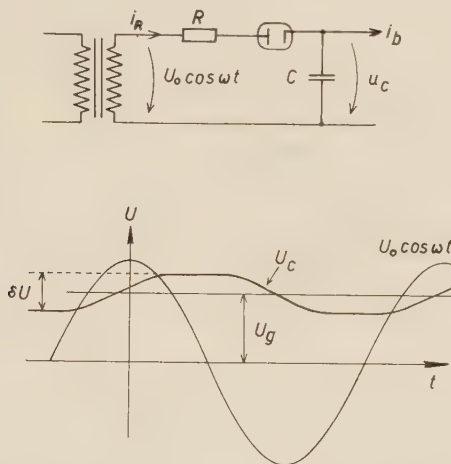


Fig. 1.

Einweggleichrichter. Für das Ventil wird eine ideal geknickte Kennlinie angenommen. Kennlinien der Form $i = k u^n$ für $u > 0$ und $i = 0$ für $u < 0$, lassen sich nach dem Verfahren von SCHADE⁶⁾ in guter Näherung auf das obige Problem reduzieren.

Fig. 1 zeigt einen Einweggleichrichter. Während des Aufladens des Kondensators C gilt die folgende Gleichung:

$$U_0 \cos \omega t = U_g - \frac{\delta U}{2} + \int_{t_1}^t \frac{(i_R - i_b)}{C} dt + i_R \cdot R. \quad (1)$$

Dabei bedeutet U_g den Mittelwert zwischen der höchsten und der tiefsten Spannung des Kondensators. Die Gleichspannung \bar{u}_c , also der zeitliche Mittelwert von u_c weicht in der Regel nur wenig von dem soeben definierten Wert U_g ab, und wir dürfen deshalb in guter Näherung $\bar{u}_c = U_g$ setzen. Über den Belastungsstrom i_b sind von Fall zu Fall verschiedene Annahmen notwendig. Wird z. B. ein Ohmscher Widerstand an den Ausgang in Fig. 1 angeschlossen, so variiert i_b entsprechend dem zeitlichen Verlauf von u_c (vollständig behandelt bei SCHADE⁶⁾). In vielen Fällen ist zwischen Gleichrichter-

ausgang und Verbraucher ein Tiefpassfilter geschaltet, so dass i_b zeitlich konstant bleibt (näherungsweise behandelt durch MIRCHELL³), KAMMERLOHER⁷) u. a.). Im Zusammenhang mit Kaskadengeneratoren ist eine weitere Belastungsart von Interesse, nämlich der Fall, dass i_b aus kurzen Stromimpulsen besteht. Während der Ladezeit des Kondensators soll i_b verschwinden, und die in diesem Zeitintervall zugeführte Ladung werde in der nachfolgenden

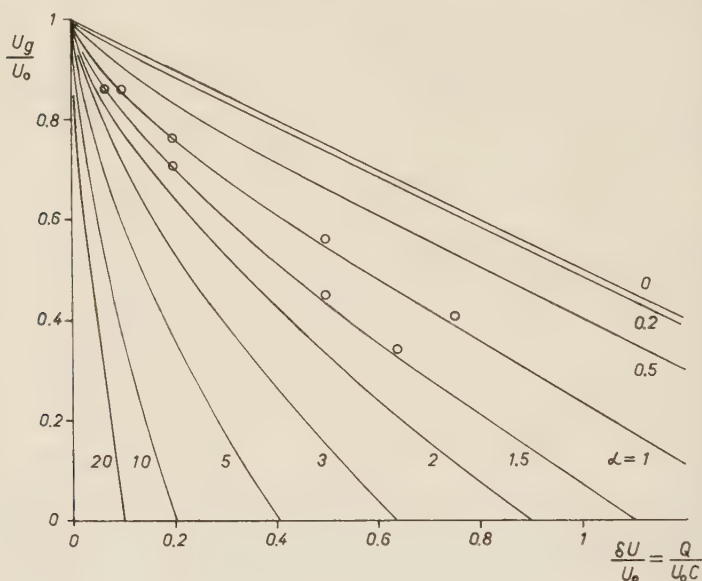


Fig. 2.

Spannungsabfall des Einweggleichrichters nach Fig. 1 bei impulsförmiger Belastung. Die Kurven wurden exakt berechnet. Zum Vergleich sind für die Parameter $\alpha = 1$ und 1.5 einige Punkte eingetragen, welche nach der Näherungsformel (2) bestimmt sind. Das Gebiet der grössten Abweichung der Näherungsformel liegt in der Gegend von $\alpha \approx 1$. $\alpha = \omega RC$.

Sperrzeit des Ventils als kurzzeitiger Stromstoss der Ladung Q nach aussen abgeführt. Keiner der erwähnten Fälle trifft exakt auf den Kaskadengenerator zu, doch kommt die dritte Annahme den tatsächlichen Verhältnissen am nächsten. Fig. 2 zeigt den Spannungsabfall eines Einweggleichrichters für eine solche impulsförmige Belastung.

Zur Diskussion einer Reihe von Fragen, insbesondere beim Kaskadengenerator, besteht ein Bedürfnis nach einer Näherungsformel, welche das in Fig. 2 dargestellte, numerisch berechnete Kennlinienfeld genügend genau beschreibt. Es ist gelungen, die folgende halb-

empirische Formel zu finden, deren Genauigkeit für alle praktischen Rechnungen ausreichen dürfte:

$$\Delta u = U_0 - U_g = \frac{\delta U}{2} \sqrt[3]{1 + \frac{2,25 \alpha^2 U_0}{\delta U}}. \quad (2)$$

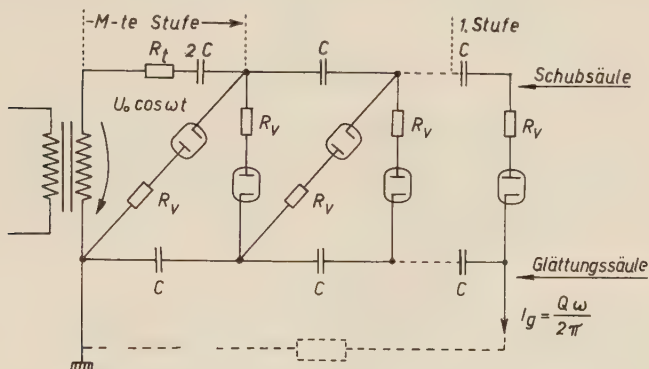


Fig. 3.

Kaskadengenerator. R_t : auf die Sekundärseite reduzierter Widerstand des Transformators. R_v : äquivalenter Widerstand des Ventils in Leitrichtung. M : totale Stufenzahl. m bedeute die laufende Nummer der betrachteten Stufe, wobei die Ausgangsstufe mit 1 und die unterste Stufe mit M bezeichnet sei.

Für die in Fig. 3 dargestellte Kaskade ergibt die Reduktion auf die äquivalenten Einweggleichrichter die folgenden Ersatzgrößen:

a) Schubsäule:

$$\begin{aligned} \delta u_e &= \frac{Q}{c} \left(M^2 - \frac{M}{2} - m^2 + m \right) \\ \alpha_e &= \frac{\omega (M R_t + R_v) C}{\left(M^2 - \frac{M}{2} - m^2 + m \right)} \end{aligned} \quad (3)$$

und daraus nach Formel 2 der Spannungsabfall zu:

$$\Delta u_1 = \sum_{m=1}^M \frac{\delta U_e}{2} \sqrt[3]{1 + \frac{2,25 \alpha_e^2 U_0}{\delta U_e}}$$

b) Glättungssäule:

$$\begin{aligned} \delta U_e &= \frac{Q}{C} \left[M^2 + \frac{M}{2} - m^2 + m \right] \\ \alpha_e &= \frac{\omega (M R_t + R_v) C}{\left(M^2 + \frac{M}{2} - m^2 + m \right)} \end{aligned} \quad (4)$$

$$\Delta u_2 = \sum_{m=1}^M \frac{\delta U_e}{2} \sqrt[3]{1 + \frac{2,25 \alpha_e^2 U_0}{\delta U_e}}$$

Damit bestimmt sich der Spannungsabfall Δu der Kaskade näherungsweise zu

$$\Delta u = \Delta u_1 + \Delta u_2 \quad (5)$$

Werden ferner die infolge der Streukapazitäten fließenden Wechselströme berücksichtigt, so wird die Ausgangsspannung U_g der Kaskade gegeben durch:

$$U_g \cong (2 M U_0 - \Delta u) F \quad (6)$$

wobei F den in der Arbeit von EVERHART und LORRAIN⁵⁾ definierten und berechneten Faktor darstellt. F bedeutet das Verhältnis der idealen Leerlaufspannung $2 M U_0$ zur wirklichen Leerlaufspannung, die infolge der Streukapazitäten in der Regel merklich niedriger ist.

Literatur.

- ¹⁾ H. GREINACHER, Z. Physik, **4**, 195 (1921).
- ²⁾ A. BOUWERS und A. KUNTKE, Z. f. techn. Physik, **18**, 209 (1937).
- ³⁾ R. G. MITCHELL, Wireless Engineer **22**, 474 (1945); **20**, 414 (1943).
- ⁴⁾ H. MEHLHORN, Wiss. Veröff. Siemens-Werke **21**, 141 (1943).
- ⁵⁾ E. EVERHART and P. LORRAIN, Rev. Sci. Instr. **24**, 221 (1953).
- ⁶⁾ O. H. SCHADE, Proc. I. R. E. **31**, 341 (1943).
- ⁷⁾ J. KAMMERLOHER, Hochfrequenztechnik III, C. F. Wintersche Verlagshandlung, Leipzig, 1949.

Ionisationskammern als zeitbestimmende Elemente in elektronischen Verzögerungsrelais

von H. L. v. GUGELBERG (Bad Ragaz)

Elektronische Verzögerungsrelais haben eine beträchtliche technische Bedeutung erlangt. Sie benutzen meist RC-Glieder als Verzögerungselemente; beim Erreichen des kritischen Ladezustandes des Kondensators wird in einer Elektronenröhre ein Steuerstrom ausgelöst.

Bei RC-Gliedern wurde nun der Widerstand durch Ionisationskammern ersetzt. Als Strahlungsquelle kann ein geeigneter α -Strahler dienen; wir verwendeten 10–20 μg Radium und erzielten damit einen Ionisationsstrom von max. $10^{-20} \cdot 10^{-9}$ A. Mit einer Blende konnte ein Teil der Strahlung abgeschirmt und so der Ionisationsstrom stetig geregelt werden. Als Anzeige-Element diente eine Kaltkathodentriode, welche einen Steuerstrom von 10^{-10} A benötigt. Sie zündet, wenn am Kondensator eine Spannung von 130 V erreicht wird und betätigt ihrerseits ein elektromechanisches Relais. Fig. 1 zeigt die vollständige Schaltung.

Zur Sicherstellung genügender Isolation, selbst bei ungünstigen klimatischen Verhältnissen, wurden Verzögerungskondensatoren mit Polystyrol-Dielektrikum eingebaut und die kritischen Oberflächen mit einem wasserabstossenden Silikonpräparat behandelt.

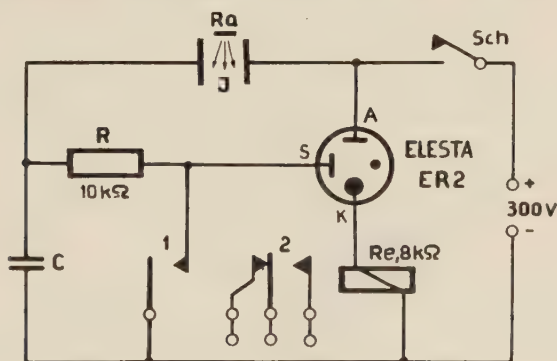


Fig. 1.

Verzögerungsschaltung.

Da die Ionisationskammer die stetige Regelung sehr kleiner Ströme gestattet, erreicht man mit relativ kleinen Kondensatoren leicht Aufladezeiten von mehreren Stunden, während man bei

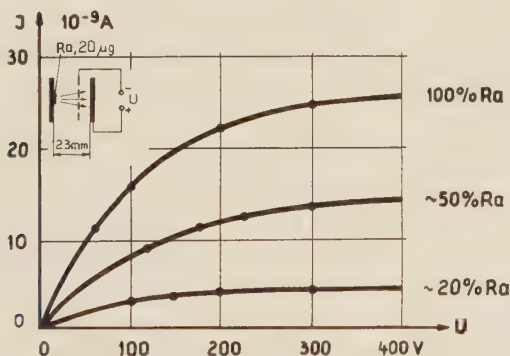


Fig. 2.

Strom-Spannungscharakteristiken einer Ionisationskammer mit strahlungsdurchlässiger Gitterelektrode.

regelbaren Widerständen, die nicht genügend hochohmig herstellbar sind, praktisch auf einige Minuten beschränkt ist.

Auch zeigt die Ionisationskammer bei geeigneter Formgebung schon bei Spannungen ab 150 Volt eine deutliche Sättigungscharakteristik (vgl. Fig. 2). Damit wird die Verzögerungszeit von Netz-

schwankungen wenig abhängig, sodass sich besondere Stabilisierungsvorrichtungen meist erübrigen. Während eine Betriebsspannungsschwankung von 10 % bekanntlich bei RC-Gliedern einen Einfluss von etwa 15 % auf die Halbwertszeit der Kondensatorladung ausübt, kann dieser Einfluss durch Ersatz des Widerstandes durch eine Ionisationskammer leicht auf 2–3 % reduziert werden.

Neben der Sättigungscharakteristik ist eine möglichst geringe Abhängigkeit des Kammerstromes von der Luftdichte wichtig, denn diese wird durch Druck- und Temperaturschwankungen beeinflusst. Bei kleinen Kammerdimensionen, wenn ein wesentlicher

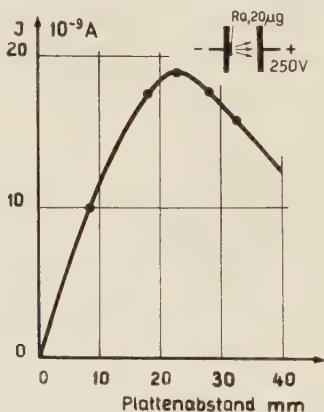


Fig. 3.

Ionisationsstrom als Funktion des Elektrodenabstandes für planparallele Platten.

Teil der Strahlungsenergie an den Wänden vernichtet wird, steigen die Zahl der gebildeten Ionen und der Kammerstrom mit steigender Luftdichte, während weniger Strahlungsenergie an der Wand verlorengeht. Auf der anderen Seite sinkt der Strom mit steigender Luftdichte, sobald die Kammerdimensionen so gross sind, dass die Strahlungsenergie ganz durch Zusammenstösse im Gasraum verbraucht wird, denn dann bewirkt steigende Luftdichte steigende Rekombinationsverluste. Fig. 3 zeigt den Kammerstrom für den Fall planparalleler Elektroden für eine Kammer-spannung von 250 V als Funktion des Plattenabstandes. Erwartungsgemäss weist die Kurve ein Maximum auf, in dessen Umgebung sich die beiden Effekte kompensieren, sodass hier ein Gebiet geringer Druck- und Temperaturabhängigkeit auftritt.

Bei planparallelen Plattenelektroden liegt das Kompensationsgebiet allerdings bei einem Abstand, der für die Praxis etwas hohe Sättigungsspannungen verlangt. Man kann aber z. B. durch Einbau

strahlungsdurchlässiger Gitterelektroden die Feldstärke für eine gegebene Spannung erhöhen und früher Sättigung erreichen, ohne den Kompensationseffekt zu verlieren.

Ionisationskammern gestatten daher, bei elektronischen Verzögerungsrelais leicht regelbare Verzögerungszeiten bis zu einigen Stunden zu erreichen und den Einfluss von Schwankungen der Betriebsspannung auf die Verzögerungszeit um etwa einen Faktor 5 zu verkleinern. Druck- und Temperatureinflüsse können durch geeignete Dimensionierung der Kammer praktisch eliminiert werden.

Ein dekadisches Impulzzählsystem mit Umlaufspeicherung in einer Verzögerungsleitung

von D. MAEDER (ETH, Zürich).

Kernphysikalische Experimente erfordern häufig die gleichzeitige Durchführung von Impulzzählungen in einer Reihe von „Kanälen“, die z. B. Amplituden- oder Zeitsortierungen oder auch verschiedenen

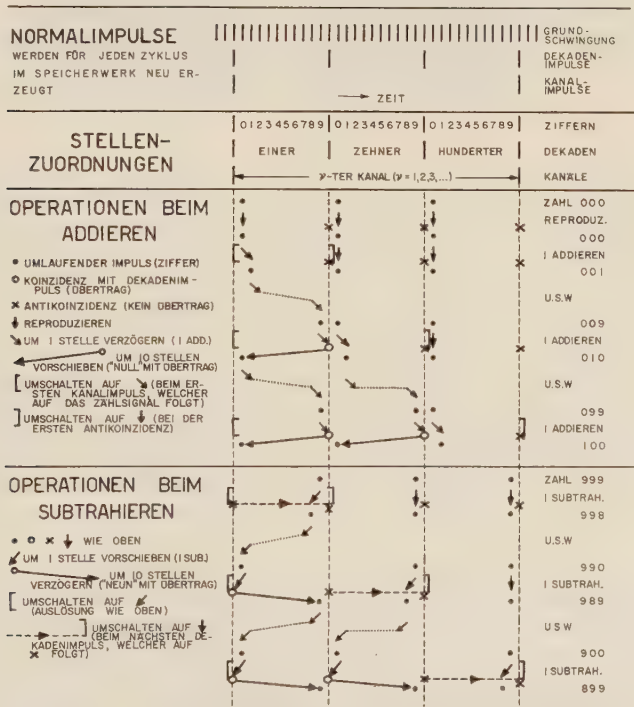


Fig. 1.

Impulscod-Speicherung von Dezimalzahlen und Operationen beim Zählen.

Detektoren und ihren Koinzidenzkombinationen entsprechen. Dabei ist es üblich, die Ergebnisse in mechanischen Zählwerken zu speichern, denen elektronische Untersetzer vorangehen. In den letzten Jahren hat die Entwicklung spezieller Röhrentypen den Bau derartiger Vielfachzählgeräte von besonders geringem Aufwand ermöglicht¹⁾.

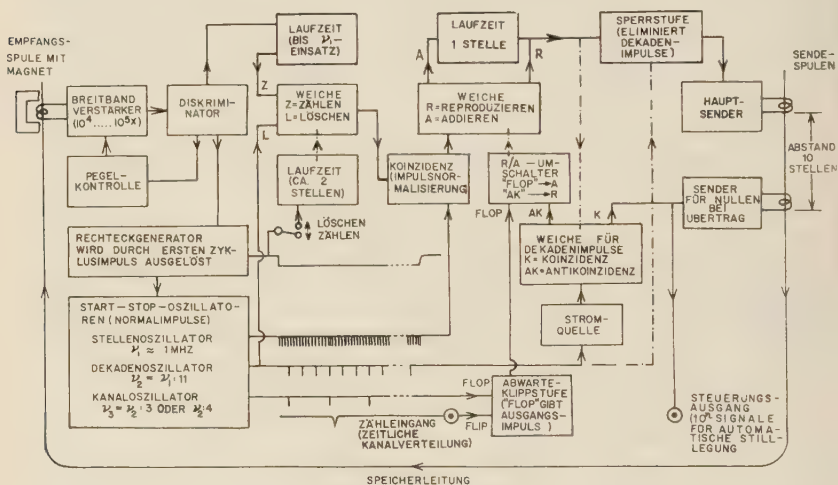


Fig. 2.

Blockschema eines dekadischen Impulsspeicher- und -zählwerks. Die zeitliche Versetzung von Impulsen um je eine Stelle (10^{-6} sec vor- bzw. rückwärts) erfolgt mittels Laufzeitketten⁴⁾, diejenige um 10 Stellen mittels einer zweiten Sendespule an der Nickelleitung. Die als Speicherraum zur Verfügung stehende Zeit eines Umlaufes wird durch einen Kanaloszillator in Abschnitte von z. B. 3 oder 4 Dekaden unterteilt. Das ganze Speicherwerk besitzt zunächst einen einzigen Zähl Eingang, welcher ankommende Addierimpulse nach ihrem zeitlichen Eintreffen in die verschiedenen Kanäle verteilt. Ein zwischen dem $(n-1)$. und n -ten Kanalimpuls eintreffender Addierimpuls bringt eine Kippschaltung („Flip-flop“) in eine Stellung, aus welcher sie bei Beginn des n -ten Kanals zurückkippt und dabei das Addierwerk betätigt. Dieses fällt in die Ruhestellung („Reproduzieren“) zurück, sobald der erste keine 9 darstellende Zahlenimpuls aus der Speicherleitung erscheint („Antikoinzidenz“). Der Einfachheit halber haben wir in Fig. 2 nur das Blockschema für das Addieren von Impulsen dargestellt.

Bei Erhöhung der Kanalzahl gelangt man aber bald an eine Grenze, oberhalb welcher die Anwendung dynamischer Speichersysteme rationeller wird. Bei diesen wird die Information aus sämtlichen Kanälen zeitlich gestaffelt in einer einzigen Zähl-schaltung verarbeitet und in Form einer in einem geeigneten Medium ständig umlaufenden Impulsfolge gespeichert. Als billigstes Laufzeitmedium hat sich Nickeldraht bewährt, in welchem sich elastische Wellen,

durch Magnetostraktion in einer „Sendespule“ erzeugt, mit einer Geschwindigkeit von $5 \text{ mm}/\mu\text{sec}$ fortpflanzen und am anderen Ende in einer vormagnetisierten „Empfangsspule“ Induktionsstösse erzeugen*).

Bei den bisher bekannt gewordenen Geräten dieser Art^{2) 3)} erfolgt sowohl die Speicherung als auch das Zählen im Zweiersystem, was

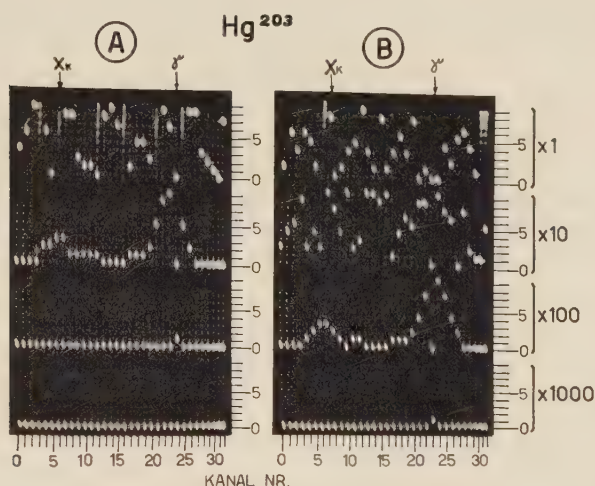


Fig. 3**).

Impulscode-Darstellungen des Amplitudenspektrums von Szintillationsimpulsen aus einem mit Hg^{203} bestrahlten NaJ-Kristall. Automatische Ablesung nach A) 10^2 , B) 10^3 Impulsen.

sich für die Ablesung und Auswertung hinderlich auswirkt. Eine Umwandlung in ein Analogsystem lässt sich zwar relativ einfach mit elektronischen Mitteln durchführen³⁾, doch geht dabei naturgemäss die absolute Genauigkeit der Stellensysteme verloren. Im folgenden wird ein Stellensystem entwickelt, welches Dezimalzahlen oszillographisch leicht ablesbar darzustellen gestattet und auch das Zählen direkt im Zehnersystem durchzuführen erlaubt (s. Fig. 1).

*) Die von HUTCHINSON und SCARROTT ursprünglich verwendeten, mit Piezoquarz angeregten Hg-Säulen wurden später durch Ni-Leitungen ersetzt. Herrn Prof. O. R. FRISCH (Cambridge) möchte ich auch an dieser Stelle für die Übermittlung von Konstruktionsangaben bestens danken.

**) Von dem schwach ausgeleuchteten Grundraaster, welches zur Erleichterung der Auswertung die innerhalb jeder Dekade möglichen 10 Stellungen des Lichtflecks andeutet, sind bei der Anfertigung des Clichés für Fig. 3 jeweils die Reihen „8“ und „9“ verlorengegangen.

Diese Operationen werden durch eine elektronische Schaltung nach dem in Fig. 2 dargestellten Blockschema für jede Dekade innerhalb etwa 10^{-5} sec durchgeführt.

Mittels eines Zusatzgerätes zur Umwandlung von Impulshöhe in Zeitdauer lassen sich in bekannter Weise²⁾ auch Amplitudenspektren von Zählerimpulsen in die Kanäle derartiger Umlaufspeicherwerke verteilen. Als Beispiele sind in Fig. 3 einige mit einer provisorischen Apparatur von 70 Röhren und 10 m langer Ni-Leitung erhaltene Oszillographenaufnahmen des von Hg^{203} (γ -Energie 278 keV, Röntgenlinie bei 70 keV) in einem NaI-Kristall erzeugten Szintillationspektrums wiedergegeben. Unterbrechen des Zählvorganges (Ablesebereitschaft, bzw. Auslösung der Filmbelichtung) erfolgte dabei automatisch, sobald erstmals in einem Kanal entweder 10^2 oder 10^3 Impulse angesammelt waren. Ein im Bau befindliches grösseres Gerät soll zusätzlich mit einer Umschaltmöglichkeit für die Subtraktion des Untergrundes bei Differenzmessungen ausgestattet werden.

Literatur.

¹⁾ W. BEUSCH und D. MAEDER, ZAMP **7**, 520 (1956).

²⁾ G. W. HUTCHINSON und G. G. SCARROTT, Phil. Mag. **42**, II, 792 (1951).

³⁾ H. L. SCHULTZ, G. F. PIEPER und L. ROSLER, Rev. Sci. Instr. **27**, 437 (1956).

⁴⁾ D. MAEDER, Helv. Phys. Acta **29**, 265 (1956).

Das Niveauschema des Ta¹⁸¹

von P. Debrunner, E. Heer, W. Kündig und R. Rüetschi.

Physikalisches Institut der Eidgenössischen Technischen Hochschule, Zürich.

(25. VI. 1956.)

Summary: By means of angular correlation methods the decay of Hf¹⁸¹—Ta¹⁸¹ has been studied. Spins and parities of all levels are discussed and compared with the predictions of the unified model. The angular correlation of the main γ - γ -cascade (133 keV—482 keV) has been investigated using cubic crystalline, liquid and gaseous sources. The angular correlation of two other cascades, inseparables in energy by scintillation techniques, are measured making use of the different attenuation in various sources. The magnetic moment of the 482 keV level has been determined, taking into account the attenuation effects in liquids. All experimental data, including Coulomb excitation and the decay of W¹⁸¹ are summarized.

I. Einleitung.

Das experimentelle Beobachtungsmaterial hat sich auf dem Gebiet der Kernphysik in den letzten Jahren so sehr angehäuft, dass eine vollständige Übersicht nur schwer zu gewinnen ist. Selbst wenn man die Erscheinungen bei sehr hohen Energien ausser Betracht lässt, d. h. sich zunächst nur auf den „Kernbau“ beschränkt, liegt heute noch keine Theorie vor, die alle messbaren Grössen auf wenige Grundgesetze zurückzuführen vermöchte. Dass ein solches Unterfangen prinzipiell möglich sei, ist zwar nicht logisch zu begründen, doch ist der Wunsch, ein universelles Grundgesetz zu finden, allezeit eine starke Triebfeder wissenschaftlichen Schaffens gewesen.

Die dauernd wachsende Fülle des Beobachtungsmaterials kann andererseits ohne gewisse ordnende Prinzipien überhaupt nicht mehr verarbeitet werden. Aus diesem Grunde ist die Bildung von *Kernmodellen*, welche in den letzten Jahren zunehmende Bedeutung erlangt hat, fast eine Notwendigkeit geworden. Vor allem das *Schalenmodell* und dessen Erweiterung, das „*unified model*“, trugen wesentlich zur erfolgreichen Sichtung des Tatsachenmaterials bei. Wenn auch Modellvorstellungen, ihrer Natur gemäss, keine endgültige Erkenntnis der Wirklichkeit zu vermitteln imstande sind, ist doch zu hoffen, dass sie einer tieferen Einsicht Bahn brechen werden.

Die Kernmodelle haben insbesondere während der vergangenen Jahre das Interesse an der *Kernspektroskopie* neu angefacht. Es hat sich dabei vor allem gezeigt, dass nur exakte und vollständige Untersuchungen brauchbar sind. Es gibt auch heute noch nur sehr wenige Atomkerne, von denen alle interessierenden Daten bekannt wären.

Als solche kommen für das gegenwärtige Begriffssystem der Physik folgende direkt oder indirekt messbaren Grössen in Betracht:

- a) Energien sämtlicher Zustände eines Kerns.
- b) Übergangswahrscheinlichkeiten für alle Zerfallsarten.
- c) Spin und Parität sämtlicher Niveaus.
- d) Weitere (modellabhängige) Quantenzahlen (Ω , K , $N \dots$).
- e) Elektrische und magnetische Momente.
- f) Wirkungsquerschnitte für Kernreaktionen (Energie- und Winkelabhängigkeit).

Die *Messmethoden*, welche zur Ermittlung der oben genannten Grössen führen, wurden in den letzten Jahren ausserordentlich verfeinert. Dies ist vor allem der Entwicklung der Kurzzeit-Elektronik und der Szintillationszähler zu verdanken. Dennoch beträgt die erreichbare Messgenauigkeit für alle kernphysikalischen Untersuchungen nur ca. 1%, mit Ausnahme von Kernresonanzexperimenten und gewissen Spektrometermessungen. Gewöhnlich reicht diese Präzision aus, weil auch die theoretischen Werte nicht genauer vorhergesagt werden können.

Zur Aufstellung eines vollständigen *Niveauschemas* sollten womöglich *alle* verfügbaren Methoden herangezogen werden, d. h. β - und γ -Spektroskopie, Koinzidenzmessungen, Kernreaktionen und HFS-Messungen. Leider ist dies bei vielen Kernen prinzipiell unmöglich, sei es, dass ihre Lebensdauer zu kurz ist, oder dass gewisse Niveaus auf einfache Weise nicht angeregt werden können. Es wird jedenfalls noch vieler Anstrengungen bedürfen, alle wünschenswerten Grössen sämtlicher Isotope zu ermitteln. Sogar in günstigen Fällen sind die Schwierigkeiten recht gross. Dies erhellt aus der Tatsache, dass alle Zerfalls- und Niveauschemata dauernd ergänzt und geändert werden müssen.

Die vorliegende Arbeit befasst sich vorwiegend mit *Richtungskorrelationsmessungen*. Diese Untersuchungsmethode hat sich schon in vielen Fällen als wertvoll erwiesen (z. B. bei Cd^{111} , Ni^{60} , Pb^{204} , Hg^{197}). Wie hier gezeigt werden soll, ist sie besonders geeignet, in Verbindung mit Konversionsmessungen Spins und Multipolordnungen festzulegen. Ausserdem ermöglicht die Richtungskorrelation (abgek. R.K.) sukzessiver γ -Strahlen in günstigen Fällen die Bestimmung von Kernmomenten angeregter Zustände.

Die hier beschriebenen Untersuchungen wurden an *Tantalum 181* durchgeführt, einem Kern, der in verschiedener Hinsicht interessant ist. Erstens gehört er mit $Z = 73$ und $N = 108$ zu den Kernen, die in bezug auf Protonen wie Neutronen weitab von den magischen Zahlen liegen und — nach den Vorstellungen des Bohr-Mottelsonschen Modelles — daher eine starke Deformation aufweisen. Zweitens ist Ta^{181} eines der wenigen Isotope, bei welchen das magnetische Moment eines angeregten Zustandes mit leicht realisierbaren Magnetfeldstärken gemessen werden kann. Und drittens sind an diesem Isotop schon viele Messungen verschiedenster Art durchgeführt worden, so dass man hoffen kann, ein vollständiges Bild über das Niveauschema dieses Isotopes zu gewinnen.

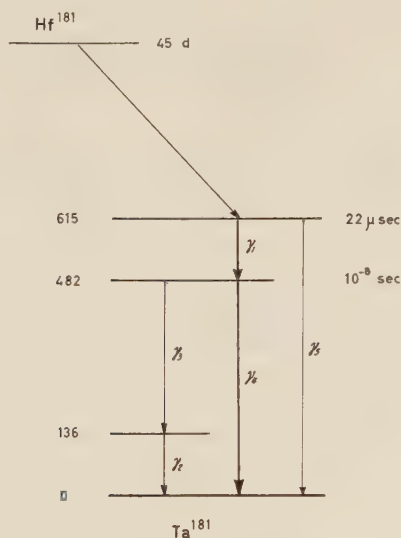


Fig. 1.

Den R.-K.-Messungen zugrunde gelegtes Zerfallsschema des $\text{Hf}^{181} - \text{Ta}^{181}$.

Das Ziel dieser Arbeit ist es daher, unter Benützung aller verfügbaren Daten ein Niveauschema des Ta^{181} aufzustellen, und auf seine Widerspruchsfreiheit im Rahmen der oben erwähnten Kernmodelle zu prüfen. Ein Teil der hierzu benützten Messungen wurde bereits früher publiziert^{1) 2) 3)}.

Alle unsere Untersuchungen basieren auf dem Zerfallsschema des Hf^{181} gemäss Fig. 1, wie es bei Beginn unserer Arbeiten bekannt war. Das nach den heutigen Kenntnissen vervollständigte Niveauschema des Ta^{181} findet sich im Abschnitt III. 7.

II. Richtungskorrelationsexperimente.

II.1. Theoretischer Überblick.

Die Richtungskorrelation sukzessiver Kernstrahlungen ist in den letzten Jahren zu einem wichtigen Werkzeug der Kernspektroskopie geworden. Dies ist vor allem dem Umstand zu verdanken, dass *unabhängig von Kernmodellen* Aussagen über Spin und Parität von Kernniveaus gemacht werden können. Experimentell am einfachsten ist die $\gamma\text{-}\gamma$ -Richtungskorrelation zu messen. Sie gibt aber nur dann auch über die Parität Auskunft, wenn gleichzeitig die Polarisierung gemessen wird.

Beta-Gamma-Korrelationen hängen sowohl von der β -Energie als auch von dem speziellen Kopplungsansatz ab. Leider geben aber alle erlaubten und etliche verbotenen Übergänge eine isotrope Winkelverteilung. Dadurch wird der Anwendungsbereich von $\beta\text{-}\gamma$ -Korrelationen stark eingeschränkt.

Alpha-Gamma-Korrelationen sagen dasselbe aus wie die $\gamma\text{-}\gamma$ -Korrelationen, bieten aber erhebliche experimentelle Schwierigkeiten infolge von Streuung und Absorption der α -Teilchen.

Bei der *Konversionselektronenkorrelation* ($e^-\text{-}\gamma$, $\gamma\text{-}e^-$ und $e^-\text{-}e^-$), welche im Gegensatz zu der $\alpha\text{-}\gamma$ -Korrelation im ganzen Bereich des periodischen Systems von Bedeutung ist, hat man mit ähnlichen experimentellen Schwierigkeiten zu kämpfen. Die Theorie ist vorerst nur für *K-Konversionselektronen* explizite ausgearbeitet (BIEDENHARN und ROSE⁵). Unter den experimentellen Arbeiten ist vor allem diejenige von GIMMI, HEER und SCHERRER⁶) zu erwähnen, in welcher insbesondere auch Messungen an Hf^{181} — Ta^{181} beschrieben sind.

Im folgenden beschränken wir uns auf die $\gamma\text{-}\gamma$ -Richtungskorrelation. Die Theorie ist seit 1940, als die erste Arbeit von HAMILTON⁷) erschien, von vielen Autoren ausgearbeitet worden, so dass heute explizite Formeln und Tabellen für alle experimentell wichtigen Fälle vorliegen. Besondere Ausgestaltung erfuhr die Theorie der *Beeinflussung der Richtungskorrelation* durch äussere elektrische und magnetische Felder. Grundlegende Darstellungen darüber findet man u. a. bei ABRAGAM und POUND⁸), ALDER⁹) und ALDER et al.¹⁰). Als umfassende Darstellung des Gesamtgebietes der Richtungskorrelation erwähnen wir den Artikel von FRAUENFELDER in Kai Siegbahns „Beta and Gamma Spectroscopy“¹¹).

Die Ergebnisse der Theorie — soweit sie für unsere Untersuchungen benötigt werden — seien hier kurz zusammengefasst:

A. Ungestörte Winkelkorrelation.

Emittiert ein Atomkern zwei γ -Quanten in Kaskade, ohne dass im Zwischenzustand eine Wechselwirkung des Kernes mit seiner Umgebung stattfindet, so gilt für die relative Wahrscheinlichkeit $W(\Theta)$, dass die Ausstrahlungsrichtungen den Winkel Θ miteinander bilden:

$$W(\Theta) = \Sigma A_k \cdot P_k(\cos \Theta) \quad k = 0, 2, 4 \dots \quad (1)$$

$P_k(\cos \Theta)$ sind Legendresche Kugelfunktionen. Die Koeffizienten A_k hängen ab von den Spins der drei beteiligten Kernniveaus I_1, I, I_2 und von den Multipolordnungen der beiden γ -Übergänge L_1, L'_1, L_2, L'_2 . Dabei ist angenommen, dass in beiden Übergängen Mischungen von 2^L - und $2^{L'}$ -pol-Strahlung vorliegen, mit den Intensitätsverhältnissen:

$$\delta^2 = \frac{\text{Int. der } 2^{L'}\text{-pol-Strahlung}}{\text{Int. der } 2^L\text{-pol-Strahlung}} \quad L' = L + 1 \quad (2)$$

Die Koeffizienten A_k sind für alle praktisch auftretenden Fälle tabelliert bei BIEDENHARN und ROSE⁵⁾ oder bei FERENTZ und ROSENZWEIG¹²⁾. Die Summe in (1) ist zu erstrecken bis zu

$$k_{\max} = \text{Min } (2I, 2L_1, 2L_2). \quad (3)$$

B. Beeinflusste Winkelkorrelation.

Wenn ein Atomkern nach der Emission des ersten γ -Quants vermöge seiner elektrischen oder magnetischen Momente mit der Umgebung in Wechselwirkung tritt, ändern sich seine magnetischen Quantenzahlen bevor das zweite γ -Quant emittiert wird. In der Sprache der klassischen Physik ausgedrückt, führt der Kerndrehimpuls eine Präzessionsbewegung aus. Dadurch wird die Anisotropie der Winkelverteilung mehr oder weniger zerstört. Es ist bequem, die Versuchsbedingungen durch folgende Größen zu charakterisieren:

- a) Die Larmorzeit τ_L (bzw. Larmorfrequenz ω_L).
- b) Die Lebensdauer des Zwischenzustandes τ_K .
- c) Das Koinzidenzauflösungsvermögen der Apparatur τ_R .
- d) Die Verzögerung zwischen der Registrierung des ersten und des zweiten Quants: τ_D .

Wir lassen im folgenden Verzögerungsexperimente ausser Betracht (d. h. $\tau_D = 0$). Man sieht leicht ein, dass eine *beeinflusste* Winkelverteilung nur beobachtet wird, wenn weder die Lebensdauer τ_K des Kernes noch die apparative Auflösungszeit τ_R sehr viel kürzer sind

als die Larmorzeiten. Diese sind im allgemeinen grösser als 10^{-9} sec. Wir setzen weiter noch voraus, dass stets die sogenannte *integrale Korrelation* gemessen werde: $\tau_R \gg \tau_K$. Je nach der Art der Wechselwirkung treten folgende praktisch wichtigen Fälle auf:

a) *Zeitlich stationäre Wechselwirkung in einer Quelle ohne ausgezeichnete Richtung* (polykristalline Quellen). Die Winkelverteilung ist dann gegeben durch

$$W(\Theta) = \sum A_k \cdot G_k \cdot P_k(\cos \Theta) \quad k = 0, 2, 4, \dots \quad (4)$$

Die Koeffizienten A_k sind dieselben wie in (1). Die Schwächungsfaktoren G_k hängen vom Spin und der Lebensdauer des *mittleren Kernniveaus* und von Art und Grösse der Wechselwirkung des Kerns mit der Umgebung ab. Die Berechnung der Schwächungsfaktoren ist diskutiert bei ABRAGAM und POUND⁸⁾ sowie bei ALDER et al.¹⁰⁾.

b) *Zeitlich stationäre Wechselwirkung in einer Quelle mit ausgezeichneter Achse* (Einkristall-Quellen; Polykristalline Quellen mit zusätzlichem Magnetfeld). Bei dieser Versuchsanordnung ist die Berechnung der Korrelationsfunktion wesentlich komplizierter. Es treten allgemeine Kugelfunktionen und komplexe Schwächungsfaktoren auf. Spezialfälle sind von verschiedenen Autoren diskutiert worden⁸⁾⁹⁾¹⁰⁾¹³⁾. Bei unseren Untersuchungen an Hf^{181} — Ta^{181} wurden keine solchen Quellen verwendet. Man hat aber auch bei gewöhnlichen polykristallinen Quellen damit zu rechnen, dass sich gegen die Absicht des Experimentators Einkristalle bilden. Die Verwendung der einfachen Form (3) führt dann zu Fehlinterpretationen.

c) *Instationäre Wechselwirkung* (flüssige Quellen). Infolge der Brownschen Bewegung ändern sich die elektrischen Felder in Flüssigkeiten sehr rasch. Die *Korrelationszeit* τ_C , welche angibt, in welcher Zeit sich diese Änderungen abspielen, ist für wässrige Lösungen von der Grössenordnung 10^{-11} sec, d. h. wesentlich kürzer als die üblichen Larmorzeiten. Es geht daher nur ein Mittelwert der elektrischen Quadrupolwechselwirkung in die Theorie ein. Nach ABRAGAM und POUND⁸⁾ erhält man bei flüssigen Quellen für die Winkelverteilung wiederum den Ausdruck

$$W(\Theta) = \sum A_k \cdot G_k \cdot P_k(\cos \Theta)$$

wie für Quellen ohne ausgezeichnete Richtung allgemein erwartet

werden muss. Die Schwächungsfaktoren G_k lauten für die oben gemachten Voraussetzungen ($\tau_R \gg \tau_K$; $\tau_L \gg \tau_C$; $\tau_D = 0$):

$$G_k = (1 + \lambda_k \cdot \tau_K)^{-1} \quad k = 0, 2, 4, \quad (5)$$

mit

$$\lambda_k = 3/80 \cdot \left(\frac{e \cdot Q}{\hbar} \right)^2 \left\langle \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)^2 \right\rangle \cdot \tau_C \frac{k(k+1)[4I(I+1) - k(k+1) - 1]}{I^2(2I-1)^2} \quad (6)$$

Q ist das Quadrupolmoment des Kernes im mittleren Zustand der $\gamma\gamma$ -Kaskade, $\langle (\partial^2 V / \partial z^2)^2 \rangle$ der quadratische Mittelwert des el. Feldgradienten am Kern-Ort. Bei Anwesenheit zusätzlicher Magnetfelder sind die Verhältnisse etwas komplizierter. Wir werden darauf im Abschnitt II.4. näher eintreten. Aus (5) und (6) erkennt man, dass bei Korrelationszeiten τ_c , die viel kleiner sind als die Kern-Relaxationszeit

$$\tau_L = \left[\frac{e^2 Q^2}{\hbar^2} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)^2 \right]^{-1},$$

die Schwächungsfaktoren gegen eins streben. In der Tat beobachtet man in dünnflüssigen Quellen eine praktisch ungestörte Winkelverteilung.

II.2. Apparatur und Messmethoden.

Wir verwendeten bei unseren Untersuchungen eine konventionelle Richtungskorrelations-Apparatur, deren Blockscheema in Fig. 2 dargestellt ist. Als Detektoren dienten 1" \times 1" NaI(Tl)-Kristalle

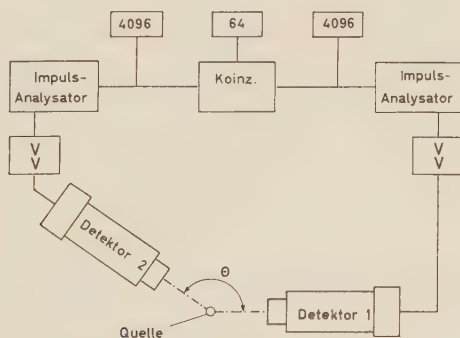


Fig. 2.

Blockscheema der R.-K.-Apparatur.

welche direkt auf die Frontkathoden von Dumont Photomultipliern 6292 gekittet waren. Bei den meisten Experimenten wurden vor den Kristallen Absorber montiert (Pb, Ta, Sn, Cu), um die relative Intensität der γ -Linien hoher Energie zu vergrößern. Der bewegliche

Detektor samt Kathodenfolgestufe konnte automatisch in die gewünschte Winkelposition gebracht werden. Die verwendeten Impulsverstärker lieferten lineare Ausgangsimpulse bis zu Amplituden von 140 Volt. Die Anstiegszeit der Impulse betrug $0,2 \mu \text{ sec}$. Die negativen Ausgangssignale der Einkanal-Impulsanalysatoren konnten sowohl durch Verzögerungskabel als auch mittelst einer Multivibratorschaltung um 0 bis $2 \mu \text{ sec}$ verzögert werden.

Die Registrierung der Einzelimpulse wie auch der Koinzidenzimpulse erfolgte automatisch auf 120 Zählwerken, welche mit beliebig wählbaren Zeitintervallen nacheinander in Betrieb gesetzt werden konnten. Der Abstand der Detektoren (Frontflächen) von der Quelle betrug — wenn nichts anderes vermerkt ist — stets 3,5 cm. Dies entspricht einem relativen Raumwinkel von 2,5%. Infolge dieser endlichen Winkelauflösung sind die in einer bestimmten Stellung gemessenen Koinzidenzen $K(\theta)$ nicht proportional zu der gesuchten Winkelverteilung $W(\theta)$. Die anzubringenden Korrekturen wurden schon von vielen Autoren diskutiert¹⁴⁾¹⁵⁾¹⁶⁾¹⁷⁾.

Für axialsymmetrische Detektoren lassen sich einfache Formeln angeben, falls die in Kaskade emittierten Quanten eine Winkelkorrelation der Form (1) besitzen. Die Rechnung zeigt, dass unter diesen Voraussetzungen die *gemessene* Winkelverteilung $W^{\text{unkorr}}(\theta)$ durch eine Summe Legendrescher Polynome dargestellt werden kann, deren Koeffizienten auf einfache Weise mit den Koeffizienten der wirklichen Winkelverteilung $W^{\text{korrr}}(\theta)$ zusammenhängen:

$$W^{\text{unkorr}}(\theta) = \sum A_k^{\text{unkorr}}(\theta) \cdot P_k(\cos \theta) \quad (7)$$

$$W^{\text{korrr}}(\theta) = \sum A_k^{\text{korrr}}(\theta) \cdot P_k(\cos \theta)$$

$$\text{mit } A_k^{\text{unkorr}} = A_k^{\text{korrr}} \cdot S_k^{\text{I}} \cdot S_k^{\text{II}} \quad (8)$$

$$\text{und } S_k^{\text{I}} = \frac{\int \varepsilon^{\text{I}}(\alpha) \cdot P_k(\cos \alpha) \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha}{\int \varepsilon^{\text{I}}(\alpha) \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha} \quad (9)$$

$\varepsilon^{\text{I}}(\alpha)$ bedeutet die Ansprechwahrscheinlichkeit des Zählers I für ein γ -Quant, das mit der Zählerachse den Winkel α einschliesst. Der Ausdruck für S_k^{II} ist analog zu bilden. Die Funktion $\varepsilon(\alpha)$ kann aus den Wirkungsquerschnitten für Compton- und Photoeffekt in NaI mit guter Näherung berechnet werden, wenn die geometrischen Abmessungen der Szintillatoren gegeben sind. Sollen die Einflüsse von Kristall- und Multipliereinhomogenitäten und von Streuung berücksichtigt werden, ist es vorteilhafter, $\varepsilon(\alpha)$ empirisch zu bestimmen. Wir haben mit Hilfe eines Bleikanals von 6 cm Länge und 1 mm Durchmesser die Kurven $\varepsilon(\alpha)$ für jeden Detektor und für jede be-

nützte Energiediskriminierung gemessen. Der endlichen Strahlbreite wurde durch eine besondere Korrektur Rechnung getragen. Die benötigten Korrekturfaktoren S_k^I und S_k^{II} ergaben sich für den Detektorabstand 3,5 cm zu:

Energie	S_2^I	S_4^I	S_2^{II}	S_4^{II}
136 keV . . .	—	—	0,93	0,78
345 keV . . .	0,94 ₅	0,81 ₅	—	—
482 keV . . .	0,95	0,83	—	—

Eine weitere Korrektur wird notwendig, wenn die Abmessungen der Quelle vergleichbar werden mit dem Detektorabstand. In unseren Experimenten wurden ausschliesslich Quellen verwendet, welche nur senkrecht zur Detektorebene merkliche Ausdehnung besaßen (röhrchenförmige Quellen). Ist der Öffnungswinkel γ , welchen die Quelle vom Detektor aus gesehen aufspannt, klein gilt nach FEINGOLD und FRANKEL¹⁷):

$$\begin{aligned} A_2^{\text{unkorr}} &= A_2^{\text{korrr}} \cdot (1 - 1/2 \cdot \gamma^2 + 1/4 \cdot \gamma^4 + \dots) = A_2^{\text{korrr}} \cdot S_2^Q \\ A_4^{\text{unkorr}} &= A_4^{\text{korrr}} \cdot (1 - 5/3 \cdot \gamma^2 + 55/24 \cdot \gamma^4 + \dots) = A_4^{\text{korrr}} \cdot S_4^Q. \end{aligned} \quad (10)$$

Dabei ist für die ursprüngliche Winkelverteilung wiederum die Form (1) vorausgesetzt. Für eine Quellenausdehnung von 8 mm und den Detektorabstand 3,5 cm erhält man:

$$\underline{S_0^Q = 1} \quad \underline{S_2^Q = 0,990} \quad \underline{S_4^Q = 0,967.}$$

Die Quellenkorrekturen sind also nur unbedeutend.

Die auf einem Kreuzschlitten montierten Quellen wurden zur *Zentrierung* stets solange verschoben, bis die Einzelstosszahlen bei allen Stellungen des beweglichen Detektors weniger als 1% voneinander abwichen. Um die Koeffizienten einer Winkelverteilung zu bestimmen, welche nur $P_2(\cos \Theta)$ und $P_4(\cos \Theta)$ -Terme enthält (was praktisch immer der Fall ist), genügt die Messung der Koinzidenzen unter *drei Winkeln*. Wir wählten bei unseren Experimenten die vier Winkel $\Theta = 90^\circ, 135^\circ, 180^\circ, 225^\circ$ und bildeten den Mittelwert der Koinzidenzstosszahlen bei den äquivalenten Positionen $\Theta = 135^\circ$ und $\Theta = 225^\circ$. Durch dieses Verfahren werden diejenigen Fehler in erster Näherung herausgemittelt, welche infolge systematischer Abweichung der Einstellwinkel von ihrem Sollwert auftreten (bei ungenügend bekanntem Absolutwert von Θ). Die Winkeleinstellung erfolgte automatisch und war innerhalb $0,25^\circ$ reproduzierbar.

Um Richtungskorrelationsexperimente sinnvoll durchführen zu können, muss das Zerfallsschema des untersuchten Kernes bekannt sein. Wir legten unseren Untersuchungen an Ta^{181} das Zerfallsschema der Fig. 1 zugrunde. Ein weiteres Erfordernis ist stets die Kenntnis der *unbeeinflussten* Winkelkorrelation. Andernfalls können keine schlüssigen Aussagen über Spins und Multipolordnungen gemacht werden. Das 482-keV-Niveau des Ta^{181} (Fig. 1) besitzt eine Halbwertszeit von $1,06 \cdot 10^{-8}$ sec, so dass die beiden Kaskaden ($\gamma_1 \gamma_4$) und ($\gamma_1 \gamma_3$) beeinflusste Winkelkorrelation zeigen können, um so mehr als das Quadrupolmoment des Ta^{181} ausnehmend gross ist. Aus den theoretischen Erörterungen des Abschnittes II.1. ergeben sich ohne weiteres folgende prinzipiellen Möglichkeiten, die ungestörte Korrelationsfunktion zu ermitteln:

a) Man misst mit sehr kurzer Auflösungszeit verzögerte Koinzidenzen und extrapoliert auf Delay null.

b) Man versucht, Quellen herzustellen, bei denen die aktiven Atomkerne an Stellen sitzen, wo kein Magnetfeld und kein elektrischer Feldgradient vorhanden ist. (D. h. man macht τ_L gross.)

c) Man verwendet eine Quelle, welche wohl eine Störung aufweist. versucht aber, diese zu berechnen und ihre Grösse zu messen.

Für uns kam aus apparativen Gründen die erste Methode nicht in Betracht. McGOWAN hat schon früher mit verzögerten Koinzidenzen Richtungskorrelationsmessungen an Ta^{181} durchgeführt¹⁸⁾. In den folgenden Abschnitten werden wir Experimente beschreiben, welche auf den Methoden b) und c) basieren.

II.3. Die 133 keV — 482 keV-Kaskade.

Diese $\gamma\gamma$ -Kaskade zeichnet sich dadurch von den übrigen aus, dass sie bei geeigneter Energiediskriminierung *rein* gemessen werden kann. Es genügt, den Impulsanalysator des einen Kanals auf die Photo-Linie von 482 keV einzustellen, um von den andern Kaskaden herrührende Koinzidenzen auszuschalten. (Vollständige Absorption der β -Strahlung sei immer vorausgesetzt.) Ausserdem werden auf diese Weise keine Koinzidenzen infolge von Streuung registriert. Wie im Abschnitt III gezeigt werden soll, reicht die exakte Kenntnis der ($\gamma_1\gamma_4$)-Kaskade *allein* weitgehend aus, um die Spizuordnung aller beim Hf-Zerfall angeregten Niveaus angeben zu können.

A. Messungen an polykristallinen Quellen.

Wir versuchten zunächst, ungestörte Quellen in fester Form zu finden. Dies erfordert die Herstellung einer diamagnetischen Verbindung, bei welcher das Hafnium-Atom an einem Gitterplatz mit

verschwindendem Feldgradienten sitzt (kubische Symmetrie). Das vierwertige Hf ist chemisch dem Zirkon sehr ähnlich. Die Verbindungen dieses seltenen Elementes sind noch wenig bekannt. Nach der Fachliteratur sollten folgende Verbindungen kubische Struktur besitzen: HfO_2 , $(\text{NH}_4)_3\text{HfF}_7$, Rb_2HfCl_6 .

1. *Hafniumoxyd* (HfO_2). Nach PASSERINI¹⁹) soll HfO_2 Kalziumfluorid-Struktur aufweisen (siehe Fig. 3a). Andere Autoren²⁰⁾²¹) schreiben ihm monokline Struktur zu. Wir haben auf drei verschiedene Arten HfO_2 -Quellen hergestellt und die Richtungskorrelation der $(\gamma_1\text{--}\gamma_4)$ -Kaskade gemessen. Die Resultate sind in Tabelle I zusammengestellt. (Präparate 210, 211, 212.)

2. *Ammonium-Hafnium-Fluorid* $((\text{NH}_4)_3\text{HfF}_7)$. Auch die Struktur dieses Salzes ist noch nicht völlig geklärt. Nach HAMPSON und PAULING²²) sollten die Hf-Atome kugelsymmetrisch von 7 Fluor-Atomen umgeben sein (siehe Fig. 3b), so dass auch hier der Feldgradient am Ort des Kerns verschwinden müsste. Die Herstellung

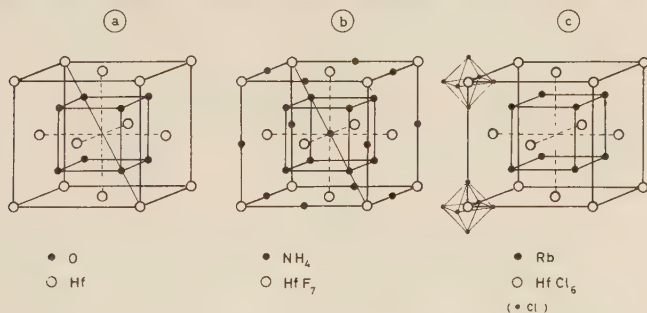


Fig. 3.

Struktur von drei kubischen Hafniumverbindungen: a) HfO_2 nach PASSERINI¹⁹); b) $(\text{NH}_4)_3\text{HfF}_7$ nach HAMPSON²²). Das Hf-Atom ist kugelsymmetrisch von 7 Fluor-Atomen umgeben; c) Rb_2HfCl_6 nach ENGEL²³).

der nur im (NH_4F) -Überschuss beständigen Verbindung erfolgte durch Lösen des Oxydes in Flussäure und nachfolgendem Ausfällen mit Ammoniak. Um den Luftzutritt zu verhindern, wurden die Quellen in Glaskapillaren eingeschmolzen. Die Resultate der mit diesen Quellen durchgeführten Messungen sind ebenfalls in Tabelle I zusammengefasst. (Präparat 213 und 214.)

3. *Rubidium-Hafnium-Chlorid* (Rb_2HfCl_6). Die analoge Verbindung Rb_2ZrCl_6 wurde von ENGEL²³) untersucht. Sie soll die in Fig. 3c angegebene Struktur besitzen. Die Darstellung des Rb_2HfCl_6 erfolgte in vier Schritten:

- Lösen des Oxydes in Hf und Ausfällen des Hydroxydes.
- Waschen des Niederschlages und Lösen in HCl .

- c) Zugabe von in Salzsäure gelöstem RbCl .
 d) Ausfällen des Rubidium-Hafnium-Chlorides durch Einleiten von HCl -Gas.

Die oktaedrischen Kristalle sind nur in HCl -konz. haltbar. Es war daher notwendig, auch hier die Aktivität in Glaskapillaren einzuschmelzen. Diese besaßen eine Wandstärke von weniger als $\frac{1}{10}$ mm und einen Innendurchmesser von 0,5–1 mm. Debye-Scherrer-Aufnahmen mit Cu-K -Strahlung liessen deutlich auf ein kubisch flächenzentriertes Gitter des Rb_2HfCl_6 schliessen, mit einer Gitterkonstanten von

$$d = 10,15 \pm 0,03 \text{ \AA.}$$

Die mit verschiedenen Quellen dieses Typus durchgeführten Messungen ergaben die aus Tabelle I ersichtlichen Werte. (Präparat 204,208,209.)

Vergleichsweise ist in Tabelle I eine Messung mit flüssiger Quelle angeführt. Man erkennt daraus, dass *alle* kristallinen Quellen zu kleine Werte von A_2 und A_4 ergeben.

Tabelle I.

Messresultate an kubisch kristallinen Quellen.

Quelle	Ver- bindung	Herstellungsart	A_2	A_4
210	HfO_2	Durch Glühen von $\text{Hf}(\text{OH})_4$	$-0,056 \pm 0,002$	$-0,010 \pm 0,005$
211		In der Pile bestrahltes HfO_2	$-0,059 \pm 0,002$	$-0,009 \pm 0,005$
212		Durch Glühen von HfOCl .	$-0,059 \pm 0,002$	$-0,004 \pm 0,005$
213	$(\text{NH}_4)_3\text{HfF}_7$	In HF gelöstes Oxyd . .	$-0,146 \pm 0,003$	$-0,029 \pm 0,006$
214		mit NH_4 ausgefällt . . .	$-0,141 \pm 0,003$	$-0,034 \pm 0,006$
204	Rb_2HfCl_6	Beschreibung im Text . .	$-0,254 \pm 0,002$	$-0,060 \pm 0,005$
208			$-0,237 \pm 0,003$	$-0,051 \pm 0,009$
209			$-0,251 \pm 0,002$	$-0,059 \pm 0,005$
220	HfF_4	gelöst in HF , flüssig . . . (zum Vergleich)	$-0,279 \pm 0,006$	$-0,071 \pm 0,007$

Eine plausible Erklärung ist diese: Beim β -Zerfall des Hf^{181} in den 22 μsec -Zustand des Ta^{181} erleidet der Kern einen Rückstoss von 2 bis 4 eV. Dieser genügt offenbar nicht, um das Atom an einen andern Gitterplatz zu bringen. Dagegen besitzt das Ta -Ion einen vom Hf verschiedenen Ionenradius und die Wertigkeit 5, so dass eine Störstelle im Kristallgitter entsteht. An solchen herrschen natürlich starke elektrische Felder, welche mit dem Kernquadrupolmoment in Wechselwirkung treten und die beobachtete Störung der

R. K. verursachen. Die ausnehmend grosse Beeinflussung beim HfO_2 spricht zugunsten einer *monoklinen* Struktur dieser Verbindung gemäss ²⁰⁾ und ²¹⁾.

Diese Messungen bestätigen vollauf den schon bei Cd^{111} gefundenen Tatbestand, dass es ausserordentlich schwierig ist, ungestörte kristalline Quellen herzustellen ³⁴⁾.

B. Messungen an gasförmigen Quellen.

Eine weitere Möglichkeit, Quellen mit verschwindender Störung herzustellen, bieten gasförmige Substanzen. Der radioaktive Kern muss sich natürlich wiederum an einem Punkte des Gasmoleküls befinden, der die notwendigen Symmetrieeigenschaften aufweist. Das Gasmolekül darf auch nicht paramagnetisch sein. Unter den Hafniumverbindungen, die im allgemeinen sehr hohe Schmelz- und Siedepunkte besitzen, kommen für ein solches Experiment fast nur Halogenverbindungen in Betracht. Wir wählten HfCl_4 .

Die Herstellung der gasförmigen HfCl_4 -Quelle erfolgte in drei Etappen. (Siehe Fig. 4.) Das Rb_2HfCl_6 wird zusammen mit etwas

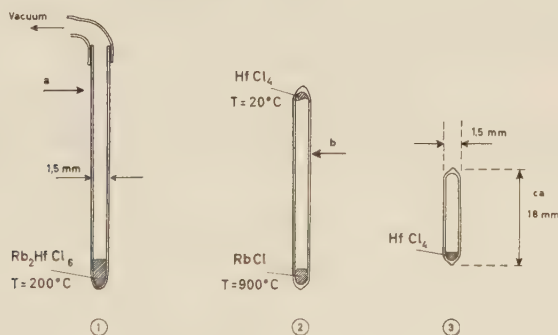


Fig. 4.

Herstellung der gasförmigen Quelle.

1. Einfüllen des Rb_2HfCl_6 in ein Quarzröhrchen; erhitzen, auspumpen und abschmelzen bei a).
2. Spalten des Rb_2HfCl_6 in RbCl und HfCl_4 . Abschmelzen bei b).
3. Fertige Quelle.

HfCl_4 in ein Quarzröhrchen von 1,5 mm Innendurchmesser und ca. 10 cm Länge eingefüllt. Nach Erhitzen auf 200°C und Evakuierung wird das Röhrchen bei a abgeschmolzen. Die Salzsäure und allfälliges Kristallwasser sind nach diesem Prozess entfernt. Beim nachfolgenden Erhitzen auf $800\text{--}1000^\circ\text{C}$ zersetzt sich das Rb_2HfCl_6 in Rubidiumchlorid und das bei dieser Temperatur flüchtige HfCl_4 .

Letzteres schlägt sich am kalten Ende des Röhrehens nieder und kann durch Abschmelzen bei b isoliert werden.

Während der Messung wurde die Quelle elektrisch geheizt. Fig. 5 zeigt die Montage des Quarzröhrehens in der Heizspirale. Als Strahlungsschutz dienten dünne Al- und Glimmerfolien.

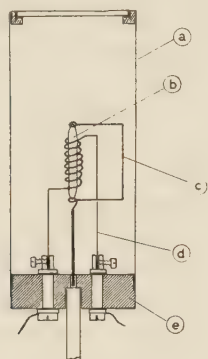


Fig. 5.

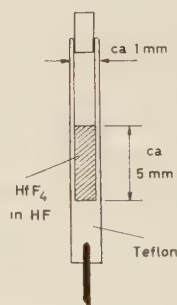


Fig. 6.

Fig. 5. Ofen und Halterung für die gasförmige Quelle: a) Dünner Zylinder aus Glimmer und Al; b) Quarzröhrehen mit HfCl_4 ; c) Drahtbügel zur Befestigung der Quelle; d) Heizspirale aus Kanthal-Draht; e) Keramik-Sockel.

Fig. 6. Teflon-Röhrehen mit HfF_4 gelöst in HF.

Die Resultate dieser Messungen sind in der Tabelle II eingetragen. Oberhalb der Sublimationstemperatur des HfCl_4 war die Anisotropie der Winkelkorrelation nicht mehr von der Temperatur abhängig.

Tabelle II.

	Quelle	A_2	A_4
HfCl_4 bei $T = 800^\circ \text{C}$, gasförmig	216	$-0,234 \pm 0,004$	$-0,054 \pm 0,009$
	221	$-0,225 \pm 0,004$	$-0,055 \pm 0,009$
	222	$-0,210 \pm 0,004$	$-0,050 \pm 0,013$
HfF_4 gelöst in HF, flüssig, zum Vergleich.	220	$-0,279 \pm 0,006$	$-0,071 \pm 0,007$

Wie der Vergleich mit den Ergebnissen an einer flüssigen Quelle zeigt, weisen auch die gasförmigen Quellen eine erhebliche Beeinflussung der Richtungskorrelation auf. Eine mögliche Erklärung ist die folgende: Beim Zerfall des Hf^{181} entsteht aus HfCl_4 ein *asymmetrisch gebautes*, ionisiertes TaCl_4 . Da der β -Zerfall ausserdem in ein $22\text{-}\mu\text{sec}$ -Niveau führt, könnte sich das TaCl_4 vor der Emission der $(\gamma_1\gamma_4)$ -Kaskade mit andern Molekülen verassoziiieren. Die Zusam-

menstösse der Gasmoleküle können für die Schwächungserscheinungen nicht verantwortlich gemacht werden. Jedes Molekül erleidet zwar pro Sekunde bei den vorhandenen Temperatur- und Druckverhältnissen mehr als 10^{10} Zusammenstösse. Die Dauer eines Stosses beträgt aber nur ca. 10^{-13} sec. Man weiss auch aus Kerninduktionsexperimenten, dass die Spin-Relaxationszeiten in Gasen ungefähr bei einer Hundertstelsekunde liegen.

Unsere Messungen haben jedenfalls gezeigt, dass auch gasförmige Quellen nicht geeignet sind, um die ungestörte Richtungskorrelation zu bestimmen.

C. Flüssige Quellen.

Wie schon im Abschnitt II. 1. B. bemerkt wurde, erwartet man bei der instationären elektrischen Quadrupolwechselwirkung in dünnflüssigen Quellen nur geringfügige Schwächungserscheinungen. Es ist aber nicht statthaft, die mit flüssigen Quellen gemessene Richtungskorrelation schlechthin als ungestört anzusehen. Vielmehr sollte bei jedem solchen Experiment der Nachweis erbracht werden, dass die Schwächung vernachlässigbar ist. Dies geschieht vorteilhaft mit Hilfe von Delay-Experimenten. Wo eine dazu geeignete Apparatur nicht verfügbar ist, kann durch Variation anderer Parameter auf die ungestörte Korrelation geschlossen werden (Zähigkeit bei flüssigen Quellen, zusätzliche Magnetfelder, usw.).

Wir beschreiben im Folgenden eine Methode, welche beim Hf¹⁸¹ zum Erfolg führte. Sie ist anwendbar, wenn beide Koeffizienten A_2 und A_4 verschieden von null sind.

Nach den Gleichungen (5) und (6) erhält man für die (in bezug auf Raumwinkel und Quellenausdehnung korrigierten) Koeffizienten der Winkelverteilung:

$$A_k \cdot G_k = \frac{A_k(I_1, L_1, I, I_2, L_2, \delta_1, \delta_2)}{1 + \lambda \cdot k(k+1) \left[\frac{4 I(I+1) - k(k+1) - 1}{I^2(2I-1)^2} \right]} \quad (11)$$

mit $\lambda = 3/80 \left(\frac{e \cdot Q}{\hbar} \right)^2 \left\langle \left(\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \right)^2 \right\rangle \cdot \tau_C \cdot \tau_K$.

Für eine bestimmte Wahl der Spins und der Mischungsverhältnisse δ_1, δ_2 beider Übergänge lassen sich A_2 und A_4 berechnen. Aus jeder der beiden experimentellen Grössen ($A_2 G_2$) und ($A_4 G_4$) ergibt sich dann nach Gleichung (11) ein λ . Können diese beiden λ -Werte durch Variation von δ_1 und δ_2 innerhalb der experimentellen Genauigkeit zur Übereinstimmung gebracht werden, so liegt eine mög-

liche Spinzuordnung vor. Die Heranziehung anderer Daten (Konversion, Lebensdauer) erlaubt meistens zusätzliche Einschränkungen. Insbesondere genügt es im Falle des Ta^{181} — wie wir in der Diskussion des Niveauschemas zeigen werden —, zwischen wenigen Zuordnungen entscheiden zu können. Das beschriebene Verfahren arbeitet umso genauer, je grösser A_2 und A_4 sind.

Die *Herstellung der Quellen* geschah in folgender Weise: Die als HfO_2 vorliegende Aktivität wird in Flussäure gelöst und mehrere Male zur Trockene eingedampft. Einen Tropfen der Lösung pipettiert man in ein Teflon-Röhrchen und dichtet dieses mit einem gegen IIF beständigen Lack ab (Fig. 6). Auf diese Weise gegen Verdunstung geschützt, zeigen die Quellen auch nach mehr als sechs Wochen keine Abnahme der Anisotropie.

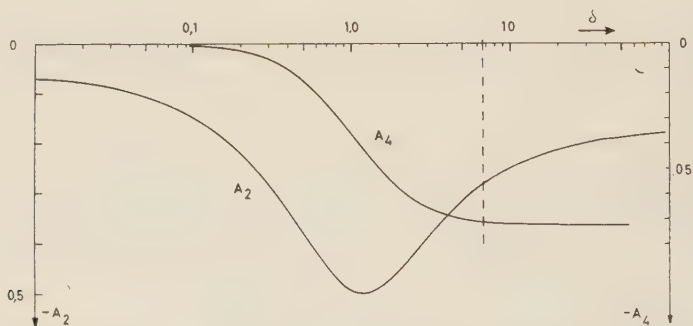


Fig. 7.

Die theoretischen Koeffizienten A_2 und A_4 für eine γ - γ -Kaskade $1/2 - E_2 - 5/2 - E_2 + M_1 - 7/2$ in Funktion des Mischungsverhältnisses im zweiten Übergang.

$$\delta^2 = \left(\frac{\text{Int. der Quadrupolstrahlung}}{\text{Int. der Dipolstrahlung}} \right).$$

Die *Resultate* der an drei Präparaten durchgeführten Messungen sind in der Tabelle III zusammengefasst. Die Zahl der total registrierten Koinzidenzen betrug in jedem Fall etwa 10^6 . Die eingetragenen Unsicherheiten schliessen die statistischen sowie die systematischen Fehler ein (Ungenauie Winkeleinstellung, Raumwinkelkorrektur, Quellenkorrektur, Zentrierung).

Tabelle III.

Messresultate an flüssigen Quellen			
	Quelle	$A_2 G_2$	$A_4 G_4$
Hf F_4 gelöst in HF	217	$-0,2812 \pm 0,0060$	$-0,0650 \pm 0,0084$
	218	$-0,2690 \pm 0,0058$	$-0,0716 \pm 0,0080$
	220	$-0,2785 \pm 0,0056$	$-0,0708 \pm 0,0074$

Fig. 7 zeigt den theoretischen Verlauf von A_2 und A_4 in Funktion des Mischungsverhältnisses δ für die Zuordnung: $1/2 - E_2 - 5/2 - M_1 + E_2 - 7/2$, welche nach den Ausführungen im Abschnitt III allein in Frage kommt. Für jede Messung (siehe Tab. III) lässt sich ein δ angeben, bei welchem die Wechselwirkungsparameter λ für den P_2 - wie für den P_4 -Term übereinstimmen:

Quelle	δ	G_2	G_4	λ
217	$5,76 \pm 1,1$	$0,95 \pm 0,08$	$0,92 \pm 0,12$	0,02
218	$7,52 \pm 1,4$	$1,00 \pm 0,05$	$1,00 \pm 0,11$	0,00
220	$6,75 \pm 1,1$	$1,00 \pm 0,05$	$1,00 \pm 0,11$	0,00
Mittel	$6,55 \pm 0,68$	0,98	0,97	

Aus dem Mittelwert für δ erhält man schliesslich:

$$A_2 = -0,281 \pm 0,010 \quad A_4 = -0,071 \pm 0,004$$

und ein Mischungsverhältnis von 2% $M_1 + 98\%$ E_2 für den 482 keV-Übergang. Man erkennt ferner, dass Flussäurequellen tatsächlich praktisch ungestörte Richtungskorrelation aufweisen, was im Einklang steht mit den Delay-Messungen von McGOWAN, wonach $G_2 \geq 0,93$ und $G_4 \geq 0,86$ sein sollten¹⁸⁾.

II.4. Die 133–345 keV- und die 345–136 keV-Kaskaden.

Durch die im vorangegangenen Abschnitt beschriebenen Richtungskorrelationsmessungen sind die Kerndrehimpulse des 482- und des 615-keV-Niveaus festgelegt. ($I_{482 \text{ keV}} = 5/2$, $I_{615 \text{ keV}} = 1/2$). Das bisher nicht berücksichtigte Niveau von 136,2 keV ist durch viele Coulombanregungsexperimente wohl bekannt. (Siehe Abschn. III.) Sein Spin beträgt $I = 9/2$ und die Multipolordnung des Überganges γ_2 (Fig. 1) muss eine Mischung von el. Quadrupol und magnetischer Dipolstrahlung sein, mit einem Mischungsverhältnis: $(0,1 > \delta^2 > 0,4)$. Eine Nachprüfung dieser Daten mit Hilfe der Richtungskorrelation stösst auf grosse experimentelle Schwierigkeiten, weil die beiden Kaskaden $(\gamma_1 \gamma_3)$ und $(\gamma_3 \gamma_2)$ sich in den γ -Energien fast nicht unterscheiden. ($E_{\gamma_1} = 133 \text{ keV}$, $E_{\gamma_2} = 136 \text{ keV}$). Die Szintillationszähler vermögen so kleine Energiedifferenzen nicht aufzulösen, weshalb ohne zusätzliche Vorkehrungen nur die Überlagerung der beiden Winkelverteilungen $W(\gamma_1 \gamma_3)$ und $W(\gamma_3 \gamma_2)$ gemessen werden kann. Derartige Verhältnisse liegen natürlich nicht nur beim Ta^{181} vor. Das Auffinden von Methoden, welche auch in solchen Fällen sinnvolle Messungen gestatten, ist deshalb von allgemeinem Interesse. Wir wollen kurz einige davon erwähnen:

1. Energiemässige Trennung sukzessiver Kaskaden.

Die Konversionselektronen eines der energieebenenachbarten Übergänge werden in einem hochauflösenden Spektrometer registriert und die Dreifachkoinzidenzen (γ, γ, e^-) gemessen. Nachteil: Auch bei hoher Konversion wird die Koinzidenzrate um etwa einen Faktor hundert reduziert, die Messzeit also um denselben Faktor verlängert. Sonst aber ist dies eine sehr allgemeine Methode.

2. Trennung auf Grund verschiedener Lebensdauern.

Führen die energiegleichen γ -Kaskaden über *verschiedene* Kernniveaus, deren Lebensdauern τ_K und τ'_K sich genügend stark unterscheiden, und von denen mindestens eine im Bereich $10^{-9} < \tau_K < 10^{-6}$ sec liegt, ist eine Trennung mittelst verzögerter Koinzidenzen möglich.

3. Trennung durch ungleich geschwächte Quellen.

Dieser Weg ist gangbar, wenn die unter 2. genannten Bedingungen erfüllt sind und der Kern genügend grosse elektrische (oder magnetische) Momente aufweist.

McGOWAN¹⁸⁾ hat die Richtungskorrelation der ($\gamma_1 \gamma_3$) und der ($\gamma_3 \gamma_2$)-Kaskade des Ta¹⁸¹ nach der Methode 2 gemessen, jedoch keine konsistente Interpretation angegeben. Wir haben versucht, die beiden Kaskaden nach der Methode 3 zu separieren. Diese soll im folgenden an Hand des Ta¹⁸¹ erläutert werden. Ein Hinweis auf diese Möglichkeit wurde bereits früher veröffentlicht²⁾.

Wir gehen aus von dem vereinfachten Zerfallsschema der Fig. 1. Das 136-keV-Niveau hat eine Lebensdauer $\tau_k < 10^{-10}$ sec (siehe Abschnitt III.2.), so dass die Kaskade ($\gamma_3 \gamma_2$) sicher ungestört ist. Hingegen wissen wir aus den bereits beschriebenen Messungen, dass die ($\gamma_1 \gamma_4$) und damit auch die ($\gamma_1 \gamma_3$)-Kaskade durch el. Quadrupolwechselwirkungen beeinflusste Richtungskorrelation zeigen. Nach der Theorie müssen die Schwächungsfaktoren G_2 und G_4 für ($\gamma_1 \gamma_4$) und ($\gamma_1 \gamma_3$) dieselben sein.

Zur Bestimmung der gesuchten Winkelverteilungen $W(\gamma_1, \gamma_3)$ und $W(\gamma_3 \gamma_2)$ sind vier unabhängige Messungen erforderlich. Wir benützen dazu zwei gleich starke Quellen mit möglichst verschiedener Schwächung:

Präparat 405 (kristalline Quelle)

Präparat 406 (flüssige Quelle)

und ermitteln mit jeder der beiden die Richtungskorrelation bei zwei verschiedenen Energiediskriminierungen im Zählkanal 1. Fig. 8 zeigt das mit diesem Kanal aufgenommene Szintillations-

spektrum und die gewählten Einstellungen am Impulsanalysator. Der andere Zählkanal wird auf die Photospitzen der 133- und 136-keV-Linien eingestellt. Aus dem Szintillationsspektrum erkennt man, dass bei Einstellung des Zählkanals 1 auf 345 keV auch ($\gamma_1\gamma_4$)-Koinzidenzen gemessen werden. Dieser Beitrag lässt sich aber wegg korrigieren, indem man den massgeblichen Anteil an 482-keV-Comptonelektronen durch Ausplanimetrieren von Eichspektren ermittelt. Wir benützen zu diesem Zweck Na²²(β^+ -Vernichtungsstrahlung), Au¹⁹⁸ (411 keV) und Cr⁵¹ (325 keV), mit dem Resultat:

$$\underline{F_{43}/F_{44} = 0,178 \pm 0,008} \quad (\text{siehe Fig. 8.})$$

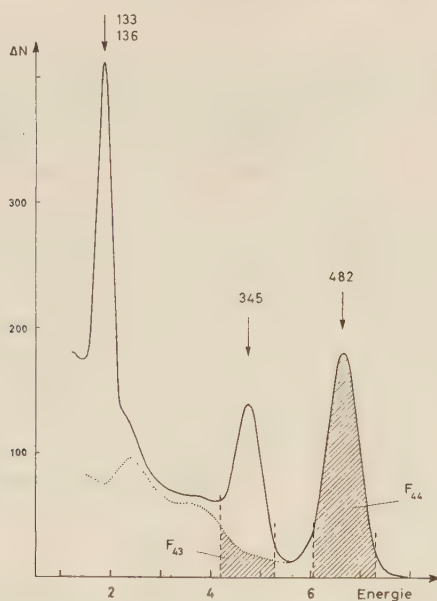


Fig. 8.

Szintillationsspektrum im Zählkanal 1, aufgenommen mit Absorber (0,2 mm Pb + 0,15 mm Ta + 0,3 mm Sn + 0,1 mm Cu). Die 482-keV-Linie allein würde das punktiert eingetragene Spektrum zeigen. Die im Experiment verwendeten Einstellungen des Differentialdiskriminators sind durch gestrichelte Linien angedeutet.

Im folgenden kennzeichnen wir alle Grössen, die sich auf Quelle 405 beziehen, durch einfaches, entsprechende Grössen der Quelle 406 durch zweifaches Überstreichen. Abgesehen von Normierungsfaktoren erhalten wir dann für die beiden Quellen

$$\begin{aligned} \bar{W}(\gamma_1\gamma_3, \gamma_3\gamma_2) &= m \cdot \bar{W}(\gamma_1\gamma_3) + n \cdot W(\gamma_3\gamma_2) \\ &= m(1 + A_2(\gamma_1\gamma_3) \cdot \bar{G}_2 \cdot S_2 \cdot P_2(\cos \Theta) + \dots) + \\ &\quad + n(1 + A_2(\gamma_3\gamma_2) \cdot S_2 \cdot P_2(\cos \Theta) + \dots) \end{aligned} \quad (12a)$$

$$\begin{aligned}\overline{W}(\gamma_1\gamma_3, \gamma_3\gamma_2) &= m \cdot \overline{W}(\gamma_1\gamma_3) + n \cdot W(\gamma_3\gamma_2) \\ &= m \cdot (1 + A_2(\gamma_1\gamma_3) \cdot \overline{G}_2 \cdot S_2 \cdot P_2(\cos \Theta) + \dots) \\ &\quad + n \cdot (1 + A_2(\gamma_3\gamma_2) \cdot S_2 \cdot P_2(\cos \Theta)).\end{aligned}\quad (12b)$$

Dabei ist noch speziell angenommen, dass die Raumwinkelkorrekturen S_k für beide Quellen gleich seien. Man erkennt aus (12), dass die gesuchten Koeffizienten $A_2(\gamma_1\gamma_3)$ usw. *einzelnen* bestimmt werden können, wenn die G -Faktoren und das Intensitätsverhältnis m/n bekannt sind. Eine detaillierte Analyse zeigt, dass m/n in einfacher Weise mit den totalen Konversionskoeffizienten α_1 und α_2 der Übergänge γ_1 bzw. γ_2 zusammenhängt. Es gilt:

$$m/n = (1 + \alpha_2)/(1 + \alpha_1). \quad (13)$$

Will man nicht auf Konversionsmessungen zurückgreifen, so kann m/n aus den mittleren Koinzidenzstosszahlen und aus den Einzelstosszahlen im Kanal 1 gewonnen werden. Dann aber müssen allfällige Fremdaktivitäten berücksichtigt werden. Eine solche war bei unseren Messungen Hf^{175} . Es bildet sich bei der Neutronenbestrahlung von natürlichem Hafnium mit einer dem Hf^{181} vergleichbaren Intensität. Das Zerfallsschema des Hf^{175} - Lu^{175} ist aus Fig. 14 ersichtlich. Nur *eine* γ -Linie von 343 keV braucht in unserem Falle berücksichtigt zu werden, da alle übrigen Linien etwa 100mal schwächer sind. Diese aber fällt im Szintillationsspektrum genau mit der 345-keV-Linie des Hf^{181} — Ta^{181} zusammen. Die Zahl N' der pro sec emittierten Hf^{175} - γ -Quanten von 343 keV lässt sich durch mehrmaliges Ausplanimetrieren des Szintillationsspektrums ermitteln. Man misst zu verschiedenen Zeiten das Verhältnis (siehe Fig. 8):

$$\frac{F_{33} - F_{43}}{F_{44}} = a + b \cdot e^{\mu t}. \quad (14)$$

Die zeitliche Abhängigkeit dieses Ausdruckes ist bekannt. Wir haben die Halbwertszeit des Hf^{175} zu 71 Tagen, diejenige des Hf^{181} zu 46 Tagen angenommen. Aus drei im Verlaufe von 5 Monaten durchgeführten Messungen fanden wir:

$$b/a = \frac{N'_\gamma(\text{Hf}^{175}, 343 \text{ keV})}{N_\gamma(\text{Hf}^{181}, 346 \text{ keV})} = 1,05 \pm 0,10.$$

Die experimentellen Winkelverteilungen wurden — wie im Abschnitt II.3 — durch Messung der Koinzidenzen unter 90° , 135° , 180° , 225° bestimmt. In diesem Fall berechnen sich die *mittleren* Koinzidenz-Stosszahlen $\langle K \rangle$ nach der Formel:

$$\langle K \rangle = \frac{6}{15} \cdot K(90^\circ) + \frac{4}{15} K(135^\circ) + \frac{1}{15} K(180^\circ) + \frac{4}{15} K(225^\circ). \quad (15)$$

Mit ihrer Hilfe kann die Grösse $(1 + n/m)/(1 + b/a)$ gewonnen werden, wie eine explizite Rechnung unschwer zeigt. Wir fanden experimentell:

$$\text{für Quelle 405: } (1 + n/m)/(1 + b/a) = 0,987 \pm 0,005$$

$$\text{für Quelle 406: } (1 + n/m)/(1 + b/a) = 0,987 \pm 0,005$$

und damit

$$n/m = 1,0 \pm 0,1.$$

Aus den experimentell bestimmten totalen Konversionskoeffizienten der Übergänge α_1 und α_2 würde man den Wert $n/m = 0,93 \pm 0,1$ erhalten, was innerhalb der Fehler übereinstimmt.

Die G -Faktoren, welche nach Gleichung (12) zur endgültigen Auswertung benötigt werden, lassen sich durch Messung der $(\gamma_1\gamma_4)$ -Richtungskorrelation in beiden Quellen gewinnen. Die Kenntnis der ungestörten Korrelation ist dabei vorausgesetzt; im Abschnitt II.3. fanden wir für ihre zugehörigen Koeffizienten:

$$A_2(\gamma_1\gamma_4) = -0,281 \quad A_4(\gamma_1\gamma_4) = -0,071.$$

Die Resultate der an Quelle 405 und 406 durchgeführten Messungen sind in der folgenden Tabelle zusammengestellt (ohne Berücksichtigung der Raumwinkelkorrektur). Eingetragen sind die Koeffizienten B_k der Winkelverteilung $W(\gamma_1\gamma_4) = \sum B_k \cdot P_k(\cos \Theta)$ bei Energiediskriminierung auf 482 keV und die Koeffizienten C_k der zusammengesetzten Winkelverteilung $W(\gamma_1\gamma_4; \gamma_1\gamma_3; \gamma_3\gamma_2) = \sum C_k \cdot P_k(\cos \Theta)$ bei Energiediskriminierung auf 345 keV.

Tabelle IV.

Koeffizient	Quelle 405	Quelle 406
B_2	$-0,050 \pm 0,003$	$-0,223 \pm 0,003$
B_4	$-0,012 \pm 0,005$	$-0,043 \pm 0,005$
C_2	$+0,042 \pm 0,003$	$+0,034 \pm 0,003$
C_4	$+0,001 \pm 0,002$	$-0,007 \pm 0,005$

Nach elementarer aber etwas langwieriger Rechnung erhält man daraus unter Benützung der oben beschriebenen Hilfsgrössen die gesuchten Koeffizienten:

$$A_2(\gamma_1\gamma_3) = 0,16 \pm 0,05 \quad A_4(\gamma_1\gamma_3) = 0,00 \pm 0,04$$

$$A_2(\gamma_3\gamma_2) = 0,17 \pm 0,04 \quad A_4(\gamma_3\gamma_2) = 0,01 \pm 0,04.$$

Wie zu erwarten ist, sind die Fehler bei dieser indirekten Art der Richtungskorrelationsmessung gross, besonders im A_4 -Term. Die Grenzen, welche der Zweiquellenmethode gesetzt sind, werden vor

allem bestimmt durch die zeitlichen Schwankungen der Apparatur, welche nur mit speziellen Massnahmen heruntergedrückt werden können (z. B. Stabilisation der Verstärkung).

Die gefundenen Koeffizienten müssen nun mit den theoretisch zu erwartenden Werten verglichen werden. Ausserdem sollten sie im Einklang stehen mit den Daten der Verzögerungsexperimente¹⁸⁾. Wie die nachfolgende Zusammenstellung zeigt, vermag die erwartete Spinzuordnung

$$(\gamma_1\gamma_3): 1/2 - E_2 - 5/2 - E_2 - 9/2$$

$$(\gamma_3\gamma_2): 5/2 - E_2 - 9/2 - E_2 + M_1 - 7/2$$

alle experimentellen Daten befriedigend wiederzugeben, wenn man die wohl etwas zu eng gezogenen Fehlerschranken der Delay-Messungen leicht erweitert.

	$A_2(\gamma_1\gamma_3)$	$A_4(\gamma_1\gamma_3)$	$A_2(\gamma_3\gamma_2)$	$A_4(\gamma_3\gamma_2)$
Delay-Methode . .	$0,110 \pm 0,012$	$-0,029 \pm 0,014$	$0,202 \pm 0,009$	$-0,053 \pm 0,014$
2-Quellen-Methode	$0,16 \pm 0,05$	$0,00 \pm 0,04$	$0,17 \pm 0,04$	$0,01 \pm 0,04$
Theoretische Werte	0,104	-0,0091	siehe Figur 9	

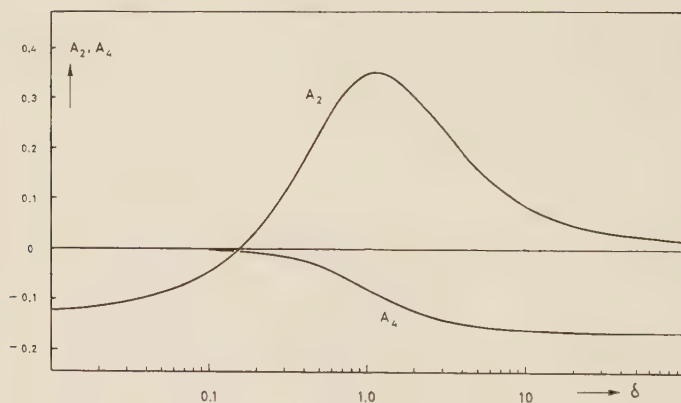


Fig. 9.

Die theoretischen Koeffizienten A_2 und A_4 einer γ - γ -Kaskade $5/2 - E_2 - 9/2 - E_2 + M_1 - 7/2$ in Funktion des Mischungsverhältnisses δ .

Obschon die Messungen mit verzögerten Koinzidenzen genauer sind, machen sie Experimente mit zwei Quellen nicht überflüssig: Es lassen sich nämlich Zerfallsschemata denken, bei welchen die beiden Methoden zu verschiedenen Resultaten führen.

Nehmen wir für den Koeffizienten $A_2(\gamma_3\gamma_2)$ als wahrscheinlichsten Wert $A_2(\gamma_3\gamma_2) = 0,20 \pm 0,01$, so erhält man nach Fig. 9 für das Mischungsverhältnis δ des Übergangs γ_2 :

$$\delta = 0,45 \pm 0,04.$$

(Dies entspricht einer Mischung von $83,5 \pm 2,5\%$ M_1 und $16,5 \pm 2,5\%$ E_2). Die eingehende Diskussion dieser Daten findet sich im Abschnitt III.

II. 5. Das magnetische Moment des 482-keV-Niveaus.

In speziellen Fällen bietet die Richtungskorrelation sukzessiver Gammastrahlen die Möglichkeit, elektrische und magnetische Momente *angeregter* Kernniveaus zu messen. Erstmals wurde ein solches Experiment im Jahre 1951 beim Cd^{111} durchgeführt²⁵⁾. Später wurde auch das elektrische Quadrupolmoment desselben isomeren Zustandes gemessen²⁶⁾. Der Grund, warum seither nur wenige solcher Experimente ausgeführt worden sind, liegt in den stark einschränkenden Bedingungen, welche bei diesen Messungen erfüllt sein müssen:

a) Über das in Frage stehende Kernniveau muss eine gut messbare γ - γ -Kaskade führen. (Keine allzu komplizierten Zerfallsschemata.)

b) Die Lebensdauer des Niveaus muss zwischen 10^{-9} und 10^{-6} Sekunden liegen.

c) Die Richtungskorrelation der γ - γ -Kaskade soll eine gut messbare Anisotropie aufweisen. Da die R. K. von Kernniveaus mit $I = 1/2$, isotrop ist, scheiden diese Kerne aus.

d) Die Muttersubstanz darf keine zu kurze Halbwertszeit besitzen; dies besonders auch darum, weil die Quellenherstellung oft langwierig ist.

Soweit es die Messung des *magnetischen* Momentes betrifft, sind alle notwendigen Bedingungen beim 482-keV-Niveau des Ta^{181} erfüllt ($(\gamma_1\gamma_4)$ -Kaskade).

Um das Prinzip der Messung zu erläutern, nehmen wir zunächst an, es stehe uns eine *ungestörte Quelle* zur Verfügung. Die Winkelverteilung wird daher wiederum von der Form (1) sein. Legt man aber senkrecht zur Ebene der beiden Zähler ein Magnetfeld H an, so präzedieren die magnetischen Kernmomente mit der Larmorfrequenz ω_L um die Achse des Feldes. Wenn die Larmorzeit τ_L von der gleichen Größenordnung wie die Lebensdauer τ_K des mittleren Kernniveaus ist, misst man eine „gedrehte“ Winkelverteilung. Aus dieser kann bei bekanntem Magnetfeld auf das gyromagnetische Verhältnis des mittleren Niveaus geschlossen werden.

Sind in der verwendeten Quelle zusätzliche Störungen vorhanden (z. B. durch Quadrupolwechselwirkung), so werden die Verhältnisse im allgemeinen Fall recht kompliziert. Prinzipiell lassen sich die Momente nur dann bestimmen, wenn Art und Grösse der Störung bekannt sind. Experimente zur Messung des magnetischen Momentes in *kristallinen* Quellen wurden schon früher eingehend diskutiert¹³⁾. Für die Ableitung der im folgenden verwendeten Formeln verweisen wir auf die Originalarbeiten^{5) 8) 9) 10)}.

Wir verwenden für unsere Messungen *flüssige* Quellen. Die elektrische Quadrupolwechselwirkung, welche in diesen eine Schwächung hervorruft, ist bereits im vorangehenden Abschnitt beschrieben worden. Es zeigte sich, dass flüssige Quellen, insbesondere HfF_4 gelöst in HF, infolge der kleinen Korrelationszeit τ_C nur eine geringe Störung aufweisen.

Für die Winkelverteilung *mit Magnetfeld* müssen wir von einer zeitabhängigen Korrelationsfunktion ausgehen. Bei senkrecht zur Zählerebene stehendem Magnetfeld gilt nach ABRAGAM und POUND⁸⁾:

$$W(\Theta, t) = \sum A_k \cdot G_k(t) \cdot P_k(\cos \Theta - \omega_L t) \quad (16)$$

mit $G_k = \exp. (-\lambda_k \cdot t)$. Die Bedeutung von λ_k ist dieselbe wie in Gleichung (6). Die obige Formel ist nur richtig, wenn einer der beiden Zähler für *eine* γ -Strahlung der Kaskade selektiv empfindlich ist. Bei der $(\gamma_1\gamma_4)$ -Kaskade des Ta^{181} ist dies leicht zu realisieren, weil die Energien genügend weit auseinanderliegen.

Setzen wir noch voraus, dass keine höheren Terme als $P_4(\cos \Theta)$ auftreten und dass die Auflösungszeit τ_R der Koinzidenzapparatur wiederum gross sei gegenüber der Lebensdauer des mittleren Niveaus! Dann erhält man durch Mittelwertbildung aus der Formel (16) die „integrale“ Korrelation:

$$W(\Theta) = \left(1 + \frac{1}{4} \cdot A_2 + \frac{9}{64} \cdot A_4\right) + \frac{3}{4} \cdot A_2 \cdot \frac{\cos 2 \Theta + w \cdot G_2 \cdot \sin 2 \Theta}{1 + (w \cdot G_2)^2} + \\ + \frac{5}{16} \cdot A_4 \cdot \frac{\cos 2 \Theta + w \cdot G_4 \cdot \sin 2 \Theta}{1 + (w \cdot G_4)^2} + \frac{35}{64} \cdot A_4 \cdot \frac{\cos 4 \Theta + 2 w \cdot G_4 \cdot \sin 4 \Theta}{1 + (2w \cdot G_4)^2} \quad (17)$$

wobei $w = 2 \cdot \omega_L \cdot \tau_K$ und $\omega_L = g \cdot \mu_K \cdot H / \hbar$.

A_2 und A_4 sind die Koeffizienten der ungestörten Winkelverteilung und G_2, G_4 die Schwächungsfaktoren nach Formel (5). Bei Magnetfeldstärke $H=0$ geht (17) natürlich wieder in den einfachen Ausdruck $W(\Theta) = \sum A_k \cdot G_k \cdot P_k(\cos \Theta)$ über.

Bei der Durchführung der Experimente werden zunächst die Schwächungsfaktoren G_2 und G_4 gemessen, z. B. nach der im Abschnitt II.3.C beschriebenen Methode. Misst man darauf die Winkelverteilung $W(\Theta)$ in einer Anordnung gemäss Fig. 10 als Funktion der Feldstärke H , so erhält man nach der Gleichung (17) den Wechselwirkungsparameter w und daraus den gesuchten g -Faktor.

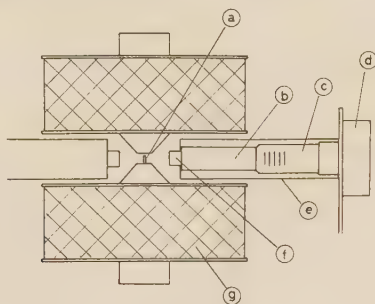


Fig. 10.

Anordnung der HfF_4 -Quelle im Magnetfeld: a) Teflon-Röhrchen mit HfF_4 gelöst in HF; b) Plexiglaslichtleiter; c) EMI 6097 Photomultiplier; d) Kathodenfolger; e) Permalloyabschirmung; f) NaI(Tl) -Kristall $1'' \times 1''$; g) Magnetwicklung.

Für die Auswertung ist es bequem, die Messgrösse

$$y = \frac{W(45^\circ) - W(135^\circ)}{W(180^\circ) - W(90^\circ)} \quad (18)$$

zu bilden. Durch Einsetzen von Gleichung (17) erhält man den Ausdruck:

$$y = w \cdot G_2 \frac{1 + \frac{5}{12} \cdot \frac{A_4 G_4}{A_2 G_2} \cdot \frac{1 + (w \cdot G_2)^2}{1 + (w \cdot G_4)^2}}{1 + \frac{5}{12} \cdot \frac{A_4}{A_2} \cdot \frac{1 + (w \cdot G_2)^2}{1 + (w \cdot G_4)^2}} \quad (19)$$

Diese Formel vereinfacht sich in zwei häufig auftretenden Fällen:

- a) Bei sehr schwacher Störung, d. h. $(1 - G_2) \ll 1$.
- b) Wenn der A_2 -Term viel grösser ist als der A_4 -Term. Unter diesen Umständen strebt der Ausdruck (19) dem Wert zu:

$$y = w \cdot G_2 = \frac{2 \cdot g \cdot \mu_K \cdot \tau_K G_2}{\hbar} \cdot H. \quad (19a)$$

Das Korrekturglied ist bei dem von uns untersuchten Problem von der Grössenordnung 10^{-4} , also weit unterhalb der experimentellen Genauigkeit. Die Messgrösse y wird damit proportional zur angelegten Feldstärke H .

Diese Art der Auswertung bietet ausser der grösseren Einfachheit noch folgende Vorteile:

a) Die zufälligen Koinzidenzen brauchen nicht berücksichtigt zu werden, falls man für $W(\Theta)$ die Koinzidenzrate $K(\Theta)/N_1(\Theta) \cdot N_2(\Theta)$ einsetzt. (N_1, N_2 = Einzelstosszahlen, K = Koinzidenzstosszahl). Da $W(\Theta)$ in diesem Falle umgekehrt proportional zur Quellenstärke ist, darf natürlich ein Messzyklus nicht zu lange dauern.

b) Die Raumwinkelkorrekturen fallen in erster Näherung heraus.

c) Streueffekte am Magneten heben sich weitgehend auf.

Diese Messungen wurden mit EMI 6097 Photomultipliern durchgeführt. Zwischen die NaI-Kristalle und die Photokathode musste ein Plexiglaslichtleiter von 15 cm Länge eingeschoben werden, um den Einfluss des Streufeldes auf die Photomultiplier zu reduzieren. Diese wurden ausserdem zur Unterdrückung des Restfeldes mit zwei Lagen von Permalloy umgeben. Die Auswertung der Messung nach Gleichung (20) erfordert die Kenntnis der Koinzidenzrate bei $\Theta = 45^\circ$. Aus apparativen Gründen konnten die Detektoren nicht in diese Stellung gebracht werden. Eine Messung unter diesem Winkel ist auch wegen der Streueffekte nicht erwünscht. Nach der Gleichung (17) kann aber statt dessen bei $\Theta = 135^\circ$ mit umgepoltem Magnetfeld gemessen werden. Das automatisch sich abwickelnde Messprogramm wurde wie folgt gewählt:

Magnetfeldstärke 1:

$$\begin{aligned} W(90^\circ H +) &\rightarrow W(135^\circ H +) \rightarrow W(135^\circ H -) \rightarrow W(180^\circ H -) \\ W(90^\circ H -) &\rightarrow W(135^\circ H -) \rightarrow W(135^\circ H +) \rightarrow W(180^\circ H +) \end{aligned}$$

Magnetfeldstärke 2: dasselbe Programm, usw.

Die Messzeit betrug 15 min pro Messpunkt. Vor jedem Umpolen des Magneten wurde automatisch entmagnetisiert. Das Magnetfeld war elektronisch auf ca. 1 % stabilisiert; denselben Genauigkeitsgrad wies auch die mit Hilfe von Protonenresonanz durchgeführte Eichung auf.

Die Resultate der Messungen, welche an drei gleichartigen Flusssäurequellen durchgeführt wurden, sind in Fig. 11 eingetragen. Durch Ausgleichsrechnung erhält man die Neigung der Geraden $y = \text{const.} \cdot H$.

$$\text{const.} = g \cdot 2 \cdot \mu_k \cdot \tau_k \cdot G_2 / \hbar = (1,90 \pm 0,06) \cdot 10^{-4} \text{ Oe}^{-1}.$$

Für den Faktor G_2 benützen wir den Mittelwert der im Abschnitt II.3. beschriebenen Messungen: $G_2 = 0,98 \pm 0,04$.

Als wahrscheinlich genauesten Wert für die Lebensdauer τ_K des 482-keV-Niveaus (siehe Abschnitt III) verwenden wir $\tau_K = 1,53 \pm 0,07 \cdot 10^{-8}$ sec. Daraus folgt schliesslich für das gyromagnetische Verhältnis:

$$g = 1,30 \pm 0,07.$$

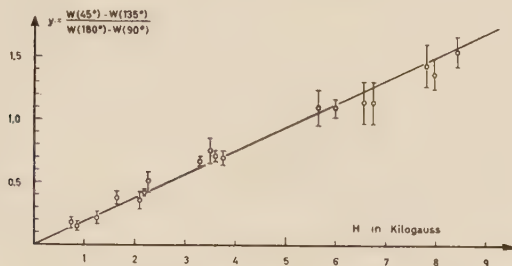


Fig. 11.

Messresultate der Bestimmung des magnetischen Momentes. Die Messgrösse $y = [W(45^\circ) - W(135^\circ)]/[W(180^\circ) - W(90^\circ)]$ in Funktion der Feldstärke H . Die Neigung der durch Ausgleichsrechnung bestimmten Geraden hat den Wert $(1,90 \pm 0,06) \cdot 10^{-4} \text{ Oe}^{-1}$.

RABOY und KROHN²⁷⁾ fanden unter Vernachlässigung der Schwächung durch Quadrupolwechselwirkung den Wert $1,20 \pm 0,12$, in guter Übereinstimmung mit dem von uns bestimmten g -Faktor.

Da nach den Richtungskorrelationsmessungen des Abschnittes II.3. der Spin des 482-keV-Niveaus $5/2$ sein muss, ergibt sich das magnetische Moment dieses Zustandes zu

$$\mu = 3,25 \pm 0,17 \text{ Kernmagnetonen}.$$

Bei reinen Einteilchenzuständen müssten auch die magnetischen Momente *angeregter* Kernniveaus auf einer der beiden Schmidt-Linien liegen. Da erfahrungsgemäss alle bekannten Momente systematische Abweichungen von den Schmidt-Werten zeigen, empfiehlt sich ein Vergleich mit den *empirischen* Daten. In Fig. 12 sind diese für die *Grundzustände* protonenungerader Kerne summarisch eingetragen. Das von uns bestimmte magnetische Moment des Ta^{181*} fügt sich ausgezeichnet in die Gruppe der $d_{-5/2}$ -Zustände ein.

III. Das Niveauschema des Ta^{181} .

III.1. Grundzustand und Rotationsband.

Der Grundzustand eines Kernes wird — abgesehen von seiner Energie — im wesentlichen charakterisiert durch seinen Spin I , sein magnetisches Moment μ und sein Quadrupolmoment Q . Alle diese

Grössen lassen sich aus der Hyperfeinstruktur bestimmen. Beim Ta^{181} liegen bis heute nur optische Messungen vor, welche bedeutend ungenauere Werte liefern als Atomstrahl- und Kernresonanzexperimente. Eine Übersicht gibt Tabelle V.

Tabelle V.

Grösse	Autor	Messwert	Von uns angenommener Wert
I	GISOLF, ZEEMANN ²⁸⁾ . .	7/2	7/2
	GRACE, McMILLAN ²⁹⁾ .	7/2	
μ	GISOLF ³⁰⁾	2,1	2,1
	BROWN, TOMBOULIAN ³¹⁾ .	2,1	
Q	SCHMIDT ³²⁾	$6 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$	$4,3 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$
	BROWN, TOMBOULIAN ³¹⁾ .	12·	
	KAMEI ³³⁾	4,3·	

Nach dem *Schalenmodell* würde man die Nukleonenkonfiguration $(5 g_{7/2})^7 \cdot (4 d_{5/2})^6 \cdot (6 h_{11/2})^{10}$ und damit den Spin $I = 7/2$ erwarten (siehe z. B. KLINKENBERG³⁴⁾). Dieses Modell gibt im ganzen Bereich des periodischen Systems im wesentlichen die richtigen Spinwerte für die Grundzustände. Hingegen sind die Abweichungen

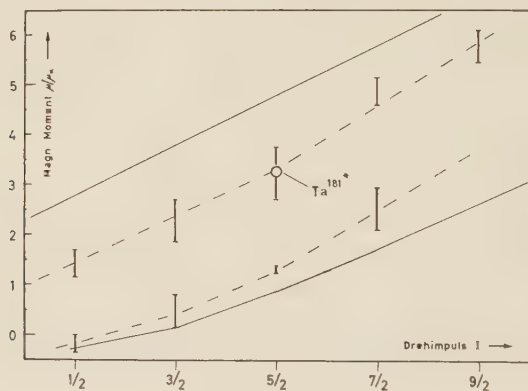


Fig. 12.

Schmidt-Diagramm für protonenungerade Kerne. Die senkrechten Striche deuten die Bereiche an, in denen die meisten der gemessenen Kernmomente liegen. Der Kreis bezeichnet das von uns bestimmte magnetische Moment des Ta^{181*} (482-keV-Niveau).

der magnetischen Momente von den Einteilchenwerten bedeutend (Fig. 12), können aber durch Konfigurationsmischungen teilweise interpretiert werden³⁵⁾. Beim Ta^{181} ist die Abweichung vom Einteilchenwert $\mu = 1,7$ relativ klein. Die Quadrupolmomente schliesslich

sind im Bereich der Massenzahlen $150 < A < 190$ auf Grund des klassischen Einteilchenmodelles überhaupt nicht zu verstehen. Beim Ta¹⁸¹ ist z. B. $Q_{\text{exp}}/Q_{\text{Eint.}} \sim 24$. Man muss daher annehmen, dass für Kerne, die nicht in der Nähe von abgeschlossenen Schalen liegen, die Hypothese eines kugelsymmetrischen Potentials (wie es dem klassischen Schalenmodell entspricht) nicht mehr zutrifft. In diesem Bereich kann eine ellipsoidförmige Gleichgewichtslage des Kerns energetisch günstiger sein³⁶). Dies führt einerseits zu einer Modifizierung der Einteilchenwellenfunktionen (NILSSON und MOTTELSON³⁷)). Andererseits gibt die ellipsoidische Struktur Anlass zu Rotationszuständen mit niedriger Energie (BOHR und MOTTELSON³⁸)).

Für die Termabstände von Rotationsniveaus gilt die einfache Beziehung³⁸):

$$E_n = \frac{\hbar^2}{2J} [(I_n(I_n + 1) - K(K + 1))] \quad (20)$$

J = „Trägheitsmoment“, K = Kernspin-Komponente in bezug auf die Symmetrieaxe des Kerns, I_n = Spin der angeregten Niveaus.

Bei schweren Kernen mit starker Deformation betragen die Energiedifferenzen der Rotationsniveaus etwa 100 keV. Speziell für Kerne ungerader Massenzahl gilt:

$$I_n = K + n \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (21)$$

Von besonderer Wichtigkeit ist das Rotationsband, welches sich auf dem Grundzustand eines Kerns aufbaut. Bei diesem können die tiefsten Rotationszustände fast immer durch *Coulombanregung* besetzt werden. Ta¹⁸¹ ist hierfür ein klassisches Beispiel, wurden doch an diesem Kern erstmals derartige Experimente durchgeführt (HUUS und ŽUPANČIČ³⁹), im Jahre 1953). Der Wirkungsquerschnitt für einen solchen Prozess ist um so grösser, je kürzer die Lebensdauer des angeregten Zustandes ist. Bei vielen Kernen lassen sich gleichzeitig *zwei* Rotationsniveaus anregen. Auf diese Weise fand man bei Ta¹⁸¹ ein Niveau bei 301 keV, welches durch keinen radioaktiven Zerfall angeregt wird. Da bei der Coulomb-Anregung gleichzeitig mehrere Grössen messbar sind (Energie, Wirkungsquerschnitte, Winkelabhängigkeit, Konversion) lassen sich Theorie und Experiment eingehend vergleichen.

In der nachfolgenden Tabelle sind die wichtigsten Messgrössen für Ta¹⁸¹ zusammengestellt:

Tabelle VI.

Energie keV	Konversion α_K/α_L	Relative γ -Intens.	$B_{ex}(E_2)$ (cm ⁴)	$B_d(E_2)$ (cm ⁴)
136,2	6,3	—	$2,1 \cdot 10^{-48}$	$1,68 \cdot 10^{-48}$
165	6,8	174	—	—
301	—	100	0,62 ₅	0,415

$B_{ex}(E_2)$ und $B_d(E_2)$ sind die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten für Anregung und für Zerfall in Einheiten e^2 . Die Literaturwerte ⁴⁰⁾⁴¹⁾ und ⁴²⁾ wurden in bezug auf die totalen Konversionskoeffizienten α_t gemäss neueren Rechnungen von SLIV⁴³⁾ korrigiert, und zwar benützten wir:

für $E = 136$ keV	165 keV	301 keV
$\alpha_t = 1,6$	0,96	0,08.

Aus den Daten der Coulomb-Anregung erhält man zunächst einen weiteren Anhaltspunkt für den Spin des Grundzustandes. Nach der Formel (20) für die Termabstände von Rotationsniveaus sollte das Verhältnis zweier aufeinanderfolgender Energien nur vom Spin des Grundzustandes abhängen ($I_0 = K$). Für E_2/E_1 ergibt sich

bei $I_0 = 3/2$	5/2	7/2	9/2
$E_2/E_1 = 2,40$	2,29	2,22	2,18.

Der experimentell gefundene Wert von $2,21 \pm 0,02$ bestätigt den Spin $I_0 = 7/2$ für den Grundzustand des Ta¹⁸¹.

Ist I_0 bekannt, so können nach der Bohr-Mottelsonschen Theorie alle reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten als Funktion des „intrinsic“ Quadrupolmomentes Q_0 und der Kern- g -Faktoren g_Ω und g_R ausgedrückt werden. (g_Ω beschreibt den Beitrag der einzelnen Nukleonen zum magnetischen Moment, g_R den Beitrag der kollektiven Bewegung.) Für Ta¹⁸¹ ergibt sich:

	$B(E_2)$	$B(M_1)$	(22)
für $9/2 \rightarrow 7/2$:	$0,0338 \cdot Q_0^2$	$0,520 \cdot (g_\Omega - g_R)^2$	
für $11/2 \rightarrow 9/2$:	$0,0341 \cdot Q_0^2$	$0,798 \cdot (g_\Omega - g_R)^2$	
für $11/2 \rightarrow 7/2$:	$0,00723 \cdot Q_0^2$	—	

$B(E_2)$ ist in Einheiten e^2 , $B(M_1)$ in $(\hbar/2 Mc)^2$ angegeben.

Andere Multipolordnungen als E_2 und M_1 treten nicht auf. Sind ausserdem die Energien gegeben, so lassen sich alle γ -Übergangswahrscheinlichkeiten aus Q_0 und $(g_\Omega - g_R)$ berechnen:

$$\begin{aligned} T_\gamma(136 \text{ keV}) &= 1,93 \cdot 10^{55} Q_0^2 + 2,31 \cdot 10^{10} (g_\Omega - g_R)^2 \\ T_\gamma(165 \text{ keV}) &= 5,08 \cdot 10^{55} Q_0^2 + 6,29 \cdot 10^{10} (g_\Omega - g_R)^2 \\ T_\gamma(301 \text{ keV}) &= 2,18 \cdot 10^{56} Q_0^2. \end{aligned} \quad (23)$$

Die experimentellen Daten der Tabelle V werden am besten befriedigt durch die Wahl:

$$Q_0 = 7,3 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2 \quad |g_\Omega - g_R| = 0,52.$$

Man erhält dann aus den Beziehungen (22) und (23):

	$\frac{\gamma\text{-Int. (165 keV)}}{\gamma\text{-Int. (301 keV)}}$	$B_{E_2}(136 \text{ keV})$	$B_{E_2}(301 \text{ keV})$
experimentell:	1,74	0,415	1,68
theoretisch:	1,71	0,385	1,78.

Insbesondere liest man aus (23) die Mischungsverhältnisse δ^2 zwischen elektrischer Quadrupol- und magnetischer Dipolstrahlung im 136-keV- und im 165-keV-Übergang ab. Diese lassen sich auch aus der Winkelverteilung der Gammastrahlung bei der Coulomb-Anregung bestimmen, welche beim Ta¹⁸¹ von STELSON und Mc GOWAN⁴¹⁾ gemessen wurde. Andererseits ergeben sich die Mischungsverhältnisse δ^2 aus der Konversion und aus der Richtungskorrelation (siehe Seite 485). In Tabelle VII sind die auf verschiedene Arten bestimmten Mischungsverhältnisse zusammengestellt.

Tabelle VII.

Mischungsverhältnisse im 136 keV und im 165-keV-Übergang					
Methode	α_K/α_L	α_K	*)	**)	***)
136 keV	80% M_1	70% M_1	86% M_1	—	83% M_1
165 keV	80% M_1	—	87% M_1	80% M_1	—
*) Coulomb-Anregung. **) Winkelverteilung bei Coulomb-Anregung. ***) Richtungskorrelation (s. Abschnitt II.4).					

Aus der Winkelverteilung der 165 keV γ -Strahlung erhält man nicht nur δ^2 , sondern δ selbst. Daraus folgt für $(g_\Omega - g_R)$ positives Vorzeichen. Mit Hilfe der für stark deformierte Kerne gültigen Beziehung („strong coupling“)

$$\mu = \frac{I^2}{I+1} \cdot g_\Omega + \frac{I}{I+1} g_R \quad (24)$$

und $\mu_{\text{exp}} = 2,1$ ergibt sich: $g_\Omega = 0,20$, $g_R = 0,72$.

Für einen starren Kern mit homogener Ladungsverteilung wäre $g_R = Z/A = 0,4$. Wie BLIN-STOYLE³⁵⁾ bemerkte, kann diese Diskrepanz durch die Annahme verschiedener Kernradien für Protonen und Neutronen im Kern erklärt werden. Unter Zugrundelegung der von NILSSON berechneten Wellenfunktionen für ein Teilchen in deformiertem Potential mit Spinbahnkopplung⁴⁴⁾ lässt sich das magnetische Moment für einen Zustand mit $N = 4$, $\Omega = 7/2$, $(g7/2)$ angeben. Mit $g_R = 0,2$ und bei einer Deformation $\beta = 0,28$ ergäbe sich μ zu 1,4 Kernmagnetonen. Dieser im Vergleich zum experimentellen Wert von 2,1 zu kleine Betrag lässt sich durch andere Wahl von β nicht korrigieren und ist auch nicht stark von andern Parametern abhängig (z. B. von κ in der Bezeichnung von NILSSON⁴⁴⁾).

Um das „intrinsic“ Quadrupolmoment Q_0 mit dem experimentellen Wert zu vergleichen, hat man Q_0 mit dem Projektionsfaktor $I_0(2I_0 - 1)/(I_0 + 1)$ ($2I_0 + 3$) zu multiplizieren. Dies ergibt den Wert $Q = 3,4 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$, also einen gegenüber $Q_{\text{exp}} = 4,3 \cdot 10^{-24} \text{ cm}^2$ um ca. 20% zu kleinen Wert.

Schliesslich kann aus den γ -Übergangswahrscheinlichkeiten noch die Halbwertszeit der beiden angeregten Niveaus von 136 keV und 301 keV berechnet werden. Mit Hilfe der totalen Konversionskoeffizienten erhält man:

$$\begin{aligned} T_{1/2}(301 \text{ keV}) &= 1,3 \cdot 10^{-11} \text{ sec} \\ T_{1/2}(136 \text{ keV}) &= 3,6 \cdot 10^{-11} \text{ sec.} \end{aligned}$$

Der letztgenannte Wert ist für die Diskussion der Richtungskorrelationsmessungen wichtig: Man kann daraus schliessen, dass die $(\gamma_3\gamma_2)$ -Kaskade beim Hf-Zerfall sicher ungestörte Winkelkorrelation zeigt. Ganz allgemein sind die Lebensdauern von Rotationsniveaus um etwa zwei Grössenordnungen kürzer als die entsprechenden Einteilchenübergänge.

III.2. Das 482-keV-Niveau.

Durch Messungen mit verzögerten Koinzidenzen lässt sich zeigen, dass von diesem Niveau nur eine 345 keV- und eine 482-keV-Linie emittiert werden^{45) 46) 47)}. Ein Übergang führt in den Grundzustand, der andere in das bereits besprochene 136-keV-Niveau. Zur Charakterisierung der beiden Gamma-Übergänge stellen wir in der Tabelle VIII die wichtigsten Resultate der zahlreichen Konversionsmessungen zusammen.

Vergleichen wir die gemessenen Werte mit den theoretischen Konversionskoeffizienten^{43) 50)}, so lässt sich die Multipolarität der Übergänge weitgehend festlegen.

In der letzten Zeile ist als experimenteller Wert ein gewogenes Mittel der in Tabelle VIII genannten Daten gewählt. Die Zusammenstellung zeigt eindeutig, dass für die 482-keV-Linie nur eine

Tabelle VIII.

Konversionskoeffizienten des 482-keV- und des 345-keV-Überganges.

Linie	Autor	α_K	α_K/α_L	rel. Int.
482	BOEHM und MARMIER ⁴⁷⁾ .	0,027	4,7	1
482	McGOWAN ⁴⁶⁾	0,034	4,0	1
482	BASHLOW et al. ⁴⁸⁾ . . .	—	4,7	1
482	FAN ⁴⁹⁾	0,024	4	1
482	andere	0,025	3-5	1
345	BOEHM und MARMIER ⁴⁷⁾ .	0,04	4	0,165
345	McGOWAN ⁴⁶⁾	0,08	—	0,157
345	BASHLOW et al. ⁴⁸⁾ . . .	—	—	—
345	FAN ⁴⁹⁾	0,1	5	—
345	andere	—	3, 6-5	—

Mischung aus elektrischer Quadrupol- und magnetischer Dipolstrahlung in Frage kommt. Das Mischungsverhältnis δ^2 ergibt sich aus dem α_K/α_L -Verhältnis unter Benützung der empirischen Daten von GOLDBABER und SUNYAR⁵⁰⁾ zu ~ 8 , aus den α_K hingegen zu ~ 4 .

Beim 345-keV-Übergang handelt es sich entweder um reine elektrische Quadrupolstrahlung oder um eine Mischung aus M_1 und E_2 . Für den Spin des 482-keV-Niveaus kommen somit nur die Werte $5/2$, $7/2$ oder $9/2$ in Frage.

Zum gleichen Resultat führen die Richtungskorrelationsmessungen. Aus der *Konversionselektronenkorrelation*, welche von GIMMI, HEER und SCHERRER⁶⁾ an Ta^{181} gemessen wurde, folgt für den 482-keV-Übergang eindeutig die Multipolarität $E_2 + M_1$. Diese Autoren fanden aus der γ - γ - und der γ - e^- -Korrelation der $(\gamma_1\gamma_4)$ -Kaskade für die entsprechenden Koeffizienten der Winkelverteilung das Verhältnis:

$$b_2 = \frac{A_2(\gamma\gamma)}{A_2(\gamma e^-)} = 0,19 \pm 0,13,$$

welches von den Schwächungserscheinungen in der Quelle unabhängig ist. Der theoretische Wert von b_2 nach BIEDENHARN und ROSE⁵⁾ wäre für alle andern Multipolordnungen grösser als eins, selbst bei beliebigem Spin des obersten Niveaus.

Die $\gamma\text{-}\gamma$ -Richtungskorrelation der 133–482-keV-Kaskade würde bei geeigneter Wahl der Mischungsverhältnisse in beiden Übergängen allenfalls durch folgende drei Spinfolgen befriedigt:

- a) $9/2 \quad E_2 + M_1 \quad 9/2 \quad E_2 + M_1 \quad 7/2$
 b) $5/2 \quad E_2 + M_1 \quad 7/2 \quad E_2 + M_1 \quad 7/2$
 c) $1/2 \quad E_2 \quad 5/2 \quad E_2 + M_1 \quad 7/2$.

Alle andern Möglichkeiten ergeben nach Vorzeichen und Grösse unrichtige Koeffizienten A_2 und A_4 . Von den drei Varianten scheiden a) und b) aus, weil für beide das b_2 der Konversionselektronenkorrelation negativ wäre. Weitere Gründe, die gegen a) und b) sprechen, werden bei der Diskussion des 615-keV-Niveaus beigebracht werden.

Tabelle IX.

Vergleich theoretischer und experimenteller Multipolordnungen.

482 keV				345 keV		
	α_K	α_K/α_L	möglich	α_K	α_K/α_L	möglich
M_1	0,046	8	—	0,17	8	—
$M_1 + E_2$	↕	↕	ja	↕	↕	ja
E_2	0,017	4,2	—	0,040	2,8	ja
E_1	0,006	6,9	—	0,013	6,7	—
$E_1 + M_2$	↕	↕	—	↕	↕	—
M_2	0,137	7,8	—	0,425	7,2	—
$M_2 + E_3$	↕	↕	—	↕	↕	—
E_3	0,042	2,9	—	0,11	1,8	—
M_3	0,38	6,2	—	1,1	5	—
$M_3 + E_4$	↕	↕	—	↕	↕	—
E_4	0,11	1,3	—	0,25	0,7	—
M_4	0,90	3,1	—	3,2	2	—
exp.	0,026	4,7		0,05	4	

Aus der Richtungskorrelation folgt somit eindeutig für das 482-keV-Niveau:

$$I_{482 \text{ keV}} = 5/2.$$

Eine gewisse Diskrepanz zeigt sich in bezug auf das Mischungsverhältnis im 482-keV-Übergang, wenn man die Ergebnisse der Richtungskorrelation den aus Konversionsmessungen gewonnenen Daten gegenüberstellt. Man erhält nämlich:

- a) aus α_K/α_L (siehe Tabelle IX): $88\% E_2 + 12\% M_1$
 b) aus α_K (siehe Tabelle IX): $55\% E_2 + 45\% M_1$
 c) aus der Richtungskorrelation (S. 479): $98\% E_2 - 2\% M_1$.

Die Abweichungen bei der Bestimmung von δ^2 aus α_K scheinen ausserhalb der experimentellen Fehlerschranken zu liegen (vgl. die Abweichung beim 136-keV-Übergang in Tabelle VII). Wir glauben jedenfalls, dass die mit Hilfe von Richtungskorrelation bestimmte Mischung die genaueste ist. *)

Die Halbwertszeit des 482-keV-Niveaus ist schon oft gemessen worden. Die Resultate verschiedener Messungen lauten:

Autor	$T_{1/2}$	Autor	$T_{1/2}$
DE BENEDETTI ⁵¹⁾ .	$1,08 \cdot 10^{-8}$ sec	ENGELDER ⁵³⁾ . .	$1,04 \cdot 10^{-8}$ sec
BARBER ⁴⁵⁾	1,08	DE WAARD ⁵⁴⁾ . .	1,06
Mc GOWAN ⁵²⁾ . . .	1,0	SHEER ⁵⁵⁾	1,00

Als wahrscheinlich besten Wert verwenden wir $T_{1/2} = 1,06 \cdot 10^{-8}$ sec und erhalten daraus mit Hilfe der Konversionskoeffizienten und des Intensitätsverhältnisses $I(482)/I(345) = 6$ alle Übergangswahrscheinlichkeiten T , die in der Tabelle X zusammengestellt sind. Wir vergleichen sie mit den Übergangswahrscheinlichkeiten, welche man nach dem Einteilchenmodell erwartet⁵⁶⁾.

Tabelle X.

Gamma-Übergangswahrscheinlichkeiten des 482-keV-Niveaus.

Energie	Multipol.	T_{exp}	$T_{\text{Eint.}}$	Verbotenheit
345 keV	E_2	$8,4 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1}$	$1,9 \cdot 10^9 \text{ sec}^{-1}$	230
482 keV	E_2	$5,4 \cdot 10^7$	$4 \cdot 10^9$	80
482 keV	M_1	$1,2 \cdot 10^6$	$5,3 \cdot 10^{12}$	$4 \cdot 10^6$

Auffällig ist der hohe Verbotenheitsgrad des M_1 -Überganges, welcher auf Grund der bekannten Kernmodelle nicht erklärt werden kann. Da der 345-keV- und der 482-keV-Übergang nach Rotationszuständen desselben Bandes führen, sollten die reduzierten Übergangswahrscheinlichkeiten $B_{E_2}(345 \text{ keV})$ und $B_{E_2}(482 \text{ keV})$ nach der Theorie in einem bestimmten Verhältnis stehen⁵⁷⁾:

$$\frac{B(L, I_1 \rightarrow I_2)}{B(L, I_1 \rightarrow I_2')} = \frac{\langle I_1 L K_1 (K_2 - K_1) | I_1 L I_2 K_2 \rangle^2}{\langle I_1 L K_1 (K_2 - K_1) | I_1 L I_2' K_2 \rangle^2} \quad (25)$$

Anmerkung bei der Korrektur: Nach neuen Untersuchungen von CHURCH (eine Arbeit erscheint demnächst in Phys. Rev.) sind die bisherigen Berechnungen der Konventionskoeffizienten bis zu 20% falsch; dies würde die Diskrepanz erklären.

Setzt man in die Clebsch-Gordan-Koeffizienten die Werte für Ta^{181} ein, so erhält man für das obige Verhältnis 1,25, während der experimentelle Wert in guter Übereinstimmung 1,15 beträgt.

Das *magnetische Moment* des 482-keV-Niveaus, dessen Bestimmung in Abschnitt II beschrieben wurde, lässt sich näherungsweise berechnen, wenn man annimmt, dass die Deformation des Kerns dieselbe sei wie im Grundzustand. Nach den Rechnungen von NILSSON erwartet man tatsächlich einen angeregten $d_{5/2}$ -Zustand, charakterisiert durch die Quantenzahlen $N = 4$ und $\Omega = 5/2$. Bei einer Deformation des Kernes $\beta = 0,26$ ergäbe sich darnach ein magnetisches Moment des 482-keV-Niveaus von 3,4 Kernmagnetonen, was mit dem experimentellen Wert von 3,25 recht gut übereinstimmt.

Noch aufschlussreicher wäre die Messung des Quadrupolmomentes gewesen, welches Auskunft über eine allfällige Änderung der Deformation geben könnte. Eine Q -Bestimmung mit Hilfe der Richtungskorrelation ist zwar prinzipiell möglich, scheitert aber an der mangelhaften Kenntnis der elektrischen Felder im Innern von Flüssigkeiten bzw. von Kristallen. In den Schwächungsfaktoren G_k bei Flüssigkeiten tritt ausserdem noch die ungenügend bekannte Korrelationszeit τ_C auf. Bei Einkristallmessungen fällt diese zwar weg, dafür verursacht das Auftreten von Gitterstörungen ein kaum zu überbrückendes Hindernis, wie schon die Messungen an kubisch kristallinen Quellen (Abschnitt II.3.A) gezeigt haben.

III.3. Das 615-keV-Niveau.

Seit den ersten Untersuchungen des Hf^{181} -Zerfalls ist bekannt, dass praktisch alle β -Zerfälle in dieses 22- μ -sec-Niveau führen. Von den verschiedenen γ -Übergängen in die tiefer liegenden Niveaus besitzen nur zwei eine feststellbare Intensität: Der 133-keV-(γ_1)-Übergang in das 482-keV-Niveau und die schwache 615-keV-Linie in den Grundzustand. Die aus der Literatur entnommenen Konversionsdaten dieser Übergänge sind in Tabelle XI zusammengestellt.

Tabelle XI.

Konversion der 615-keV- und der 133-keV-Linien.

Autor	133 keV			615 keV		
	α_K	α_K/α_L	rel. Int.	α_K	α_K/α_L	rel. Int.
BOEHM und MARMIER ⁴⁷⁾	0,49	0,55	1	0,12	—	1/175
BASHILOV ⁴⁸⁾	—	0,53	1	—	6,6	—
McGOWAN ⁴⁶⁾	0,48	—	1	—	—	—
FAN ⁴⁹⁾	0,34	0,52	1	—	—	1/120

Aus der nachfolgenden Vergleichstabelle ist ersichtlich, dass die Multipolaritäten beider Übergänge festgelegt werden können zu: E_2 (rein) für den 133-keV-Übergang, und M_3 für den 615-keV-Übergang.

Tabelle XII.

Vergleich theoretischer und experimenteller Konversionskoeffizienten.

Konv.-Koeff.	E_1	M_1	E_2	M_2	E_3	M_3	E_4	M_4	exp.
α_K (133)	0,145	1,66	0,48	10,2	1,3	40	3,9	130	0,49
α_K/α_L (133)	3	7,6	0,5	5,2	0,3	1,6	—	0,5	0,53
α_K (615)	0,004	0,024	0,0098	0,072	0,023	0,16	0,053	0,37	0,12
α_K/α_L (615)	15	8,2	5,8	8,1	3,7	6,7	1,7	3,9	6,6

Die Parität des 615-keV-Niveaus ist dadurch festgelegt und ebenso der Spin, wenn für das 482-keV-Niveau $I = 5/2$ als bekannt vorausgesetzt wird. Dieses Resultat wird durch die Richtungskorrelation bestätigt, da nur der Spin $1/2$ eine reine Quadrupolstrahlung im ersten Übergang zulässt (vgl. die drei überhaupt möglichen Varianten im Abschnitt III.2.).

Einen weiteren Anhaltspunkt geben die Übergangswahrscheinlichkeiten. Das Nichtauftreten einer zum 136-keV- ($I = 9/2$)-Niveau führenden Linie scheidet alle Spinwerte $I > 3/2$ fast mit Sicherheit aus. Wir vergleichen noch die beiden messbaren Übergangswahrscheinlichkeiten $T_{E_2}(133 \text{ keV})$ und $T_{M_3}(615 \text{ keV})$ mit den Werten, welche nach dem Einteilchenmodell erwartet werden müssten. Für die Halbwertszeit des 615-keV-Niveaus verwenden wir den Wert $T_{1/2} = 22 \mu\text{sec}$, welcher nach der Literatur^{58) 55) 59) 60)} am wahrscheinlichsten ist.

Energie	Multipol	T_{exp}	$T_{\text{Eint.}}$	Verbotenheit
133 keV	E_2	$1,3 \cdot 10^4 \text{ sec}^{-1}$	$2,0 \cdot 10^6 \text{ sec}^{-1}$	140
615 keV	M_3	$1,6 \cdot 10^2$	$2,4 \cdot 10^4$	150

Die auftretenden Verbotenheitsgrade entsprechen durchaus den bei andern E_2 - und M_3 -Übergängen beobachteten Beträgen⁵⁶⁾.

Nach NILSSON⁴⁴⁾ ist unter den möglichen Anregungsständen des Ta¹⁸¹ ein Niveau mit $I=1/2$ zu erwarten: ($d_{3/2}$, $\Omega = K = 1/2, +$). Auf Grund desselben Modelles lässt sich auch für den Grundzustand des Hf¹⁸¹ der Spin $I = 1/2$ (und negative Parität) voraussagen, was durch das gewöhnliche Schalenmodell ebenfalls nahe-

gelegt wird. Damit ist auch der Betazerfall des Hf^{181} in das 615-keV-Niveau des Ta^{181} vereinbar, welcher mit $\log ft = 7,2$ einfach verboten ist und daher den Auswahlregeln $\Delta I = 0, \pm 1$, Paritätsänderung, genügen muss.

III.4. Das 619-keV-Niveau.

Kürzlich fand SUNYAR⁶¹⁾ im Konversionselektronenspektrum des $\text{Hf}^{181} - \text{Ta}^{181}$ neben der 136,2-keV-Linie eine schwächere mit fast derselben Energie (136,8 keV). Sie ist mit der 482-keV-Linie in Kaskade und führt nicht über das 22- μsec -Niveau. BOEHM und MARMIER⁴⁷⁾ stellten bei neueren Untersuchungen mit dem Kristallspektrometer diese Linie gleichfalls fest. Ausserdem konnten sie einen Übergang mit der Energie 3,9 keV nachweisen, was der Differenz 136,8 — 133 keV entspricht. Die Einordnung dieser Linie war daher naheliegend: Es musste ein weiteres Niveau des Ta^{181} bei 619 keV existieren, welches durch Betaemission des Hf^{181} gespiesen wird. Prompte β - γ -Koinzidenzen bestätigten diese Annahme. Aus dem Konversionskoeffizienten der 136,8-keV-Linie $\alpha_K = 0,9$ folgt für die Multipolarität dieses Übergangs: $M_1 + E_2$ oder eventuell $E_1 + M_2$ (unwahrscheinlich wegen $K/L + M \sim 2$ nach den Messungen von ⁴⁷⁾). Daraus ergibt sich der Spin des 619-keV-Niveaus zu $I = 3/2$; höhere Werte sind wegen des Betazerfalls und der Gammaübergangswahrscheinlichkeiten zu tiefer liegenden Niveaus nicht zulässig. Etwa 1/20 aller β -Zerfälle führen in das 619-keV-Niveau. Es handelt sich also wahrscheinlich um einen einfach verbotenen β -Zerfall mit $\log ft \sim 8,5$. Wenn dies zutrifft, wäre die Parität des 619-keV-Niveaus positiv und dieses könnte als erstes Rotationsniveau des 22- μsec -Zustandes aufgefasst werden. Die kleine Energiedifferenz von 3,9 keV ist bei $\Omega = K - 1/2$ nicht aussergewöhnlich (vgl. $\Delta E = 46$ keV bei W^{183} und $\Delta E = 10$ keV bei Tm^{169}). Die relative Intensität von Betaübergängen, welche auf Rotationsniveaus desselben Bandes führen, hängt nur von Geometriefaktoren ab⁵⁷⁾ und berechnet sich für $\text{Hf}^{181} - \text{Ta}^{181}$ zu:

$$q = \frac{(1 - b \cdot \sqrt{2})^2}{(\sqrt{2} + b^2)} \quad (26)$$

Die Konstante b ist eng mit dem magnetischen Moment verknüpft und lässt sich nur angeben, wenn man die Wellenfunktion des Kernes kennt. Unter Zugrundelegung der Rechnungen von NILSSON⁴⁴⁾ kann q abgeschätzt werden. Man erhält: $q = 11$ wenn das 615-keV-Niveau als $d_{3/2}$ $\Omega = 1/2$ -Zustand charakterisiert wird und $q = 12$ für einen ($i_{13/2}$; $\Omega = 1/2$)-Zustand. Der experimentelle

Wert liegt zwischen 13 und 25. Der Übereinstimmung darf allerdings kein allzu grosses Gewicht beigelegt werden, da sich die nach NILSSON berechneten magnetischen Momente mit der Erfahrung nicht gut decken.

Dass vom 619-keV-Niveau kein Crossover (E_2) in den Grundzustand festgestellt wurde, erklärt sich aus der K -Verbotenheit $\Delta K = 3$ dieses Übergangs. Alle experimentellen Daten sind mit der Charakterisierung dieses Niveaus als Rotationszustand verträglich, doch ist die Annahme nicht zwingend.

Der Einfluss eines zusätzlichen Niveaus mit $I = 3/2$ auf die Richtungskorrelationsmessungen ist, wie die Rechnung zeigt, in unserem Falle nur gering. Selbst eine relative Intensität von 7% für den Betaübergang in das 619-keV-Niveau zieht keine Änderung in der Interpretation der Richtungskorrelationsmessungen nach sich. Hingegen kann sich das hieraus bestimmte Mischungsverhältnis des 482-keV-Übergangs etwas ändern. Die grösstmögliche Abweichung würde zum Resultat führen:

$$(\delta)_{482 \text{ keV}}^2 = 16 \quad (6\% M_1 + 94\% E_2).$$

Trotz dieser Korrektur bleibt die Diskrepanz mit den Konversionsdaten bestehen (vgl. Seite 496). Für das Mischungsverhältnis des 136,8-keV-Übergangs findet man aus $\alpha_K = 0,9$ den Wert $\delta^2 = 1,85$ (d. h. 35% $M_1 + 65\% E_2$). Aus dem nur ungenau bekannten $K/(L + M)$ -Verhältnis von ~ 2 nach ⁴⁷⁾ ergäbe sich eine Mischung von 20% $M_1 + 80\% E_2$.

III.5. Der Zerfall des W^{181} .

Dieser Kern, welcher durch Elektroneneinfang in Ta^{181} zerfällt, ist noch recht wenig untersucht. CORK et al.⁶²⁾ stellten im Gegensatz zu früheren Arbeiten nur *zwei* γ -Linien von 136 keV und 152 keV fest. Neuerdings wurden auch diese beiden Linien Verunreinigungen zugeschrieben⁶³⁾ und die Zerfallsenergie des W^{181} zu 90 ± 10 keV angenommen. Eigene Messungen bestätigen aber das Vorhandensein der von CORK gefundenen Linien⁶⁴⁾. Wir konnten ausserdem zeigen, dass die beiden nicht in Kaskade sind. Es werden also beim W^{181} -Zerfall zwei Niveaus des Ta^{181} angeregt von 136 keV und 152 keV. Das erstere ist offenbar mit dem 136,2-keV-Zustand identisch, welcher von der Coulomb-Anregung und vom Hf^{181} -Zerfall her bekannt ist. Dafür spricht auch das von CORK et al. bestimmte K/L -Verhältnis $\alpha_K/\alpha_L = 8 \pm 2$ (vgl. Tabelle XII).

Das Fehlen von Koinzidenzen zwischen K -Röntgenstrahlung und 136 keV Gammastrahlung zeigt, dass nur L -Einfang in das entspre-

chende Niveau führt. Das gleiche gilt für den 152-keV-Zustand. Daher muss die $W^{181} - \text{Ta}^{181}$ -Zerfallsenergie zwischen 160 und 200 keV liegen. Durch Vergleich mit der 136-keV-Linie fanden wir

$$(\alpha_K)_{152 \text{ keV}} = 1,0 \pm 0,2.$$

Dieser Wert, zusammen mit $\alpha_K/\alpha_L = 8$ nach ⁶²⁾ lässt für den 152-keV-Übergang nur die Multipolarität M_1 (rein) oder $E_1 + M_2$ zu. Für den Spin des 152-keV-Niveaus ergeben sich somit die Möglichkeiten: 5/2, 7/2 und 9/2, von denen die beiden ersten sehr unwahrscheinlich sind, weil das Niveau beim Hf-Zerfall nicht angeregt wird. Das gleiche Argument legt mit $I = 9/2$ negative Parität nahe. Nach dem Nilsson-Modell ist in der Tat ein Ta^{181} -Niveau mit $I = 9/2$ und negativer Parität zu erwarten. Für den Grundzustand des W^{181} sagt das gleiche Modell einen Spin von 7/2 und negative Parität voraus, während man nach dem gewöhnlichen Schalenmodell $I = 1/2$ oder $I = 3/2$ erwarten müsste.

Durch die gemäss Ref.⁴⁴⁾ nahegelegte Zuordnung werden auch die experimentell bestimmten Intensitätsverhältnisse der verschiedenen Elektroneneinfänge verständlich, wenn noch die Energieabhängigkeit der Übergangswahrscheinlichkeiten mitberücksichtigt wird. Wir fanden:

$0,17 \pm 0,06\%$ L -Einfang in das 152-keV-Niveau ($\Delta I = 1$, erlaubt),
 $0,11 \pm 0,04\%$ L -Einfang in das 136-keV-Niveau ($\Delta I = 1$, erstverb.),
 $99,7\%$ L - und K -Einfang in den Grundzustand ($\Delta I = 0$, erstverb.).

Bei negativer Parität des 152-keV-Niveaus folgt aus der Konversion für den entsprechenden Übergang eine Mischung von 17% E_1 und 83% M_2 . Dies bedingt allerdings — verglichen mit den Einteilchenübergangswahrscheinlichkeiten nach Moszkowski⁵⁶⁾ — eine etwa 10^6 fache Verbotenheit des E_1 -Übergangs. Der Vergleich mit dem benachbarten Kern Lu^{175} zeigt aber (siehe Fig. 14), dass zumindest bei stark deformierten Kernen derart grosse Abweichungen vorkommen können⁶⁶⁾.

III.6. Weitere Niveaus.

BOEHM und MARMIER stellten bei ihren Untersuchungen neben der 482-keV-Linie eine etwa 50mal schwächere mit der Energie 476 keV fest. Dieser Übergang mit $\alpha_K = 0,06$ und $\alpha_K/\alpha_L = 4,3$, dessen Multipolarität nach Tabelle IX eine Mischung aus M_2 und E_3

Anmerkung bei der Korrektur: Bei neueren Untersuchungen konnten wir die LX - γ -Koinzidenzen direkt nachweisen. (Siehe letzte Tagungsberichte in den *Helv. Phys. Acta.*)

sein müsste, konnte nicht in das Niveauschema eingeordnet werden. Eigene Koinzidenzexperimente zeigten jedoch, dass eine solche Linie nicht in Kaskade mit der 482-keV-Linie des Ta^{181} ist. Falls dieser Übergang wirklich dem Ta^{181} zugeordnet ist, müsste daher ein weiteres Niveau bei 476 keV oder bei 612 keV existieren. Nur sehr sorgfältige Koinzidenzexperimente mit Hilfe von hochauflösenden Spektrometern werden dies jemals zu entscheiden gestatten.

Nach der Bohr-Mottelsonschen Theorie gehört zu jeder Nukleonkonfiguration ein Rotationsband. Für das 482-keV-Niveau des Ta^{181} , charakterisiert als $d_{5/2}$, $\Omega = 5/2$, läge der erste Rotationszustand bei etwa 590 keV (vom Grundzustand des Ta^{181} aus gerechnet), wenn man für das Trägheitsmoment J den gleichen Wert wie im Grundzustand annimmt. Unter der gleichen Voraussetzung müsste das erste Rotationsniveau des 152-keV-Zustandes die Anregungsenergie 320 keV besitzen. Die hohen Spinwerte dieser Niveaus ($7/2$ und $11/2$) lassen eine Anregung beim Hf^{181} -Zerfall nicht zu, während eine Anregung durch den W^{181} -Zerfall aus Energiegründen ausbleibt.

Bei inelastischer Streuung von Neutronen sollten im Prinzip alle Kernniveaus vom Grundzustand aus besetzt werden können, doch sind solche Experimente infolge des hohen Untergrundes schwierig. Beim Ta^{181} gelang die Anregung des 136-keV-Niveaus eindeutig⁶⁷⁾. Mit kleinerer Sicherheit sind auch die Niveaus: 152, 301, 482 und 612 keV durch Neutronstreuung angeregt worden⁶⁸⁾. GOODRICH und CAMPBELL⁶⁹⁾ beobachteten bei Neutronenbestrahlung von Ta eine Röntgenstrahlung von 8–11 keV mit einer Abklingzeit von 0,5 sec, welche die Autoren einem isomeren Zustand des Ta^{181} zuschrieben. Die Existenz eines 11-keV-Niveaus ist aber sehr unwahrscheinlich.

Es seien noch zwei experimentelle Arbeiten erwähnt, in welchen die Anregung des 22- μsec -Niveaus durch Betatron-Bremsstrahlung beschrieben wird⁶⁸⁾⁶⁹⁾. Wesentliche Informationen über das Niveauschema des Ta^{181} werden aber dadurch nicht gewonnen.

III.7. Zusammenfassung.

In Fig. 13 sind die Energieniveaus eingetragen, welche beim Hf^{181} - und beim W^{181} -Zerfall, sowie bei der Coulomb-Anregung mit Sicherheit festgestellt wurden. Spin und Parität aller dieser Zustände können durch das „unified model“⁴⁴⁾ erklärt werden. Hingegen gibt das Modell die genauen Termabstände wie auch die magnetischen Momente nicht quantitativ wieder. Multipolordnungen,

Mischungsverhältnisse und Spins wurden nach verschiedenen Methoden bestimmt und ergaben im allgemeinen übereinstimmende Werte. Eine kleine Diskrepanz zeigte sich allerdings beim 482-keV-Übergang, wo Richtungskorrelationsmessungen und Konversionsmessungen zu verschiedenen Mischungsverhältnissen führen.

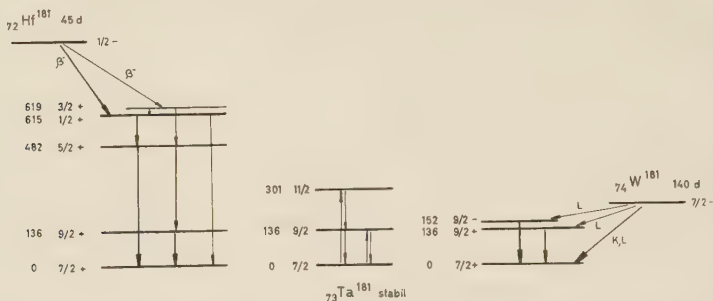


Fig. 13.

Vollständiges Niveauschema des Ta^{181} , welches alle Daten der Richtungskorrelation, der Spektromettermessungen und der Coulomb-Anregung befriedigt.

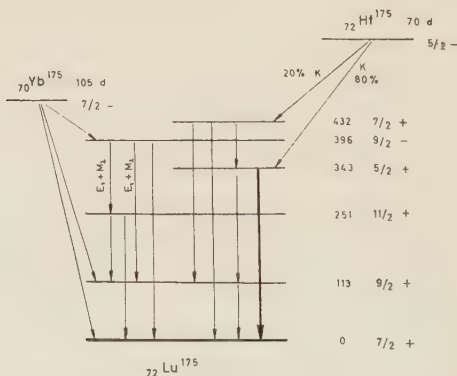


Fig. 14.

Niveauschema des Lu^{175} nach CHASE und WILETS⁶⁴). Die einzige γ -Linie, welche unsere R.-K.-Messungen beeinträchtigt, entspricht dem dick ausgezogenen Übergang.

Die Lebensdauern der Niveaus weichen in gewohnter Weise von den Einteilchenwerten ab; überraschend grosse Halbwertszeiten treten aber bei den Dipolübergängen $9/2 - E_1 - 7/2$ und $5/2 - M_1 - 7/2$ auf, wo Verbotenheitsgrade von $\sim 10^6$ festgestellt wurden.

Von Interesse ist auch der Vergleich des Ta^{181} mit dem benachbarten Kern Lu^{175} (siehe Fig. 14). Hier finden wir zwei analoge Anregungszustände $d_{5/2}$, $\Omega = 5/2$ und $h_{11/2}$, $\Omega = 9/2$, aber in

umgekehrter Reihenfolge. Bemerkenswert ist, dass auch beim Lu¹⁷⁵ eine $E_1 - M_2$ -Mischung auftritt, welche den Einteilchen-Übergangswahrscheinlichkeiten widerspricht. Weitere Untersuchungen über solche Mischungen sind im Gange.

Wir danken unserem Institutsvorstand, Herrn Prof. Dr. P. SCHERRER, für seine Unterstützung und Anteilnahme sowie den Herren K. ALDER, Dr. F. GIMMI und Dr. P. MARMIER für viele fördernde Diskussionen.

Literatur.

- ¹⁾ E. HEER, R. RÜETSCHI, F. GIMMI und W. KÜNDIG, *Helv. Phys. Acta* **28**, 336 (1955).
- ²⁾ P. DEBRUNNER, E. HEER und R. RÜETSCHI, *Helv. Phys. Acta* **28**, 473 (1955).
- ³⁾ E. HEER, R. RÜETSCHI und P. SCHERRER, *Z. f. Naturf.* **10a**, 834 (1955).
- ⁴⁾ K. Y. CHU und M. L. WIEDENBECK, *Phys. Rev.* **75**, 226 (1949).
- ⁵⁾ L. C. BIEDENHARN und M. E. ROSE, *Rev. Mod. Phys.* **25**, 729 (1953).
- ⁶⁾ F. GIMMI, E. HEER und P. SCHERRER, *Helv. Phys. Acta* **29** (1956).
- ⁷⁾ D. R. HAMILTON, *Phys. Rev.* **58**, 122 (1940).
- ⁸⁾ A. ABRAGAM und R. V. POUND, *Phys. Rev.* **92**, 943 (1953).
- ⁹⁾ K. ALDER, *Helv. Phys. Acta* **25**, 235 (1952).
- ¹⁰⁾ K. ALDER, H. ALBERS-SCHÖNBERG, E. HEER und T. B. NOVEY, *Helv. Phys. Acta* **26**, 761 (1953).
- ¹¹⁾ H. FRAUENFELDER in Kai Siegbahn: „Beta and Gamma Ray Spectroscopy“.
- ¹²⁾ M. FERENTZ und N. ROSENZWEIG, *ANL Report* 5324 (1954).
- ¹³⁾ H. ALBERS-SCHÖNBERG, E. HEER und P. SCHERRER, *Helv. Phys. Acta* **27**, 337 (1954).
- ¹⁴⁾ E. L. CHURCH und J. J. KRAUSHAAR, *Phys. Rev.* **88**, 419 (1952).
- ¹⁵⁾ J. S. LAWSON und H. FRAUENFELDER, *Phys. Rev.* **91**, 649 (1953).
- ¹⁶⁾ S. FRANKEL, *Phys. Rev.* **83**, 673 (1953).
- ¹⁷⁾ A. M. FEINGOLD und S. FRANKEL, *Phys. Rev.* **97**, 1025 (1955).
- ¹⁸⁾ F. K. MCGOWAN, *Phys. Rev.* **93**, 471 (1954).
- ¹⁹⁾ L. PASSERINI, *Gazz. Chim. Italiana* **60**, 771 (1930).
- ²⁰⁾ W. A. ROTH und G. BECHER, *Zs. Phys. Chem.* **159**, 1 (1932).
- ²¹⁾ G. v. HEVESEY und E. CRUNER, *Zs. anorg. Chem.* **195**, 343 (1931).
- ²²⁾ G. HAMPSON und L. PAULING, *J. Am. Chem. Soc.* **60**, 2702 (1938).
- ²³⁾ G. ENGEL, *Zs. f. Kristallogr.* **A90**, 341 (1935).
- ²⁴⁾ H. AEPPLI, H. FRAUENFELDER und M. WALTER, *Helv. Phys. Acta* **24**, 335 (1951).
- ²⁵⁾ H. AEPPLI, H. ALBERS-SCHÖNBERG, H. FRAUENFELDER und P. SCHERRER, *Helv. Phys. Acta* **25**, 339 (1952).
- ²⁶⁾ H. ALBERS-SCHÖNBERG, E. HEER, T. B. NOVEY und P. SCHERRER, *Helv. Phys. Acta* **27**, 547 (1954).
- ²⁷⁾ S. RABOY und E. V. KROHN, *Phys. Rev.* **95**, 1689 (1954).
- ²⁸⁾ J. H. GISOLF und P. O. ZEEMANN, *Nature* **132**, 566 (1953).
- ²⁹⁾ N. G. GRACE und E. McMILLAN, *Phys. Rev.* **44**, 949 (1935).
- ³⁰⁾ J. H. GISOLF, *Dissertation*. Amsterdam (1935), unpubliziert.
- ³¹⁾ B. M. BROWN und D. H. TOMBOULIAN, *Phys. Rev.* **88**, 1158 (1952).
- ³²⁾ T. SCHMIDT, *Zs. f. Phys.* **121**, 63 (1943).
- ³³⁾ T. KAMEI, *Phys. Rev.* **99**, 789 (1955).
- ³⁴⁾ P. F. A. KLINKENBERG, *Rev. Mod. Phys.* **24**, 63 (1954).

- ³⁵⁾ R. J. BLIN-STOYLE, *Rev. Mod. Phys.* **28**, 75 (1956).
- ³⁶⁾ J. RAINWATER, *Phys. Rev.* **79**, 432 (1950).
- ³⁷⁾ B. R. MOTTELSON und S. G. NILSSON, *Phys. Rev.* **99**, 1645 (1953).
- ³⁸⁾ A. BOHR und B. R. MOTTELSON, *Kong. Danske Videnskab. Selskab. Mat. Phys. Medd.* **27**, Nr. 16 (1953).
- ³⁹⁾ T. HUUS und C. ZUPANČIČ, *Kong. Danske Videnskab. Selskab. Mat. Phys. Medd.* **28**, Nr. 1 (1953).
- ⁴⁰⁾ P. H. STELSON und F. K. MCGOWAN, *Phys. Rev.* **99**, 112 (1955).
- ⁴¹⁾ F. K. MCGOWAN und P. H. STELSON, *Phys. Rev.* **99**, 127 (1955).
- ⁴²⁾ T. HUUS, J. H. BJERREGAARD und B. ELBEK, *Dan. Mat. Phys. Medd.*
- ⁴³⁾ L. SLIV, priv. Mitteilung.
- ⁴⁴⁾ S. G. NILSSON, *Dan. Mat. Phys. Medd.* **29**, Nr. 16 (1955).
- ⁴⁵⁾ W. C. BARBER, *Phys. Rev.* **80**, 332 (1950).
- ⁴⁶⁾ F. K. MCGOWAN, *Phys. Rev.* **93**, 163 (1954).
- ⁴⁷⁾ F. BOEHM und P. MARMIER, *Phys. Rev.*
- ⁴⁸⁾ A. A. BASHILOV, N. M. ANTONEVA, B. S. DZHELEPOV, A. I. DOLGENTSEVA, *Izvest. Akad. Nauk. Ser. Fiz. SSSR.* **17**, 437 (1953).
- ⁴⁹⁾ C. Y. FAN, *Phys. Rev.* **87**, 252 (1952).
- ⁵⁰⁾ M. GOLDBABER und A. W. SUNYAR, *Phys. Rev.* **83**, 906 (1953).
- ⁶¹⁾ S. DE BENEDETTI und F. K. MCGOWAN, *Phys. Rev.* **74**, 728 (1948).
- ⁵²⁾ F. K. MCGOWAN, ORNL Report 952 (1951).
- ⁵³⁾ T. C. ENGELDER, *Phys. Rev.* **90**, 259 (1953).
- ⁵⁴⁾ H. DE WAARD, Dissertation, Groningen (1954).
- ⁵⁵⁾ C. SHEER, A. ZINN und N. HARTMANN, *Rev. Sc. Instr.* **26**, 942 (1955).
- ⁵⁶⁾ S. A. MOSZKOWSKI, in Kai Siegbahn's „Beta and Gamma Ray Spectroscopy“.
- ⁵⁷⁾ G. ALAGA, K. ALDER, A. BOHR und B. R. MOTTELSON, *Dan. Mat. Phys. Medd.* **29**, Nr. 9 (1955).
- ⁵⁸⁾ D. E. BUNYAN, A. LUNDBY, A. H. WARD und D. WALKER, *Proc. Phys. Soc. (London)* **61**, 300 (1948).
- ⁵⁹⁾ R. E. BELL und L. G. ELLIOT, Chalk River Lab. Rep. PR-P-7 (1950).
- ⁶⁰⁾ A. W. SUNYAR, Private Mitteilung.
- ⁶¹⁾ J. M. CORK, W. H. NESTER, J. M. LEBLANC und K. W. RICE, *Phys. Rev.* **92**, 119 (1953).
- ⁶²⁾ A. BISI, S. TERRANI und L. ZAPPA, *Nuovo Cim.* **10**, I, 651 (1955).
- ⁶³⁾ P. DEBRUNNER, E. HEER, W. KÜNDIG und R. RÜETSCHI, *Helv. Phys. Acta.*
- ⁶⁴⁾ D. M. CHASE und L. WILETS, *Phys. Rev.* **101**, 1038 (1956).
- ⁶⁵⁾ J. B. GUERNSEY und A. WATTENBERG, *Phys. Rev.* **101**, 1516 (1956).
- ⁶⁶⁾ R. B. DAY, *Phys. Rev.* **102**, 767 (1956).
- ⁶⁷⁾ R. B. DAY, A. E. JOHNSRUD, D. A. LIND, *Bull. Am. Phys. Soc.* **1**, Nr. 1, 56 (1956).
- ⁶⁸⁾ M. GOODRICH und E. C. CAMPBELL, *Phys. Rev.* **79**, 418 (1950).
- ⁶⁹⁾ T. F. GODLOVE und J. G. CARVER, *Phys. Rev.* **99**, 1634 (1955).

Etude de l'évaporation nucléaire dans Ag et Pt par émulsions en sandwich

par Cl. Zangger et J. Rossel

(Institut de Physique, Université de Neuchâtel)

(13. VIII. 1956.)

Summary. The technique of sandwiching metal foils of different elements between nuclear emulsions is analysed in its application to the study of nuclear evaporation induced by cosmic rays in Ag and Pt at 3600 m above sea level.

The characteristics of the star size distributions and of the nuclear evaporation in the two elements are investigated with special emphasis on the anomalies in the energy spectrum of the emitted α -particles. Theoretical interpretations are discussed.

I. Introduction¹⁾²⁾³⁾⁴⁾.

A la suite des premières recherches expérimentales sur les étoiles enregistrées dans les émulsions photographiques (BLAU, WAMBACHER, SCHOPPER, STETTER, ORTNER, etc.; 1937—1940) et des premiers travaux théoriques sur le modèle statistique du noyau (BOHR, KALCKAR, WEISSKOPF; 1937), les principales caractéristiques de la production des traces noires peuvent s'interpréter comme évaporation nucléaire. Cependant, certaines incompatibilités persistent que les perfectionnements théoriques de BAGGE (1939—1944) ne parviennent pas à réduire complètement. Une fois la technique de l'émulsion nucléaire arrivée à maturité (1948 env.), les investigations de HARDING, LATTIMORE, PERKINS, PAGE, BERNARDINI, MANFREDINI, CORTINI, etc. (1949—1950) apportent un nombre considérable de précisions expérimentales qui dans l'ensemble paraissent en accord avec les prédictions de la théorie raffinée par LE COUTEUR (1950—1952).

Sur la base d'un modèle statistique de noyau, composé de nucléons constituant un gaz de Fermi, supposé indéformable et à barrière de Coulomb partiellement transparente, une image satisfaisante et pour certains aspects quantitative du phénomène peut être donnée.

Divers problèmes essentiels demeurent néanmoins en suspens :

- élargissement anormal du spectre d'énergie des particules α ,
- émission de fragments lourds,
- prédiction quantitative du rapport d'émission des différentes particules,
- caractéristiques de l'excitation par la particule incidente.

D'autre part, il semble bien que différentes concordances trouvées entre théorie et expérience ne sont encore que fortuites. L'anomalie du spectre des α a suscité divers essais d'interprétation; le plus intéressant, développé par SÜSSMANN⁵⁾ et basé sur l'effet Doppler dû à une fission du noyau accompagnant l'évaporation, sera examiné ultérieurement dans ce travail.

La plupart des recherches expérimentales concernant l'évaporation nucléaire produite par les rayons cosmiques se rapportent à une altitude d'exposition standard d'environ 3600 m sur mer (Jungfraujoch); à ce point de vue, leur comparaison est facilitée. Par contre, l'interprétation de résultats pour les événements ayant leur origine dans l'émulsion est inévitablement perturbée par le fait que le noyau responsable ne peut être identifié avec certitude*). Une étude portant sur un spectre composé produit par Ag et Br en nombres de noyaux égaux est très mal justifiée pour les α . En effet, la différence des hauteurs V des barrières de Coulomb entre Ag et Br fixe le décalage en énergie E des spectres composants; or, pour la valeur moyenne de la température T d'excitation nucléaire à l'altitude du Jungfraujoch, cette différence devient comparable à la largeur attendue du spectre de chaque élément**). Pour ces raisons, une amélioration expérimentale s'impose.

Les procédés permettant d'identifier sans ambiguïté le noyau responsable d'une réaction sont les suivants :

1^o *Contact unilatéral*, appliqué par HODGSON⁶⁾ à l'étude de l'évaporation nucléaire dans Pb (Jungfraujoch; C-2, épaisseur utile du Pb: 100 μ).

2^o *Sandwiches*, utilisés par BARBOUR⁷⁾ pour l'étude de la section efficace de production des étoiles et l'étude des traces grises (ballon; G-5).

*) Dans une émulsion nucléaire normale, le groupe des noyaux lourds (Ag, Br) couvre environ 74% de la «surface géométrique nucléaire», le groupe des légers (C, N, O) 22% et l'hydrogène 4%. La seule discrimination sûre est l'attribution des étoiles ayant plus de sept traces au groupe lourd. Certains auteurs ont procédé par différence sur des sandwiches de gélatine.

**) Pour un noyau indéformable à barrière de Coulomb impénétrable: énergie moyenne du spectre: $E = 2T + V$; largeur théorique à mi-hauteur: $\simeq 2,4 T$ soit 4.1 MeV pour Ag (voir V, B); $V_{Br} \simeq 11.4$ MeV et $V_{Ag} \simeq 14.2$ MeV: ΔV (Ag—Br) $\simeq 2,8$ MeV.

3^o Réseau de filaments ingérés dans l'émulsion, employé par SILVER et WANIEK⁸) à la détection de réactions par les neutrons très rapides (G-5).

4^o Enfin, tentative infructueuse d'introduction de poussières matérielles dans l'émulsion.

Etant donnés les essais et les résultats de HODGSON⁶), nous avons jugé le procédé du sandwich, avec feuilles intermédiaires moins épaisses, plus adéquat à l'étude du spectre d'énergie des α . Nous étudions dans ce travail la mise au point et les limites d'application de la méthode et tentons de préciser les caractéristiques de l'évaporation, spécialement en ce qui concerne le comportement anormal des α . Nous choisissons pour cibles deux noyaux lourds pour lesquels la théorie statistique est susceptible de s'appliquer, soit Ag (permettant le raccordement aux résultats connus extraits de l'émulsion) et Pt.

II. Méthode expérimentale.

A. Description générale.

Les sandwiches sont réalisés au moyen d'émulsions *Kodak NT-2a* ($100\ \mu$; $2,5 \times 7,5\text{ cm}$) sur support de verre et de feuilles métalliques de Ag ($32,0\ \mu$) et de Pt ($20,4\ \mu$) soigneusement laminées et recuites sous presse*); ils sont maintenus sur leurs grands côtés par de longues pinces-ressort.

L'irradiation (78 jours) est effectuée à la *Station alpine du Jungfrauoch* sous la coupole de l'observatoire Sphynx (3600 m sur mer). Les cibles se trouvent juxtaposées horizontalement dans un boîtier plat en Al peu épais (2 mm), étanche et rempli d'azote sec.

Le développement des émulsions est obtenu par obturation thermique au moyen des solutions usuelles.

L'exploration**) et la reconstruction géométrique des étoiles sont exécutées sur le sandwich: l'exploration par optique binoculaire de grossissement $225\times$ (diamètre du champ de vue $\simeq 750\ \mu$) et la reconstruction par projection cotée normale, d'agrandissement $380\times$ (un miroir monté sur tube monoculaire incliné projette l'image sur une planche à dessin horizontale). La Fig. 1 montre une microprojection d'étoile.

*) Nous tenons à remercier M. A. K. FOROUD, Dr. ing., de Métaux Précieux S. A., de son obligeance dans la préparation des feuilles.

**) L'exploration consiste à rechercher systématiquement toute trace qui est sans continuation dans l'émulsion opposée, puis les traces qui, à l'intérieur des critères de mesure (IV, A), peuvent se combiner avec la première en une étoile d'au moins deux branches.

B. Difficultés particulières.

Destruction électrochimique des sandwichs.

Les métaux (Al, Fe, etc.) dont le potentiel électrochimique est supérieur à celui de AgBr se corrodent à partir des zones de contact métal-émulsion qui opèrent avec l'humidité comme piles galvaniques; ils réduisent Ag à l'état métallique et se transforment en bromures, sels généralement très hygroscopiques, en oxydes et en hydroxides, observables au microscope (la forte action hygroscopique du phénomène est caractérisée par l'observation suivante: dans une ambiance desséchée, l'appel d'humidité cause au voisinage immédiat et encore intact de la zone

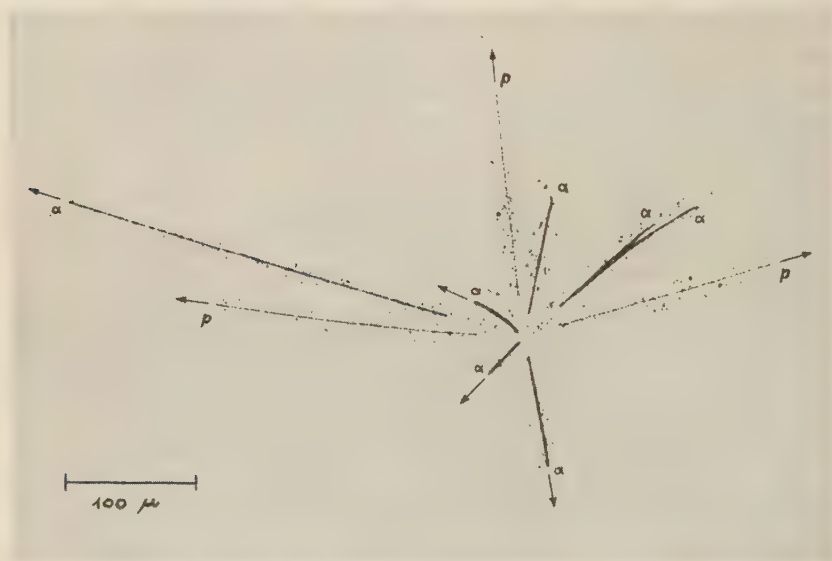


Fig. 1.

Photo-mosaïque des traces d'une étoile de Pt inscrites dans l'émulsion inférieure (agrandissement 165 ×).

Les branches marquées d'une flèche aboutissent dans le support de l'émulsion.

de contact une réticulation suffisante de l'émulsion pour provoquer un craquèlement*); ce dernier par contre n'apparaît pas pour des conditions normales d'humidité ambiante). L'humidité de l'émulsion provoque une détérioration progressive et totale du sandwich, et cela d'autant plus rapidement que l'écart des potentiels électrochimiques en compétition est élevé et que l'humidité ambiante est forte. Dans des conditions hygrométriques normales, un sandwich de Al est détruit en quelques jours, un sandwich de Fe en quelques semaines: émulsion et métal se sont fondus en une glu de la couleur caractéristique des nouveaux sels formés. L'application d'une mince couche isolante est indispensable pour ces métaux, superflue pour Ag et Pt.

*) Il subsiste toujours une humidité résiduelle dans l'émulsion.

Destruction mécanique des sandwiches.

La gélatine étant hygroscopique, les émulsions sont soumises à une intense sollicitation mécanique interne pendant les brusques variations des conditions hygrométriques qui leur sont imposées au début et à la fin du séjour dans l'azote sec (par manque d'expérience, nous avons en effet omis de ralentir les transitions hygrométriques). Durant les heures qui suivent le démontage des sandwiches, après l'ouverture du boîtier étanche, certaines émulsions brisent leur support, d'autres se décollent, se recroquevillent sur elles-mêmes, parvenant à arracher parfois une esquille de verre du support. Utilisant des émulsions de $100\ \mu$, resp. $200\ \mu$ d'épaisseur, nous avons perdu de cette manière environ 30%, resp. 70% des sandwiches.

Amélioration de la netteté d'observation de l'émulsion inférieure.

Un bon contact optique entre émulsions, obtenu au moyen d'une couche de baume du Canada, améliore sensiblement la netteté de l'émulsion inférieure. Pour les épaisseurs d'émulsion adoptées, le voile n'affecte ainsi qu'imperceptiblement la netteté d'observation des couches les plus profondes du sandwich.

Alignement des deux émulsions développées.

L'alignement est obtenu d'abord approximativement par superposition de repères inscrits en divers endroits du sandwich au moyen de rayons X (taches d'environ $150\ \mu$ de diamètre), puis, exactement, par superposition des deux centres de quelques étoiles riches en traces. A cet effet, les sandwiches sont sertis dans une monture rectangulaire munie sur ses quatre côtés d'une paire de vis de réglage fin pour chaque plaque. La précision de l'alignement n'est limitée que par la distorsion des émulsions.

Distorsions des émulsions.

Lors du développement, nous avons respecté les principales règles visant à rendre minimale la réticulation des émulsions, à savoir: changements progressifs de la température, températures peu élevées, position horizontale, séchage lent et, plus particulièrement pour la fixation, variation progressive de la concentration saline et faible agitation. La principale cause des distorsions assez fortes constatées dans nos émulsions est à rechercher dans l'intense sollicitation mécanique interne signalée plus haut. Néanmoins, la difficulté causée par les distorsions pour l'identification sûre des étoiles pauvres est facilement surmontée. Les deux centres de chaque étoile riche, obtenus par les tangentes aux traces à la surface des deux émulsions, définissent un décalage relatif (alignement + distorsion) que nous relevons sur une carte topographique du sandwich. Cette dernière permet alors une interpolation suffisamment précise de cet écart. La moyenne des écarts enregistrés est de l'ordre de $10\ \mu$ pour le sandwich de Ag et de $4\ \mu$ pour celui de Pt, pourtant traité de manière identique. Des observations auxiliaires ont été effectuées au moyen de traces individuelles dans des sandwiches vierges.

Facteur d'affaissement de l'émulsion.

Une connaissance précise du facteur d'affaissement est indispensable pour la reconstruction géométrique, en particulier pour la détermination locale de l'épaisseur de la couche de gaz située entre métal et émulsions (III). Il est mesuré par la méthode de l'ellipse au moyen de traces α de Po issues de pollutions déposées sur la surface d'émulsions de contrôle; ces traces s'inscrivent pendant l'exposition aux rayons cosmiques, la méthode tient compte automatiquement de l'influence des

conditions hygrométriques extrêmes; l'effet des fluctuations hygrométriques du laboratoire lors de la mesure est négligeable. Une mesure de contrôle au comparateur mécanique, corrigée pour les conditions extrêmes d'humidité, recoupe très bien la valeur obtenue: $2,35 \pm 0,06$.

Effacement de l'image latente.

Le phénomène du fading est rendu inoffensif par le maintien des sandwichs dans un gaz inerte sec (N_2). Des émulsions de contrôle irradiées de l'extérieur par les α de Po sur deux portions de surface distinctes, l'une avant, l'autre après l'exposition aux rayons cosmiques, indiquent un taux de fading inférieur à 5%. La discrimination $\alpha-p$ n'est ainsi pas affectée.

Discrimination $\alpha-p$.

Nous discriminons uniquement entre traces de particules simplement chargées ($_1H^1$ en grande majorité, $_1H^2$, $_1H^3$) que nous appellerons protons (indice 1) et traces de particules doublement chargées ($_2He^4$ en grande majorité, $_2He^3$) que nous appellerons alphas (indice 2), les fragments plus lourds étant pratiquement éliminés par le procédé du sandwich. L'émulsion NT-2a choisie assure une discrimination $\alpha-p$ meilleure que l'émulsion G-5 dans le domaine des énergies d'évaporation; elle restreint l'étude des étoiles à la catégorie des traces noires qui sont les seules à être prises en considération dans tout ce travail: $E_p < 25 \text{ MeV}$, $E_\alpha < 50 \text{ MeV}$.

Les particules s'arrêtant dans l'émulsion sont aisément identifiées grâce aux comportements caractéristiques différents des α et p en fin de parcours. Les particules sortant de l'émulsion sont discriminées en comparant la densité de grains de leurs traces avec celle de traces complètes et identifiées d'étoiles contenues dans l'émulsion; cela nécessite un développement parfaitement homogène ou un contrôle local à chaque détermination.

Pour cette seconde catégorie de particules, la discrimination par la densité de grains prête à confusion aux énergies faibles des p et grandes des α , mais cette incertitude est levée par l'observation du taux de variation de la densité de grains. D'autre part, la fréquence d'enregistrement de traces de ce type est très faible.

III. Imprécisions expérimentales.

A. Distributions des étoiles.

Il faut s'assurer:

a) que les conditions de distorsion, de fond de traces simples et les erreurs de reconstruction permettent de contrôler efficacement la convergence géométrique des branches des étoiles pauvres afin d'éviter la détection d'étoiles factices et la perte d'étoiles réelles;

b) que la diffusion coulombienne nucléaire de particules indépendantes ne constitue pas une source d'étoiles factices lors de la reconstruction.

a) Les émulsions n'étant pas rigoureusement planes, il existe de chaque côté de la feuille métallique une couche de gaz d'épaisseur δ variable qui complique le contrôle de la corrélation géométrique de traces situées de part et d'autre. La reconstruction d'étoiles riches

(ou de traces individuelles traversant le sandwich) détermine avec précision l'écart vertical local séparant les surfaces des deux émulsions (c'est-à-dire aussi la valeur de δ moyenne sur les deux côtés) que nous reportons sur une carte topographique du sandwich. Pratiquement, cette dernière permet d'interpoler l'écart vertical à l'emplacement des étoiles pauvres dont la reconstruction définit alors l'écart horizontal des émulsions; ce dernier doit être compatible avec celui que nous extrayons de la carte topographique des décalages horizontaux. Les différences observées entre les deux valeurs représentent un cercle d'imprécision globale pour la reconstruction, de rayon $a \simeq 5 \mu$.

Le problème étant ainsi ramené à une coïncidence dans le plan, le nombre attendu d'étoiles factices à ϱ branches produites sur une surface horizontale $s = \pi a^2$ à partir d'une densité superficielle n de traces vaut:

$$\frac{(n \cdot s)^{\varrho} \cdot e^{-(n \cdot s)}}{\varrho!}.$$

Pour $\varrho = 2$, n ne comprend que les traces individuelles sans continuation dans l'émulsion opposée ($n \simeq 6,3 \text{ mm}^{-2}$); le rapport (étoiles factices)/(étoiles réelles) se monte à 6% (estimation extrême!).

Pour $\varrho = 3$, n comprend toutes les traces individuelles ($n \simeq 33,5 \text{ mm}^{-2}$); le même rapport tombe à 2‰ (estimation extrême!).

Avec nos émulsions semi-sensibles, la mesure est donc objective depuis $\varrho = 2^*$). Le choix de l'épaisseur de la feuille métallique est alors un compromis entre le rapport (production des étoiles)/(fond de traces individuelles) d'une part et les probabilités d'enregistrement des étoiles d'autre part.

b) Pour éviter les conflits avec les nombreuses traces individuelles faiblement diffusées et avec les quelques cas de fortes distorsions, nous n'avons pris en considération que les étoiles $\varrho = 2$ d'ouverture angulaire $0^\circ \leq \lambda \leq 144^\circ$ et corrigé le nombre obtenu sur la base de l'isotropie spatiale. Si nous utilisons la formule de Rutherford en y introduisant les valeurs les plus défavorables, nous trouvons que le nombre de traces individuelles diffusées telles que $\lambda \leq 144^\circ$ est au maximum égal au nombre d'étoiles $\varrho = 2$ réelles. Tenant en outre compte du fait que nous nous aidons de la variation de la densité de grains pour éliminer ces étoiles fictives, nous sommes en mesure d'affirmer l'objectivité du résultat acquis. L'émulsion G-5 serait prohibitive sous ce rapport.

*) Un essai préliminaire a établi que pour des émulsions sensibles aux électrons la limite de sécurité devrait être choisie à la valeur minimale $\varrho = 3$ pour laquelle le rapport (étoiles factices)/(étoiles réelles) $\simeq 8\%$.

Nous avons utilisé le même critère et la même correction pour les étoiles $\varrho = 3$ et 4 ($\lambda \leq 162^\circ$ appliqué à chacune des paires de traces) pour éviter les conflits avec quelques cas de fortes distorsions ($\varrho = 3$) et avec les étoiles factices ($\varrho = 4$).

B. Spectres d'énergie.

Les spectres d'énergie sont établis par mesure des parcours partiels dans le métal et dans l'émulsion à partir des traces s'arrêtant dans l'émulsion. La couche de gaz (épaisseur moyenne sur tous les événements retenus $\delta \simeq 9 \mu$ pour les deux sandwiches) est sans effet sensible sur le freinage des particules et sur la mesure du nombre des étoiles; mais elle rend impossible une détermination univoque de la position intermédiaire de la feuille. Nous avons admis a) qu'elle était exactement médiane chaque fois que la position du centre reconstruit tombe dans le métal, sinon b) en contact intime avec l'émulsion la plus proche du centre. Nous avons toujours tenu compte de la valeur locale de δ .

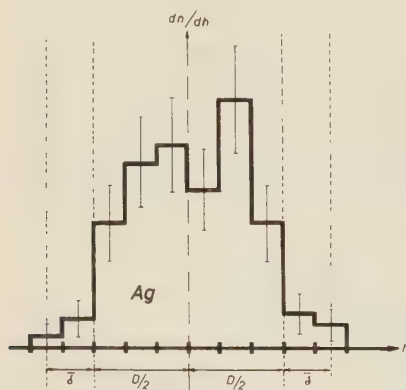


Fig. 2.

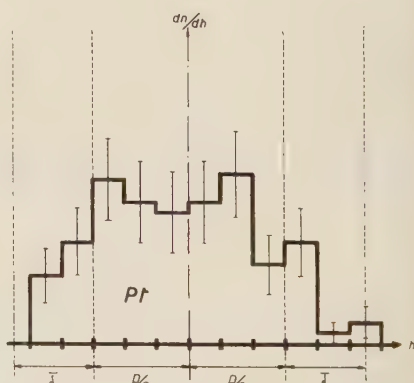


Fig. 3.

Distributions des positions verticales des centres d'étoile.

h = distance verticale du centre d'étoile au plan médian inter-émulsions.

dn/dh = nombres d'étoiles par intervalle de hauteur.

D = épaisseur de la feuille métallique.

Les Figures 2 et 3 montrent un contrôle statistique de la position intermédiaire de la feuille. L'histogramme est symétrique pour le sandwich de Ag, plus peuplé vers la gauche pour le sandwich de Pt; 8% des étoiles de Ag ont nécessité l'alternative b) ci-dessus, 27% pour Pt. Calculant la fréquence de ces cas sur la base de l'équiprobabilité de la position entre les deux émulsions, nous obtenons pour

Ag 12% et pour Pt 18%. Ces chiffres indiquent que la feuille de Ag avait entre les émulsions une position plus favorable que celle de Pt. L'incertitude d'énergie résultante ΔE correspondant à ΔR tel que

$$\Delta R \simeq \frac{\bar{\delta}}{\cos \vartheta} \simeq 2 \bar{\delta}$$

(ϑ — angle d'inclinaison avec la normale au sandwich) est de l'ordre de la largeur de classe des histogrammes; la comparaison des spectres de Ag et de Pt est valable, car notre choix de l'épaisseur de feuille D assure que l'expression $Ds/\bar{\delta}$, où s = pouvoir de freinage du métal, a sensiblement la même valeur pour les deux éléments. Une amélioration technique du sandwich au point de vue de la résolution en énergie est souhaitable et possible.

IV. Corrections expérimentales.

Le calcul des pertes de traces et d'étoiles est basé sur l'hypothèse de l'*isotropie spatiale* des traces d'évaporation dans le système du laboratoire. Cette hypothèse est satisfaite de manière suffisante: nous obtenons pour les protons un excès de traces vers le bas (nombre vers le bas moins nombre vers le haut sur nombre total) de $0,07 \pm 0,07$ dans Ag et $0,17 \pm 0,08$ dans Pt, pour les α des excès de $0,23 \pm 0,16$ resp. $0,27 \pm 0,13$.

A. Probabilités d'enregistrement des traces.

Pour mesure géométrique de l'énergie E d'une particule, nous prenons le chemin total R que cette particule aurait pu parcourir dans l'élément de la feuille intermédiaire. La probabilité d'enregistrement $p(R)$ d'une trace se réduit alors au calcul d'un angle spatial pris en moyenne sur l'épaisseur de la feuille métallique (Fig. 4):

$$p(R) = 2 \cdot \frac{1}{2D} \int_0^D dx \int_{\vartheta_{\min}(x, R)}^{\vartheta_{\max}(x, R)} \sin \vartheta d\vartheta.$$

Les limites de ϑ sont définies par nos critères de mesure et par la restriction aux traces s'arrêtant dans l'émulsion ou pouvant la traverser.

Critère 1 ($e \geq 1/3 L$): La trace doit avoir dans l'émulsion un parcours géométrique e supérieur au tiers du parcours initial L hors de l'émulsion. Ce critère est requis par une saine reconstruction géométrique de l'étoile.

La perte d'énergie dans la couche de gaz étant négligeable, nous avons pour l'équivalence des parcours dans l'émulsion $e \cdot S = R - x/\cos \vartheta$ où S est le pouvoir d'arrêt de l'émulsion relatif à l'élément intermédiaire; avec la condition $e = 1/3 L$ et la relation géométrique $L = (x + \delta)/\cos \vartheta$, il vient pour limite:

$$\vartheta_{\max} = \vartheta_1(x, R) = \arccos \left[\frac{x}{R} \left(1 + \frac{S}{3} \right) + \frac{\delta}{R} \frac{S}{3} \right].$$

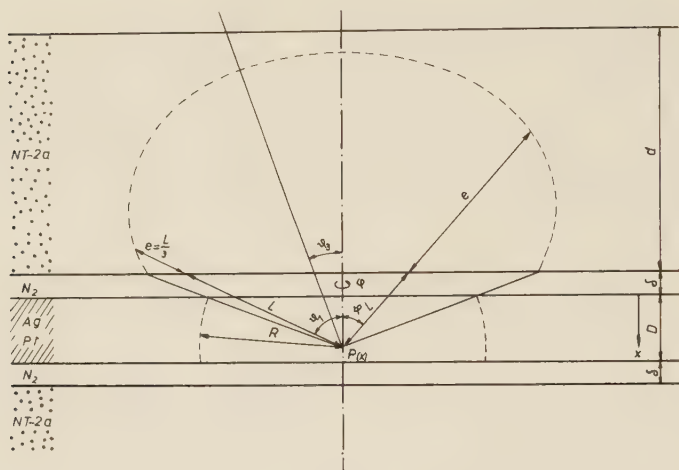


Fig. 4.

Coupe idéalisée du sandwich.

δ ne varie pratiquement pas sur un champ de vue.

Critère 2 ($L \leq \varrho$): La trace doit émerger dans l'émulsion à une distance du centre d'étoile inférieure au rayon ϱ du champ de vue ($\varrho/(D + \delta) \simeq 8$):

$$\vartheta_{\max} = \vartheta_2(x) = \arccos \frac{x + \delta}{\sqrt{\varrho^2 + (x + \delta)^2}}.$$

Critère 3 ($\vartheta \geq 20^\circ$): Les traces d'inclinaison ϑ inférieure à 20° sont exclues pour faciliter le travail de discrimination:

$$\vartheta_{\min} = \vartheta_3 = 20^\circ$$

Cas I: Nous ne considérons que les traces s'arrêtant dans l'émulsion. A la surface extérieure de l'émulsion, l'équivalence des parcours donne $R = x/\cos \vartheta + (d/\cos \vartheta) \cdot S$; il vient pour limite:

$$\vartheta_{\min} = \vartheta_I(x, R) = \arccos \left(\frac{x}{R} + \frac{d}{R} \cdot S \right).$$

Cas II: Nous tenons compte des traces traversant l'émulsion:

$$\vartheta_{\min} = \vartheta_{II} = \vartheta_3.$$

Le calcul numérique des cas I et II a permis l'établissement de courbes de probabilité d'enregistrement qui nous ont servi à déterminer les corrections pour les différentes énergies.

Le passage de $p(R)$ à $p(E)$ pour les deux groupes de particules et les deux éléments est donné par les relations $R(E)$; dans le calcul numérique de $p(R)$, nous tenons compte de la variation, avec l'énergie, des pouvoirs d'arrêt de l'émulsion relatifs aux éléments en adoptant leurs valeurs successives sur plusieurs domaines d'énergie suffisamment étroits. Nous avons utilisé les relations $R(E)$ indiquées par ARON-HOFFMAN-WILLIAMS⁹⁾ pour Al, Cu, Ag, Pb et par ROTBLATT¹⁰⁾ pour l'émulsion en atmosphère sèche; la relation $R(E)$ dans Pt est obtenue par interpolation sur Z des pouvoirs d'arrêt atomiques des autres éléments sur une même gamme d'énergie.

Il est justifié dans notre application de prendre la moyenne de la probabilité sur l'épaisseur de la feuille métallique et de la considérer comme fonction de l'énergie; en effet, même dans le cas le plus défavorable des α , l'énergie maximale ΔE ($\Delta R = D/\cos \vartheta$) $\simeq 16$ MeV perdue dans la feuille est encore inférieure à la plupart des énergies du spectre. D'autre part, l'adoption de la position médiane de la feuille pour la mesure des parcours partiels et le choix pour δ d'une valeur moyenne sur tous les événements retenus n'affectent pas le résultat de manière sensible.

Rappelons que pour l'établissement des spectres, nous ne prenons en considération que les traces s'arrêtant dans l'émulsion; l'inverse de la probabilité $p(E)$ pour le cas I est donc le facteur correctif de l'ordonnée.

B. Probabilités d'enregistrement des étoiles.

Pour l'établissement des distributions d'étoiles, nous tenons compte des traces traversant l'émulsion et attribuons à chacun des 2 groupes de particules une probabilité d'enregistrement p moyenne. Celle-ci est calculée à partir du spectre énergétique correspondant, établi selon la méthode décrite sous A; nous la déterminons graphiquement:

$$p_{1,2} = \frac{\int_{E=0}^{\infty} p_{1,2}(E) \cdot n_{1,2}(E) \cdot dE}{\int_{E=0}^{\infty} n_{1,2}(E) \cdot dE}$$

	Ag	Pt
p_1	0,755	0,804
p_2	0,541	0,685

(dans cette formule, les probabilités $p(E)$ correspondent au cas II).

Supposant le rapport d'émission $[\alpha/p]$ sensiblement constant (ce qui n'est pas incompatible avec les résultats expérimentaux) et sa valeur moyenne sur toutes les étoiles égale à 0,38 pour Ag et 0,40 pour Pt (voir V, D), nous pouvons considérer les traces des deux groupes

de particules comme équivalentes pour la détectabilité des étoiles et leur attribuer une probabilité d'enregistrement p pondérée sur les deux groupes:

$$p = \frac{p_1}{1 + [\alpha/p]} + \frac{p_2}{1 + [p/\alpha]}.$$

	Ag	Pt
p	0,70	0,77

La probabilité qu'une étoile de ν branches donne q branches détectables dans les émulsions vaut alors:

$$P_q^\nu = \binom{\nu}{q} p^q (1-p)^{\nu-q}$$

et la probabilité totale que cette étoile soit enregistrée est:

$$P_\nu = \sum_{q=2}^{\nu} P_q^\nu = 1 - P_0^\nu - P_1^\nu.$$

Appelant N_ν les nombres réels d'étoiles et N_q les nombres mesurés et faisant état du fait que la distribution réelle est sensiblement de forme exponentielle ($N_\nu = N_0 e^{-\xi \cdot \nu}$), nous pouvons écrire l'enregistrement effectif des N_ν de deux manières équivalentes et les équaler:

$$N_\nu \cdot P_\nu = \sum_{q=2}^{\nu} \left[N_q \cdot \frac{e^{-\xi \cdot \nu} P_q^\nu}{\sum_{\lambda=q}^{\infty} e^{-\xi \cdot \lambda} P_\lambda^\nu} \right].$$

Le second facteur dans la parenthèse représente la fraction des étoiles à q branches enregistrées provenant exclusivement des étoiles à ν branches réelles.

Or:
$$\sum_{\lambda=q}^{\infty} e^{-\xi \cdot \lambda} P_\lambda^\nu = \frac{p^q e^\xi}{[e^\xi - (1-p)]^{q+1}}.$$

Ainsi:

$$N_\nu = \frac{(1-p)^{\nu+1}}{e^{\xi(\nu+1)} \cdot P_\nu} \cdot \sum_{q=2}^{\nu} \left[N_0 \cdot \binom{\nu}{q} \cdot \left(\frac{e^\xi}{1-p} - 1 \right)^{q+1} \right].$$

Nous déterminons ξ au moyen de cette formule par approximations successives (à partir d'une première valeur arbitraire de ξ , nous calculons la distribution N_ν ; celle-ci permet de définir une nouvelle valeur de ξ qui est utilisée pour un second calcul de la distribution, et ainsi de suite). Le procédé converge rapidement; il a le grand avantage d'effacer les fluctuations statistiques des valeurs N_q individuelles, c'est-à-dire pratiquement d'assurer un tracé précis pour la droite $\ln N_\nu / N_0 = -\xi \cdot \nu$ (voir V, A).

Le nombre total des étoiles est donné par :

$$N = \sum_{\nu=2}^{\infty} N_{\nu}$$

et le nombre moyen de traces par étoile vaut :

$$\bar{\nu} = \frac{\sum_{\nu=2}^{\infty} \nu N_{\nu}}{\sum_{\nu=2}^{\infty} N_{\nu}}.$$

Ce principe de correction peut aussi s'appliquer avec la restriction $\varrho \geq 3, 4, \dots$ au moyen d'une formule identique. Il est également utilisable en tenant compte des deux groupes de particules (aucune supposition sur $[\alpha/p]$) par l'introduction de probabilités mixtes, mais l'ampleur des calculs exigerait l'utilisation d'un procédé mécanique et supposerait une statistique d'événements plus rentable.

Afin d'estimer l'influence de la répartition en ϱ des probabilités P_{ϱ}^{ν} dans notre application, nous avons essayé de supposer que toutes les étoiles réelles de ν branches sont détectées comme étoiles à exactement $\varrho = p\nu$ branches, ce qui conserve le caractère exponentiel pour la distribution expérimentale observée ($N_{\varrho} = N_0 e^{-\nu \cdot \varrho}$). Les valeurs de ξ ainsi obtenues ($\xi = p\nu$) sont inférieures d'environ 10% à celles déduites par le procédé ci-dessus.

Signalons à titre indicatif que le système d'équations

$$N_{\varrho} = \sum_{\nu}^{\infty} N_{\nu} P_{\varrho}^{\nu}$$

permet de déterminer à partir d'une distribution réelle N_{ν} connue les valeurs attendues pour la distribution observée. Ce système est par contre inadéquat pour le problème inverse qui est le nôtre; sa solution analytique

$$N_{\nu} = \sum_{\varrho=\nu}^{\infty} N_{\varrho} P_{\nu}^{\varrho} (-p)^{-(\nu+\varrho)}$$

aboutit à un non-sens du point de vue statistique.

V. Résultats et discussion.

Les résultats sont basés sur la mesure de toutes les étoiles $\varrho \geq 2$ trouvées sur une surface de 7,84 cm² d'un sandwich de chaque élément. Les erreurs indiquées sont de nature statistique (erreur quadratique moyenne). Afin d'exclure les étoiles de pollutions radio-

actives ou de désintégrations à faible énergie, nous avons exigé des étoiles qu'elles aient au moins un proton d'énergie $E > 4$ MeV ou une particule α d'énergie $E > 9$ MeV. Rappelons d'autre part notre restriction aux traces noires:

$$E_p < 25 \text{ MeV et } E_\alpha < 50 \text{ MeV.}$$

A. Distributions et productions totales des étoiles.

Les résultats reposent sur l'ensemble des traces noires s'arrêtant dans l'émulsion ou la traversant; ils sont reproduits aux Figures 5 et 6.

Notre procédé de correction, qui a l'avantage d'égaliser les fluctuations statistiques des mesures individuelles N_e , permet de baser

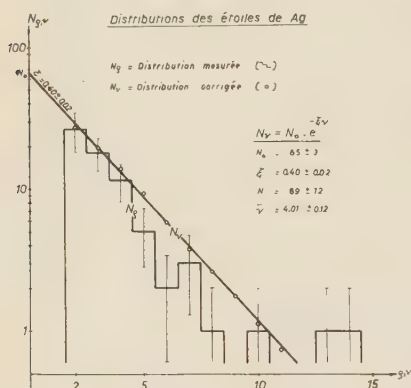


Fig. 5.

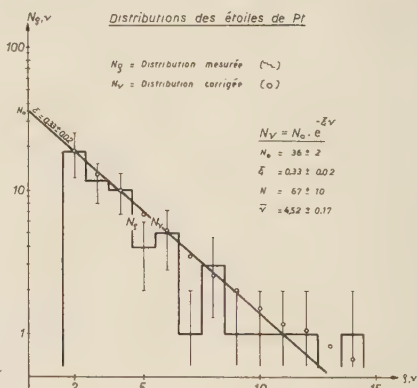


Fig. 6.

Les erreurs indiquées sont celles portant sur les nombres.

la détermination de ξ sur des distributions relativement pauvres (ici 60 à 70 étoiles). Les approximations successives de ξ nous ont conduits pour Ag de 0,37 à 0,39 et de 0,43 à 0,41 et pour Pt de 0,37 à 0,34, puis de 0,34 à 0,33 et de 0,30 à 0,32. L'erreur indiquée pour ξ est l'incertitude du tracé de la droite. La perte totale d'étoiles se monte à 22% pour Ag et 13% pour Pt.

BARBOUR⁷⁾ donne une représentation graphique $\xi(Z)$ construite sur diverses valeurs de la littérature. Nous la transformons dans la représentation $1/\xi(A)$ plus suggestive de la fig. 7 ($1/\xi$ est une indication pour le nombre moyen de traces).

Les valeurs indiquées par C-2 sur ce graphique sont défavorables car elles englobent les traces noires et une proportion de traces grises qui dépend du degré de développement; de même la valeur Pb qui est très imprécise et les valeurs CNO dont la détermination par Barbour nous paraît aléatoire. Les valeurs G-5 et NT-4 englo-

bent à la fois traces noires et grises ($g > 1,4 g_{\min}$); nos valeurs $NT-2a$ ne concernent que les traces noires ($g > 6,8 g_{\min}$).

Les variations observées de ξ avec l'altitude (spectre énergétique incident!) et de $1/\xi$ avec A (cascade et évaporation nucléaires!) sont qualitativement attendues, mais leur interprétation théorique est difficile. Notre valeur ξ_{Ag} (traces noires) est en bon accord avec la valeur ξ_{AgBr} (traces noires et grises) à même altitude. En effet, la relation entre les nombres γ de traces grises et ν de traces noires est reconnue comme étant sensiblement linéaire dans WILSON³⁾

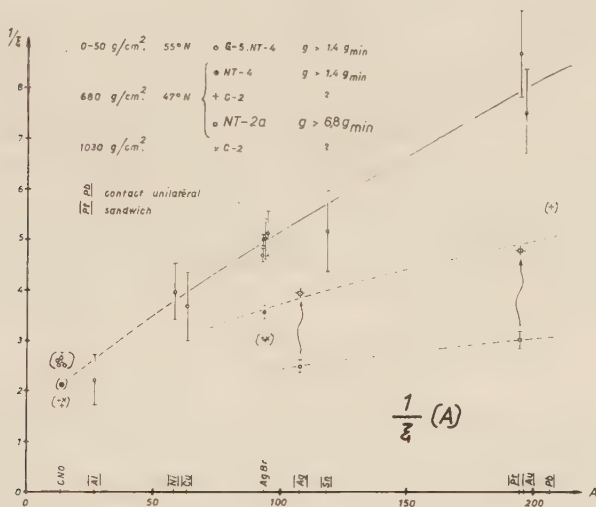


Fig. 7.

Graphique de $1/\xi$ en fonction de A .

La courbe pleine correspond aux altitudes stratosphériques; les mesures comprennent les traces de cascade et d'évaporation.

Les deux courbes pointillées correspondent aux altitudes de montagne; la courbe supérieure comprend les traces de cascade et d'évaporation, la courbe inférieure (nos mesures) tient compte des traces d'évaporation seules.

(p. 37), par BROWN¹¹⁾ à 680 g/cm² dans NT-4 et en outre indépendante du nombre de masse à l'intérieur des erreurs de mesure par BARBOUR⁷⁾ à 15 g/cm² dans G-5. Utilisant la relation de BROWN ($\nu + \gamma \simeq 1,58 \nu - 2,21$) qui correspond à nos conditions, nous devons ainsi diviser nos valeurs ξ par 1,58 pour nous trouver dans le cas englobant traces noires et grises (passage des points $\frac{1}{2}$ aux points $\frac{1}{4}$).

* * *

La production spécifique d'étoiles $\nu \geq 2$ se monte à $(7,7 \pm 1,0) \cdot 10^{-22}$ noyau $^{-1} \cdot$ jour $^{-1}$ pour Ag et $(8,2 \pm 1,3) \cdot 10^{-22}$ pour Pt; elle donne un rapport Ag/Pt de $0,94 \pm 0,19$, alors que le rapport correspondant de $A^{2/3}$ vaut 0,68. Quoique notre résultat ne soit pas très éloigné de la loi donnée par une section efficace purement géométrique ($\sigma \sim A^{2/3}$), il n'en indique pas moins qu'une variation moins rapide de σ avec A est plus probable. Ceci est conforme aux constatations déjà faites par divers chercheurs pour $\nu \geq 2$, à savoir que σ est sensiblement proportionnel à A^k avec $k \simeq 1/2$. BARBOUR⁷⁾ trouve $k \simeq 2/3$ en se limitant à $\nu + \gamma \geq 4$, ce qui, sans justification, demeure une indication arbitraire.

Nous suggérons l'interprétation suivante. La section efficace σ de production de l'ensemble des étoiles est définie par le rayon R de la sphère où agissent les forces nucléaires entre noyau et nucléon incident. Pour tenir compte de la portée éventuellement non négligeable des forces d'interaction à ces énergies et de l'indétermination λ sur la position du nucléon, on est conduit à écrire $R = r_0 \cdot A^{1/3} + a$, où a est une grandeur de l'ordre de r_0 . Si d'autre part on introduit une certaine transparence nucléaire par un libre parcours l produisant un effet de bord, la section efficace sera diminuée et s'écrira $\sigma = \pi [R^2 - (l/2)^2]$, soit :

$$\sigma(A) \simeq \pi r_0^2 \left[A^{2/3} + 2 A^{1/3} + 1 - \left(\frac{l}{2 r_0} \right)^2 \right].$$

Pour notre domaine d'énergie, $l/2 r_0 \sim 1$; le terme dû à la transparence $(l/2 r_0)^2$ n'a dans ce cas une influence sensible sur σ que pour les noyaux légers ($\sim 10\%$ pour $A = 10$ et 5% pour $A = 50$). Dans ces conditions, on peut voir que la loi $\sigma(A)$ est aussi décrite analytiquement de manière satisfaisante en choisissant σ sensiblement proportionnel à A^k avec $k \simeq 1/2$, ce que tend à montrer l'expérience. BARBOUR, en se limitant à $\nu + \gamma \geq 4$, a tendance vraisemblablement à éliminer les étoiles provenant d'impacts limités aux confins extérieurs du noyau et contribuant surtout au terme en $A^{1/3}$.

B. Spectres d'énergie.

A moins d'indications particulières, les données expérimentales et théoriques utilisées dans la suite pour l'interprétation de nos résultats sont tirées de l'article de HAGEDORN et MACKE¹²⁾ paru dans l'ouvrage de HEISENBERG⁴⁾. Un bref aperçu de la théorie de l'évaporation nucléaire est donné en appendice.

Les spectres d'énergie sont basés sur l'ensemble des traces s'arrêtant dans l'émulsion et représentent l'effet global des différentes énergies d'excitation.

a) *Les spectres des protons* présentent un comportement normal et sont interprétés de manière satisfaisante par la formule de l'évaporation instantanée

$$dN = \frac{E - V}{T^2} \cdot e^{-\frac{E - V}{T}} dE$$

à condition que pour la hauteur de la barrière de Coulomb V on prenne une hauteur V' réduite pour la transparence ($V' = \kappa V$). Au moyen de l'expression théorique $\bar{E} = V' + 2T$, où E est l'énergie moyenne d'émission des particules et T la température nucléaire moyenne (voir V, C), nous obtenons $V'_{pAg} = 6,3$ MeV et $V'_{pPt} = 9,1$ MeV. Pour $V_p = zZe^2/R$ où $R = r_0 A^{1/3}$ avec $r_0 = 1,4 \cdot 10^{-13}$ cm, nous prenons les valeurs Z et A correspondant au noyau moyen dans la succession des évaporations: $V_{pAg} = 9,8$ MeV et $V_{pPt} = 13,5$ MeV. Il en résulte $\kappa_{Ag} = 0,64$ et $\kappa_{Pt} = 0,67$.

Divers chercheurs indiquent pour κ_p dans AgBr des valeurs comprises entre 0,6 et 0,7. Si, comme l'indiquent BLATT et WEISSKOPF¹³⁾, on corrige l'expression classique de la section efficace pour tenir compte de l'indétermination λ de la particule incidente, on est conduit à écrire:

$$\sigma(\varepsilon) = \pi(R + \lambda)^2 \cdot \left[1 - \frac{V(R + \lambda)}{\varepsilon} \right].$$

Posant d'autre part:

$$\sigma(\varepsilon) = \pi R^2 \cdot \left[1 - \frac{\kappa \cdot V(R)}{\varepsilon} \right]$$

on obtient pour κ les valeurs approximatives $\kappa \simeq 1 - 0,20 a_x^{-1/2}$ pour le cas de l'évaporation de Ag et $\kappa \simeq 1 - 0,17 a_x^{-1/2}$ pour celui de Pt, en calculant λ pour une énergie voisine de 10 MeV (a_x = nombre de masse de la particule émise). Dans ces conditions, $\kappa_p \simeq 0,80$ pour Ag et 0,73 pour Pt, valeurs supérieures à celles déduites ci-dessus.

b) *Les spectres des particules α* (figs. 8 à 11) sont basés sur une trentaine de traces. Ils présentent la caractéristique déjà connue d'un élargissement anormal, particulièrement prononcé vers les énergies inférieures.

Les courbes théoriques I à III correspondent à la formule de l'évaporation instantanée. Les courbes I sont basées sur un modèle de noyau indéformable avec barrière de hauteur V_α non réduite pour la transparence. Les courbes II tiennent compte de la pénétrabilité par un abaissement de V_α en V'_α avec un κ choisi ici égal à 0,8. Les courbes III sont adaptées au flanc inférieur du spectre expérimental; elles conduisent d'une part à des températures trop élevées et incompatibles avec les énergies d'excitation mesurées;

d'autre part, on obtient ainsi des seuils V''_{α} exagérément réduits dont l'explication par de fortes déformations du noyau n'est guère justifiée du fait du comportement sensiblement normal des protons. Ainsi, seule la partie centrale du spectre semble pouvoir s'interpréter comme une évaporation régulière. En choisissant un seuil s'approchant de V_{α} , on obtient des températures qui rejoignent celles obtenues à partir des énergies d'excitation mesurées [$\bar{T}_{\text{Ag}} \simeq 1,7$ MeV et $T_{\text{Pt}} \simeq 1,4$ MeV (voir V, C)] et compatibles avec les températures dérivées des spectres de protons. Signalons que V_{α} est calculé ici en tenant compte d'une certaine extension de la particule α , soit $V_{\alpha} = 2Ze^2/r_0(A^{1/3} + 4^{1/3})$; en la négligeant, nous obtenons des

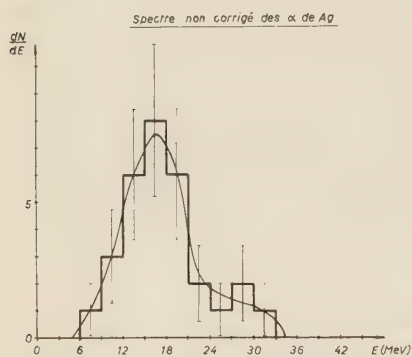


Fig. 8.

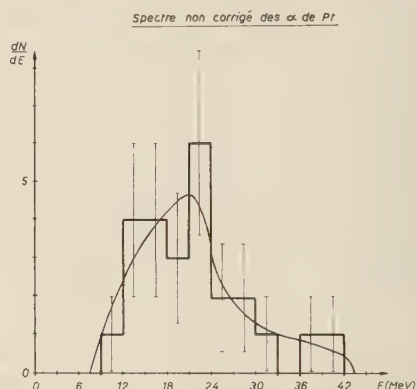


Fig. 9.

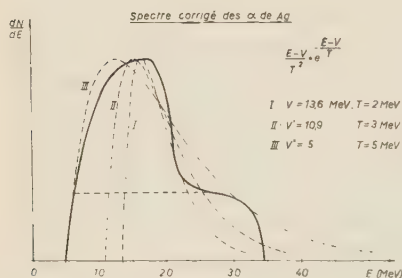


Fig. 10.

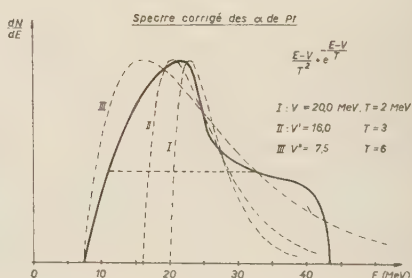


Fig. 11.

seuils V_{α} trop élevés ($V_{\alpha\text{Ag}} = 19,6$ MeV et $V_{\alpha\text{Pt}} = 27,0$ MeV) et les courbes théoriques du type I sont alors manifestement trop décalées vers la droite par rapport à nos résultats. Les spectres α pour Ag et Pt ne présentent pas de différence essentielle et sont décalés conformément aux différences des barrières de Gamow.

De toute évidence, l'interprétation ci-dessus est incomplète. Une grande proportion des particules α sont émises suivant un processus

différent. De fortes déformations nucléaires ne pouvant expliquer une réduction suffisante du seuil V'_α , SÜSSMANN⁵⁾ est conduit à envisager l'influence de la fission qui interviendrait comme processus compétitif. Il trouve, avec un modèle en «gouttelette gazeuse» que les durées de vie pour l'évaporation et la fission sont comparables. Ainsi le spectre des α pourrait être représenté qualitativement par la somme de deux distributions: une distribution d'évaporation normale et une distribution d'évaporation élargie en un palier horizontal et de seuil fortement diminué; ces déformations s'expliqueraient par l'effet Doppler dû au mouvement des fragments de fission et par la hauteur réduite de la barrière de ces fragments. La séparation des deux spectres serait donnée par la ligne pointillée horizontale (figs. 10 et 11). Avec cette description simplifiée, la proportion des α émis après fission serait de 50% pour Ag et 70% pour Pt. L'effet de la fission sur les spectres des protons est pratiquement insensible du fait de la plus petite masse de ces derniers.

Bien qu'attrayante, l'interprétation de SÜSSMANN ne nous paraît pas acceptable. En effet, à notre connaissance, des fragments pouvant être attribués à la fission n'ont été observés que très rarement dans les étoiles issues de l'émulsion (dans le 10% des cas environ, on observe deux fragments dont le parcours est juste visible¹⁴⁾); or, le parcours attendu pour de tels fragments, estimé sur la base de leur rapport avec celui des α (BETHE et ASHKIN¹⁵⁾), devrait être de 10 à 15 μ , donc parfaitement visible. De plus, l'analyse radiochimique des produits de bombardement par des nucléons de grande énergie d'éléments voisins de Ag ne fait apparaître qu'une infime proportion d'isotopes pouvant provenir de la fission (par exemple: spallation de ^{63}Cu par des protons de 340 MeV¹⁶⁾ ou spallation de ^{89}Y par des protons de 240 MeV¹⁷⁾). L'anomalie du spectre α de Ag (de l'ordre de 50% comme indiqué ci-dessus) ne saurait donc s'interpréter en invoquant la fission. Quant aux noyaux lourds, les évidences expérimentales sont également opposées à une compétition de la fission avec l'évaporation. Les observations faites sur U bombardé par des protons de 460 MeV¹⁸⁾ montrent par exemple que la fission, tout en étant relativement fréquente, est un phénomène plus lent qui n'intervient que lorsque le noyau a perdu la totalité de son énergie d'excitation.

Quoi qu'il en soit, l'interprétation de nos résultats ne peut être que sommaire pour les raisons suivantes. Nos spectres expérimentaux, qui correspondent à une gamme étendue d'énergies d'excitation, sont mal assurés sur leur flanc gauche (ce flanc devrait éventuellement présenter une marche d'escalier à la hauteur de la ligne pointillée). D'autre part, le calcul théorique devrait tenir compte

du refroidissement impliqué par la cascade d'évaporations successives. (Pour des énergies d'excitation plus grandes, 500 et 830 MeV, le caractère partiel d'évaporation pure semble même disparaître complètement des spectres de particules α : WILSON³), p. 43.)

C. Energies d'excitation.

L'expérience donne pour l'énergie d'excitation moyenne par étoile :

$$U_0 = \sum_{i=p, \alpha, n} \bar{v}_i (E_i + E_{li})$$

où \bar{v}_i = nombres moyens par étoile des particules émises,

E_i = énergies moyennes des spectres d'émission,

E_{li} = énergies de liaison.

Les valeurs trouvées pour ces grandeurs sont données dans le tableau suivant :

	Ag	Pt
$\bar{v}_p = \bar{v}(1 + [\alpha/p])^{-1}$	2,90	3,23
$\bar{v}_\alpha = \bar{v}(1 + [p/\alpha])^{-1}$	1,11	1,29
$\bar{v}_n = (\Delta N/\Delta Z) (\bar{v}_p + 2 \bar{v}_\alpha) - 2 \bar{v}_\alpha$ *)	5,82	8,36
\bar{E}_p (MeV) **)	9,7	11,9
\bar{E}_α **)	17,5	23,8
\bar{E}_n ***)	$0,80 \cdot T_0$	$0,80 \cdot T_0$
E_{lp} (MeV)	8,6	8,0
$E_{l\alpha}$	3,5	-1,2
E_{ln}	8,6	8,0

*) $\Delta N/\Delta Z$ est pris au fond de la vallée de Heisenberg à l'aide de la formule de Gamow-Weizsäcker-Fermi: 1,57 pour Ag ($\bar{A} = 101$) et 1,88 pour Pt ($\bar{A} = 187$).

**) \bar{E}_p et \bar{E}_α sont déterminés graphiquement à partir des spectres d'énergie expérimentaux.

***) De la théorie de l'évaporation nucléaire: $\bar{E}_i = V_i + 2 T$; ici $V_n = 0$.
 T = température moyenne pendant le refroidissement et T_0 = température initiale obéissent à la relation $T \simeq 0,40 T_0$.

Le modèle statistique du gaz de Fermi donne pour l'énergie d'excitation :

$$U_0 = K_1 A T_0^2$$

où $K_1 \simeq 0,077$ pour Ag et 0,079 pour Pt.

Dans notre application globale à l'ensemble des étoiles, les deux relations ci-dessus, moyennant l'hypothèse $T_0^2 \simeq (\bar{T}_0)^2$, conduisent, par une équation du second degré en T_0 , aux températures initiales moyennes

$$T_{0\text{Ag}} = 4,2 \text{ MeV et } T_{0\text{Pt}} = 3,4 \text{ MeV,}$$

puis aux énergies d'excitation moyennes

$$U_{0\text{Ag}} = 146 \pm 10 \text{ MeV} \text{ et } U_{0\text{Pt}} = 183 \pm 13 \text{ MeV}.$$

Si nous prenons l'excitation des ondes superficielles⁵⁾ en considération par un terme supplémentaire $K_2 A^{2/3} T_0^{7/3}$ où $K_2 \simeq 0,078$, $T_{0\text{Ag}}$ prend la valeur de 3,6 MeV qui ne conduit pas à une interprétation différente des spectres d'énergie et des rapports d'émission $[\alpha/p]$.

L'énergie d'excitation U_0 par trace noire se monte ainsi à 40 MeV pour Pt, 36 MeV pour Ag et, par extrapolation, à $35 (\pm 3)$ MeV pour AgBr. La valeur expérimentale utilisée ordinairement dans la littérature¹⁹⁾ pour AgBr est 35 MeV. Ces résultats sont relativement éloignés de la valeur théorique 48 MeV indiquée par LE COUTEUR²⁰⁾ pour AgBr à partir de la loi donnant le nombre moyen de traces noires en fonction de U_0 . Cette différence reflète pour une part le fait que notre mesure concerne un effet global sur les différentes énergies d'excitation $\bar{T}_0^2 \simeq (\bar{T}_0)^2$, mais aussi, et vraisemblablement surtout, l'anomalie discernée sur les particules α , émises en trop grand nombre pour des énergies trop faibles.

Avec les mêmes conditions que les nôtres, HARDING²¹⁾ trouve pour l'énergie moyenne d'excitation dans les noyaux légers de l'émulsion $U_{0\text{CNO}} \simeq 110 \text{ MeV}$. \bar{U}_0 et A présentent ainsi une dépendance très lente et sensiblement linéaire, qui pourrait s'expliquer par le mécanisme de la cascade nucléaire précédant l'évaporation.

Nous supposons que la cascade nucléaire consiste en collisions simples de nucléons indépendants. Dans ces conditions le nombre $\bar{\gamma}$ de traces grises par étoile, leur énergie moyenne \bar{E}_γ (liaison incluse) et le rapport d'abondance $[n/p] = N/Z$ au sein du noyau permettent de définir la portion \bar{E}_C d'énergie initiale \bar{E}_0 éliminée par la cascade nucléaire: $\bar{E}_C = \bar{\gamma} \cdot (1 + N/Z) \cdot \bar{E}_\gamma$; nous admettons²²⁾ pour ce calcul que $\sigma_{n-p} \simeq \sigma_{p-p}$. D'autre part, abstraction faite de la production de mésons, négligeable à nos énergies, on a $E_0 = \bar{U}_0(A) + \bar{E}_C(A)$. A partir des $\bar{\gamma}$ donnés par la fig. 7 ($\bar{\gamma} = A(1/\xi)$) pour le passage de la courbe \square à la courbe \bullet) et de la valeur $E_\gamma \simeq 90 \text{ MeV}$ déterminée par HARDING²³⁾ dans AgBr, toujours pour les mêmes conditions de travail, nous pouvons calculer tout d'abord \bar{E}_0 pour AgBr ($\bar{E}_0 \simeq 394 \text{ MeV}$), puis, à l'aide de cette valeur, \bar{E}_γ en fonction de A sur le domaine $80 < A < 200$. On obtient le résultat: $\bar{E}_\gamma \simeq a \cdot A^\alpha$ avec $a \simeq 8400 \text{ MeV}$ et $\alpha \simeq -1$ (par exemple: $\bar{E}_{\gamma\text{Ag}} \simeq 78 \text{ MeV}$, $\bar{E}_{\gamma\text{Pt}} \simeq 43 \text{ MeV}$). Il serait intéressant de contrôler dans quelle mesure cette relation se laisse interpréter par la méthode de Monte-Carlo et de déterminer quelle forme elle prend pour les noyaux légers, caractérisés éventuellement par une sous-structure nucléaire de particules composites²⁴⁾.

D. Rapports d'émission $[\alpha/p]$.

A partir des traces s'arrêtant dans l'émulsion, nous trouvons pour ce rapport: $0,45 \pm 0,11$ dans Ag et $0,43 \pm 0,12$ dans Pt, et à partir de toutes les traces: $0,31 \pm 0,05$ resp. $0,38 \pm 0,06$; on en déduit les valeurs moyennes

$$[\alpha/p]_{\text{Ag}} = 0,38 \pm 0,08 \text{ et } [\alpha/p]_{\text{Pt}} = 0,40 \pm 0,09.$$

Pour AgBr, les valeurs expérimentales correspondantes de la littérature sont réparties entre 0,3 et 0,5; pour Pb, HODGSON⁶⁾ indique $0,33 \pm 0,07$.

L'expression théorique pour le rapport γ_{α}/γ_p des probabilités d'émission totales est excessivement sensible au choix des seuils V'_{α} et V'_p , plus précisément à leur différence $V'_{\alpha} - V'_p$. Or, les valeurs de ces seuils sont très mal assurées, que ce soit théoriquement (cf. κ) ou expérimentalement (cf. spectres). Un choix, même dans des limites raisonnables, permet alors d'adapter à volonté la valeur γ_{α}/γ_p dans une marge qui est très supérieure aux imprécisions expérimentales du rapport $[\alpha/p]$. Cette indétermination des seuils efface complètement l'influence du ou des termes supplémentaires correspondant à l'excitation du système. Aucune conclusion suffisante sur le modèle nucléaire adéquat n'est donc encore possible. Cependant, une étude systématique de la variation de ce rapport avec l'énergie d'excitation pourrait apporter des informations intéressantes sur ce problème.

Relevons ici le fait important suivant: nos mesures des excès de traces vers le bas (IV) constituent un argument de poids contre l'hypothèse d'une évaporation normale. Dans Ag, l'excès obtenu pour les protons est compatible avec l'hypothèse de l'isotropie spatiale dans le système de référence lié au noyau en mouvement (quantité de mouvement vers le bas en MeV/c = énergie d'excitation en MeV). Il ne l'est plus pour les α ; l'expérience indique un excès de $0,23 \pm 0,16$ au lieu de la valeur 0,03 attendue avec l'hypothèse ci-dessus. Nos résultats confirment le fait (WILSON³⁾, p. 47) jusque-là peu certain, que l'anisotropie spatiale des α décroît à énergie d'excitation croissante. Dans Pt, l'excès vers le bas des protons aussi bien que celui des α est anormalement élevé.

VI. Conclusions.

La comparaison de nos résultats pour Ag avec ceux de la littérature pour AgBr démontre que le *sandwich* est un procédé de travail efficace pour l'étude des étoiles.

L'exploration des sandwichs est d'un rendement faible à cause du fond de traces simples, spécialement dans notre application à

la source de rayons cosmiques; (le procédé du réseau de filaments ingérés dans l'émulsion est supérieur à ce point de vue, mais il est moins productif en événements et présente deux inconvénients importants: un fort danger de distorsions et des zones d'observation inefficace au-dessus et en-dessous des filaments).

Afin d'exclure les étoiles factices, avec la source de rayons cosmiques, nous devons restreindre l'étude aux étoiles d'au moins 4 branches pour l'émulsion G-5 et aux étoiles d'au moins 2 branches pour l'émulsion NT-2a.

A ce double point de vue, l'utilisation d'une source de neutrons monocinétiques est très souhaitable. Nous estimons d'autre part que, dans certaines conditions, le procédé du sandwich peut être aussi appliqué à l'étude des noyaux légers et à l'investigation des traces fines.

Le *procédé de correction* des distributions d'étoiles appliqué par nous constitue une économie de temps considérable: les statistiques nécessaires à l'étude de ces dernières peuvent être réduites de façon appréciable.

Les résultats concernant la *section efficace* de production de l'ensemble des étoiles ne semblent pas incompatibles avec un rayon efficace de la forme $R = r_0 A^{1/3} + a$ avec a de l'ordre de r_0 . Seules des mesures absolues de σ permettraient d'estimer l'effet de la transparence.

La méthode du sandwich, telle que nous l'avons appliquée, a permis de préciser différentes caractéristiques de l'évaporation nucléaire:

a) Les valeurs de l'exposant ξ de la distribution des étoiles pour l'irradiation à 3600 m ont été obtenues pour deux éléments bien déterminés, Ag et Pt; les valeurs approximatives de ξ déjà connues sont en gros compatibles avec ces nouvelles déterminations. Les énergies moyennes d'excitation ont été également déterminées pour ces deux éléments.

b) Le spectre d'énergie des protons obtenu est conforme aux lignes générales de la théorie de l'évaporation; cependant, le seuil expérimental ne s'explique pas complètement sur la base de l'estimation grossière de la transparence suivant les procédés usuels.

c) L'anomalie du spectre des particules α a été confirmée et précisée pour Ag et également mise en évidence pour Pt. Son interprétation comme superposition d'une évaporation normale et d'une évaporation perturbée par effet Doppler dû à la fission⁵⁾ ne semble pas acceptable. La proportion de la contribution anormale (50% et 70% resp. pour Ag et Pt) est en effet incompatible avec les données expérimentales connues sur la proportion de fission (bipartition)

dans les événements nucléaires à haute énergie. Nous estimons qu'un mécanisme de fortes excitations locales à la surface du noyau provoquant une expulsion de fragments reste la ligne d'interprétation la plus adéquate²⁵). Il est possible qu'un tel mécanisme puisse expliquer l'anisotropie spatiale d'émission observée (surtout pour les α) et trop grande pour être interprétée par un simple effet de transmission d'impulsion.

d) Les valeurs obtenues pour le rapport $[\alpha/p]$ ne sont pas, en valeur absolue, susceptibles d'explication satisfaisante par la théorie. Ceci est dû à la grave incertitude sur les effets de barrière de potentiel qui masque complètement les caractéristiques particulières des modèles nucléaires choisis pour exprimer l'excitation du noyau. Seule une étude systématique de ce rapport en fonction de l'énergie d'excitation pour un même élément pourrait fournir des données utilisables pour la discussion de cette importante question dans le cadre de la théorie actuelle.

Nous tenons à remercier Mlle M. BERGER et Mme E. BERNER pour leur minutieux travail d'exploration des sandwiches, ainsi que notre collègue Dr R. BADER pour d'intéressantes discussions sur les procédés de correction.

Ce travail a bénéficié des facilités de la Station Alpine du Jungfraujoch et d'un subside de la Commission Suisse de l'Energie Atomique.

Institut de Physique, Université de Neuchâtel.

Appendice.

Rappel sur la théorie de l'évaporation nucléaire.

La théorie de l'évaporation nucléaire¹²) est basée sur l'expression quantique de la probabilité de transition, sur le théorème de réciprocité des réactions nucléaires et sur les principes généraux de la thermodynamique. Elle donne pour probabilité d'émission d'une particule x :

$$w_x(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{g_x \cdot m_x \cdot \sigma \cdot \varepsilon d\varepsilon}{\pi^2 \hbar^3} \cdot e^{\frac{1}{T} \left[-\varepsilon + b_x + n_x \left(\frac{\partial F}{\partial N} \right) + z_x \left(\frac{\partial F}{\partial Z} \right) \right]}$$

où ε = énergie cinétique de la particule x émise

g_x = poids statistique du spin s_x

m_x = masse de x

b_x = énergie de liaison interne de x

n_x = nombre de neutrons de x

z_x = nombre de protons de x

F = énergie libre du noyau $A(N, Z)$

La section efficace σ est celle du phénomène inverse, à savoir la section de capture de x par le noyau qui est donné approximativement par l'expression classique:

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_0 \cdot \left(1 - \frac{V_x}{\varepsilon}\right) & \text{pour } \varepsilon > V_x \\ 0 & \text{pour } \varepsilon < V_x \end{cases}$$

où σ_0 = section efficace géométrique $= \pi R^2$ avec $R = r_0 \cdot A^{1/3}$
 V_x = hauteur de la barrière de Coulomb.

On tient compte grossièrement de la transparence de la barrière de Coulomb par abaissement de V_x en $V'_x = \kappa V_x^0$ ($\kappa < 1$).

A l'aide de la probabilité totale d'émission

$$\gamma = \int_{\varepsilon = V'_x}^{\infty} w_x(\varepsilon) d\varepsilon,$$

on obtient pour spectre d'émission:

$$\omega_x(\varepsilon) d\varepsilon = \frac{w_x(\varepsilon) d\varepsilon}{\gamma_x} = \frac{(\varepsilon - V'_x) d\varepsilon}{T^2} \cdot e^{-\frac{\varepsilon - V'_x}{T}}$$

et pour énergie moyenne:

$$\bar{\varepsilon}_x = \int \varepsilon \omega_x(\varepsilon) d\varepsilon = 2T + V'_x.$$

Le calcul de la probabilité totale γ_x nécessite l'adoption d'un modèle statistique du noyau pour le calcul de l'énergie libre $F = E - TS$. Le modèle simple le plus adéquat est celui d'un gaz de fermions. On obtient dans ces conditions pour l'énergie totale E du noyau:

$$E(N, Z, T) = E_0 + U(T) = A[-\alpha(A) + \beta(A) \cdot (\Theta - \Theta_0)^2 + K_1 T^2].$$

Le terme E_0 représente l'énergie de liaison du noyau à proximité du fond de la vallée des nuclides stables et est obtenu à partir de la formule semi-empirique de Gamow-Weizsäcker-Fermi. α et β dépendent faiblement de A ; $\Theta = (N - Z)/(N + Z)$; $\Theta_0(A) = (1 + 132 \cdot A^{-2/3})^{-1}$ = fond de la vallée.

Le terme $U(T) = K_1 A T^2$ représente l'énergie d'excitation pour le modèle du gaz de Fermi. $K_1 = K'_1 \cdot (1 + b\Theta^2)$, où $K'_1 = \pi^2/4 \zeta_1$ (ζ_1 = énergie-limite de Fermi $= \zeta_1(A/2) \simeq 25$ MeV) et où $(1 + b\Theta^2)$ est une correction de ζ_1 pour l'excès de neutrons. $K'_1 \simeq 0,1$ et $b \simeq 1$. Un calcul tenant compte de l'interaction mutuelle des nucléons conduit aux valeurs plus exactes $K_1 \simeq 0,075$ et $b \simeq 1,3$.

Finalement, la probabilité totale d'émission de la particule x à la température T s'obtient sous la forme:

$$\gamma_x = \frac{g_x m_x \sigma_0 T^2}{\pi^2 \hbar^3} e^{-P_x/T - Q_x \cdot T}$$

$$\text{où } P_x = V'_x - b_x + (n_x + z_x) \left(\alpha + A \frac{d\alpha}{dA} \right) - (\beta_n \cdot n_x - \beta_z \cdot z_x) 2 \beta (\Theta - \Theta_0)$$

$$Q_x = K[(n_x + z_x) + (\delta_n \cdot n_x - \delta_z \cdot z_x) \cdot 2 b \Theta]$$

(β ; β_n , β_z , δ_n , δ_z sont peu dépendants de A).

Si, comme le propose SÜSSMANN⁵⁾, on adopte un modèle en «gouttelette gazeuse», il y a lieu de tenir compte des ondes de surface dont la contribution à l'énergie d'excitation du noyau vaut $K_2 A^{2/3} T^{7/3}$ avec $K_2 \simeq 0,078$:

$$U(T) = K_1 A T^2 + K_2 A^{2/3} T^{7/3}.$$

Il apparaît alors dans l'exposant de l'expression pour γ_x un terme supplémentaire $-1/2 K_2 (n_x + z_x) \cdot A^{-1/3} T^{4/3}$.

Bibliographie.

- ¹⁾ W. HEISENBERG, *Kosmische Strahlung*, 1ère éd., 1943 (Springer-Verlag).
 - ²⁾ D. J. X. MONTGOMERY, *Cosmic Ray Physics*, 1949 (Princeton University Press).
 - ³⁾ J. G. WILSON, *Progress in Cosmic Ray Physics*, 1952 (North-Holland Publishing Company).
 - ⁴⁾ W. HEISENBERG, *Kosmische Strahlung*, 2^e éd., 1953 (Springer-Verlag).
 - ⁵⁾ G. SÜSSMANN, *Z. f. Naturforsch.* **8a**, 404 (1953).
 - ⁶⁾ P. HODGSON, *Phil. Mag.* **42**, 82 (1951).
 - ⁷⁾ I. BARBOUR, *Phys. Rev.* **93**, 535 (1954).
 - ⁸⁾ E. SILVER et R. WANIEK, *Rev. Sci. Instr.* **25**, 1119 (1954).
 - ⁹⁾ W. A. ARON, B. G. HOFFMAN et F. C. WILLIAMS, *Range Energy Curves*, 1951 (US, AECU, 663, Radiation Laboratory, University of California.)
 - ¹⁰⁾ J. ROTBLATT, *Nature* **167**, 550 (1951).
 - ¹¹⁾ R. H. BROWN, U. CAMERINI, P. H. FOWLER, H. HEITLER, D. T. KING et C. F. POWELL, *Phil. Mag.* **40**, 862 (1949).
 - ¹²⁾ R. HAGEDORN et W. MACKE, *Theorie der Verdampfungsprozesse bei Kernexplosionen. Voir ⁴⁾*, p. 201—225.
 - ¹³⁾ J. M. BLATT et V. F. WEISSKOPF, *Theoretical Nuclear Physics*, 1952 (John Wiley & Sons), p. 349 et suivantes.
 - ¹⁴⁾ J. B. HARDING, S. LATTIMORE et D. H. PERKINS, *Proc. Roy. Soc. A* **196**, 325 (1949).
 - ¹⁵⁾ E. SEGRÈ, *Experimental Nuclear Physics I*, 1953 (John Wiley & Sons), p. 230.
 - ¹⁶⁾ R. E. BATZEL, D. R. MILLER et G. T. SEABORG, *Phys. Rev.* **84**, 671 (1951).
 - ¹⁷⁾ A. A. CARETTO et E. O. WING, *Phys. Rev.* **103**, 236 (1956).
 - ¹⁸⁾ V. P. SHAMOV, *Dokl. Akad. Nauk SSSR.* **103**, 593 (1955).
 - ¹⁹⁾ G. BERNARDINI, G. CORTINI et A. MANFREDINI, *Phys. Rev.* **79**, 952 (1950).
 - ²⁰⁾ K. J. LE COUTEUR, *Proc. Phys. Soc. A* **63**, 259 (1950).
 - ²¹⁾ J. B. HARDING, *Phil. Mag.* **40**, 530 (1949).
 - ²²⁾ G. BERNARDINI, E. T. BOOTH et S. J. LINDENBAUM, *Phys. Rev.* **88**, 1017 (1952).
 - ²³⁾ J. B. HARDING, *Phil. Mag.* **42**, 63 (1951).
 - ²⁴⁾ J. COMBE, *Nuovo Cim., Suppl. (2)* **3**, 182 (1956).
 - ²⁵⁾ E. SEGRÈ, *Experimental Nuclear Physics II*, 1953 (John Wiley & Sons), p. 184—185.
-

Absorptionsmessung der kosmischen Strahlung mit dem Szintillationszähler

von C. Burckhardt*)

Physikalisches Institut der Universität Bern

(13. VIII. 1956.)

1. Einleitung.

Die ersten systematischen Untersuchungen über das Absorptionsverhalten der kosmischen Strahlung in dichtem Material wurden 1932 von Rossi¹⁾ ausgeführt. Dabei konnte er zwei Komponenten der kosmischen Strahlung unterscheiden, die er als „harte“ und als „weiche“ Komponente bezeichnete. Bei der letzteren fand er einen sehr deutlich ausgeprägten „Übergangseffekt“, d. h. eine mit wachsender Absorberdicke zunächst zunehmende Intensität der gemessenen Strahlung.

Diese Einteilung der kosmischen Strahlung ist sehr lange benutzt worden, und noch 1948 ging Rossi²⁾ in einer zusammenfassenden Darstellung von diesem Bilde aus.

Inzwischen sind unsere Kenntnisse von der kosmischen Strahlung sehr verbessert worden. Daher hat sich eine „genetische“ Betrachtungsweise durchgesetzt, die von der physikalischen Natur der Teilchen ausgeht und dementsprechend zwischen „Nukleonen-, μ -Mesonen- und Elektron-Photon-Komponente“ unterscheidet. Man weiss heute auch, dass zwischen diesen drei Komponenten vielfache Wechselbeziehungen bestehen.

Die Absorption der Nukleonenkomponente wurde in letzter Zeit hauptsächlich mit photographischen Platten und mit Szintillationszählern untersucht.

Die Sterne in photographischen Platten werden vor allem durch die Nukleonenkomponente der kosmischen Strahlung erzeugt. Nach

*) Jetzt am Battelle Memorial Institute, Genf.

dem heutigen Bild, das man sich von der Kernzertrümmerung durch kosmische Strahlung macht, nimmt man an, dass ein energiereiches einfallendes Nukleon innerhalb des Kernes eine Nukleonenlawine auslöst, die eine allgemeine Aufheizung und nachfolgende Verdampfung des Kernes zur Folge hat. Bei den Sternen in Photoplatten sehen wir geladene Partikel der eigentlichen Explosion, d.h. schnelle Protonen, grössere Kernbruchstücke und Mesonen als „dünne“ und „graue“ Spuren, während die geladenen Verdampfungsnukleonen als mehr oder weniger isotrop verteilte „schwarze“ Spuren in Erscheinung treten und meist nur noch Energien unterhalb von 30 MeV haben. Für die Erzeugung weiterer Sterne sind die Verdampfungsnukleonen meist zu energiearm, hingegen können Nukleonen oberhalb 30 MeV weitere Kernverdampfungen erzeugen, ebenso die genannten Mesonen, sofern sie nicht vorher zerfallen.

Schon 1940 haben HEITLER, POWELL und HEITLER³⁾ einen Übergangseffekt an schwarzen Einzelspuren in Photoplatten, die sie unter verschiedenen Bleidicken auf 3500 m exponiert hatten, gefunden. Das Maximum liegt bei 1 bis 2 cm Blei und hat eine Höhe von 20%. An Sternen wurden Übergangseffekte zum ersten Male von BERNARDINI, CORTINI und MANFREDINI⁴⁾ nachgewiesen. Hinter Blei fanden sie auf 3500 m Höhe eine Zunahme der Sternhäufigkeit von 20% gegenüber Luft. Einen ausgeprägten Übergangseffekt finden LORD und SCHEIN⁵⁾ bei ihren in verschiedenen Tiefen eines Bleiabsorbers auf Ballonhöhe exponierten Photoplatten. Sie konnten zeigen, dass das Maximum von 1 bis 2 cm Blei für kleine Sterne (2–3 Spuren) ausgeprägter ist als für grosse und dass für Einzelspuren der Übergangseffekt noch ausgeprägter auftritt (80% Überhöhung).

Ein Maximum der Sternhäufigkeit bei etwa 1 cm Blei und 2 cm Aluminium finden MALASPINA und Mitarbeiter⁶⁾ mit einer übersichtlichen geometrischen Anordnung in 4500 m Höhe (Überhöhung 8%). Sie zeigen auch, dass Platten, die über einem Absorber exponiert worden sind, eine grössere Sternhäufigkeit haben als in der Luft exponierte Platten (Albedoeffekt). Für Sterne mit 3 Spuren beträgt die Zunahme auf Blei 20%.

Ebenfalls in der Stratosphäre messen SHAPIRO und Mitarbeiter⁷⁾ Übergangseffekte hinter Blei. Sie berichten von einer komplizierten Struktur der Übergangskurve mit drei Maxima, die aber möglicherweise auf die etwas ungewöhnliche Geometrie zurückgeführt werden kann. Ebenfalls mehr als ein Maximum finden SCHOPPER, HOECKER und ROESSLE⁸⁾ in einer ähnlichen geometrischen Anordnung. Sie verwenden für ihre Messungen einen Absorber von spezieller Form,

den sie \cos^2 -Absorber nennen und der unter Berücksichtigung der effektiven Winkelverteilung der einfallenden Nukleonenteile so konstruiert wurde, dass er sich für verschiedene Absorbertiefen näherungsweise wie ein halbkugelförmiger Absorber verhält, wobei die Photoplatten entlang der vertikalen Achse exponiert werden. Bei einem solchen Absorber aus Blei liegt ein erstes Maximum der Sternhäufigkeit von 35% Überhöhung bei 1,2 cm und ein zweites, flacheres bei 20 cm. ROESSLE und SCHOPPER⁹⁾ dehnen in einer neueren Arbeit ihre Untersuchungen auf die Absorbermaterialien Eisen, Zinn und Graphit aus, finden gleiche Übergangseffekte und geben eine ausführliche Diskussion der Resultate. Mit Hilfe der heute bekannten Teilchen der kosmischen Strahlung ist es ihnen nicht möglich, die gefundenen Übergangseffekte hinsichtlich ihrer Lage und ihrer Höhe zu erklären.

Die Messung mit dem Szintillationszähler hat gegenüber der Messung mit Photoplatten den Nachteil, dass bei ionisierenden Ereignissen in einem bestimmten Energieintervall nicht unterschieden werden kann zwischen Elektronenschauern, Durchgang einzelner geladener Teilchen hoher Ionisation und eigentlichen Sternen. Dafür aber hat man die Möglichkeit einer einfachen Messung des Energieverlustes durch Ionisation pro Ereignis im Szintillationskristall. Ferner kann man mittels Koinzidenzanordnung Aufschluss über die Natur der das Ereignis auslösenden Komponente erhalten. Um die Messung des Energieverlustes ionisierender Ereignisse im Kristall mit der Messung von Sternen in Photoplatten vergleichen zu können, braucht man einen Anhaltspunkt über den jeweiligen gesamten Energieverlust durch Ionisation bei Sternen einer bestimmten Grösse in Photoplatten. Da die genannten Übergangseffekte zur Hauptsache bei kleinen, neutral ausgelösten Sternen niedriger Energie gefunden werden, können wir für die Abschätzung des Zusammenhanges zwischen Zahl der „schwarzen“ und „grauen“ Spuren N_h und Primärenergie E bei Sternen die von BROWN und Mitarbeitern¹⁰⁾ verwendete, nur statistisch gültige Beziehung verwenden:

$$E = (37 N_h + 4 N_h^2) \text{ MeV.}$$

Dieser Formel ist ein Proton-Neutron-Verhältnis 1:1,25 zugrundegelegt und eine Ablösearbeit pro Proton von 8 MeV. Vierersterne entsprechen folglich einem mittleren Ionisationsverlust von 60 MeV, Dreiersterne einem solchen von 40 und Zweiersterne einem von 24 MeV. Ein derartiger Energieverlust kann aber auch durch einzelne geladene Teilchen hervorgerufen werden. Parallel zu ihren

Messungen mit Photoplatte⁹⁾ haben KUHN und SCHOPPER¹¹⁾ mit den gleichen Absorberformen und -materialien und einem Szintillationskristall auf 3000 m Höhe ionisierende Ereignisse bei verschiedenen Energiestufen gezählt und ähnliche Kurven wie bei den Photoplattemessungen erhalten. Mit einem Bleiabsorber finden sie für Ereignisse > 25 MeV ein erstes Maximum bei 2 cm Blei mit einer Überhöhung von fast 200 % und ein zweites, flacheres bei 18 cm Blei.

2. Das Ziel der vorliegenden Messung.

Wir haben uns vorgenommen, eine Absorptionsmessung der stern-erzeugenden Komponente mit einem Szintillationszähler durchzuführen und dabei das Hauptgewicht auf eine übersichtliche geometrische Anordnung zu legen. Der „ideale Absorber“ ist eben, unendlich ausgedehnt, veränderlich in der Dicke und besteht nur aus einer Atomsorte. Angenähert kann ein solcher Absorber realisiert werden durch grosse dünne Platten, deren seitliche Ausdehnung gegenüber der geometrischen Kernstosslänge im Absorbermaterial gross ist und die aufeinander geschichtet werden können. Wir wollen im folgenden abschätzen, wie gross der Materialbedarf für unsere Messung bei den gebräuchlichen Absorbermaterialien wird. Die maximale Dicke, bis zu welcher man messen muss, um deutlich über das von SCHOPPER und Mitarbeitern⁸⁾⁹⁾¹¹⁾ gemessene zweite Maximum in der Absorptionskurve zu kommen, entspricht der doppelten geometrischen Kernstosslänge l . Bei einem Absorber von quadratischem Grundriss und einer Kantenlänge von n -facher Stosslänge brauchen wir $2n^2 l^3$ Material. Die folgende Tabelle gibt uns Aufschluss über die erforderlichen Massen, für $n = 6$.

Material	Dichte	Kernstosslänge	Masse
Wasser	1,0 g cm ⁻³	60 g cm ⁻²	15,7 t
Kohle (Graphit) .	1,7 g cm ⁻³	60 g cm ⁻²	5,4 t
Eisen	7,8 g cm ⁻³	100 g cm ⁻²	1,2 t
Blei	11,3 g cm ⁻³	160 g cm ⁻²	2,2 t

Um entscheiden zu können, ob die ionisierenden Ereignisse im Szintillationskristall durch neutrale oder geladene Teilchen ausgelöst werden, bringt man über dem Kristall einen weiteren Szintillator an, der beim Durchgang eines geladenen Teilchens einen elektrischen Impuls auslöst. Mit Hilfe einer elektronischen Einrichtung

können die ionisierenden Ereignisse im Szintillationskristall nach der Grösse des Energieverlustes im Kristall sortiert und entsprechend der Charakterisierung „neutral ausgelöst“ oder „geladen ausgelöst“ registriert werden.

Wie wir wissen, findet man Übergangseffekte in Photoplatten besonders bei den neutral ausgelösten Sternen mit drei Spuren, was im Szintillator einem mittleren Energieverlust von 40 MeV entspricht. Ganz kleine Sterne, d. h. solche mit Spuren unter $50\text{--}60\ \mu$ Reichweite, werden bei Photoplattenmessungen wegen der Verwechslungsmöglichkeit mit radioaktiven Zerfallsprozessen nicht berücksichtigt. Mit dem Szintillationszähler können wir aber das Energieintervall so weit nach unten ausdehnen, bis wir in den Bereich radioaktiver Prozesse kommen. Praktisch liegt diese Grenze bei ca. 5 MeV.

Die kosmische Strahlung kommt bei uns zum grössten Teil aus dem oberen Halbraum; allerdings liefern bei der uns interessierenden Nukleonenkomponente niedriger Energie Verdampfungsnukleonen von Kernexplosionen aus tiefer gelegenen Schichten einen merklichen Beitrag. Wir haben daher bei Absorptionsmessungen auf die Rückstreuung von unten zu achten. Der Einfluss der Rückstreuung lässt sich grundsätzlich nicht eliminieren, es ist aber mindestens wünschenswert, die Rückstreuung konstant zu halten. Um den Einfluss des Schattens des Absorbers klein zu halten, wird die Apparatur in eine möglichst grosse, konstruktiv noch tragbare Höhe über dem Erdboden gestellt.

3. Die Apparatur.

Als Absorber werden Roheisenplatten der Grösse $80 \times 130 \times 5$ cm und Flusseisenplatten von $50 \times 50 \times 2$ cm verwendet. Für die Messung wurden Eisenplatten im Freien auf einem Gestell von 3 m Höhe aufeinandergeschichtet. Die Anordnung der Platten und des Szintillationszählers ist in Fig. 1 ersichtlich. Das Gehäuse des Zählers enthält auch die Vorverstärker, welche die elektrischen Impulse des Photomultipliers über ein 50 m langes Kabel auf den elektronischen Hauptteil der Apparatur übertragen. Ferner werden durch einen Thermostaten die beiden Szintillatoren auf einer konstanten Temperatur von ca. 45°C gehalten.

Der für Zählung verwendete NaJ—Tl-Kristall hat die Form eines Zylinders von 37 mm Durchmesser und 22 mm Höhe und somit eine Masse von 85 g. Die Spannungsimpulse am Ausgang des damit in optischem Kontakt stehenden Photomultipliers (Kanal I) sind pro-

portional dem Energieverlust durch Ionisation irgendeines sich im Kristall abspielenden Ereignisses. Um unterscheiden zu können, ob ein solches Ereignis von einem geladenen oder von einem neutralen Teilchen ausgelöst worden ist, befindet sich über dem Kristall ein Glasgefäß, das als Szintillator eine Lösung von 5 g/l Terphenyl in *m*-Xylol enthält. Zwei elektrisch parallel geschaltete Photomultiplier (Kanal II) berühren seitliche Vertiefungen des Glasgefäßes, so dass ihre Kathoden die Flüssigkeit auf allen Seiten des Kristalles „sehen“.

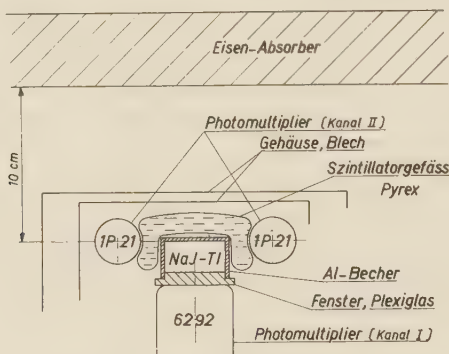


Fig. 1.

Anordnung des Szintillationszählers.

Die Impulse aus Kanal I und II werden nach Durchlaufen des Kabels verstärkt und gelangen über Spannungsdiskriminatoren auf eine Mischstufe, die bei Antikoinzidenz (I—II) der Impulse ein Signal liefert. Ferner werden die Impulse des NaJ—Tl-Kristalles (Kanal I) auf einen 5-Kanal-Spannungsdiskriminator geschickt, der so konstruiert ist, dass zunächst direkt hinter jedem Kanal ein mechanisches Zählwerk betrieben wird, dass aber an jedem Kanal noch ein weiteres Zählwerk angeschlossen ist, das nur registriert bei gleichzeitigem Eintreffen eines Signales vom Koinzidenzverstärker. Auf diese Weise kann das totale, integrale Impulsspektrum aus Kanal I aufgenommen werden, wie auch zugleich das Teilspektrum aus Kanal I, erzeugt durch Impulse, die in Antikoinzidenz zu Impulsen aus Kanal II stehen.

4. Messungen und Ergebnisse.

Über die Energieeichung des Szintillationszählers mit Hilfe von μ -Mesonen der kosmischen Strahlung und über den dafür verwendeten Impulsspektrographen haben wir früher eine Arbeit veröffentlicht ¹²⁾.

Mit Hilfe des gleichen Impulsspektrographen mit zehn Diskriminatoren und unter Verwendung des Energiefixpunktes der μ -Mesoneneichung haben wir das integrale Impulsspektrum der ionisierenden Ereignisse in einem zylinderförmigen NaJ—Tl-Kristall von 22 mm Höhe und 37 mm Durchmesser im Energiebereich von 5—300 MeV aufgenommen. Die Messung wurde im Physikalischen Institut Bern (572 m ü. M.) aufgenommen, und das Resultat ist in

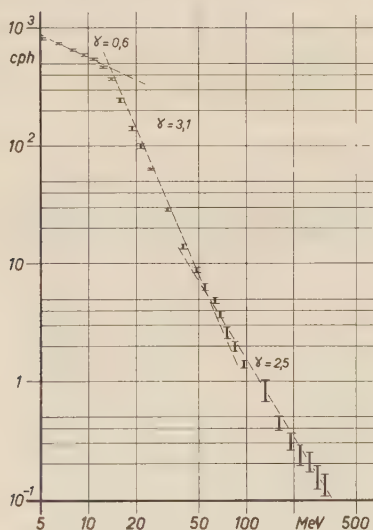


Fig. 2.

Integrales Energiespektrum (23 cm³ NaJ-Tl).

Fig. 2 in doppelt logarithmischer Auftragung dargestellt. Bei den höchsten Energien verwenden wir Messzeiten von fünf Tagen. Das Dach und die Zimmerdecke bilden über dem Zähler eine absorbierende Schicht von schätzungsweise 20 g/cm².

Die Kurve in Fig. 2 zeigt drei lineare Bereiche, von denen jeder durch die gleiche Formel dargestellt werden kann:

$$I = \text{const. } E^{-\gamma}$$

I = Intensität	5—13 MeV	$\gamma = 0,6$
E = diskriminierte Energie	13—50 MeV	$\gamma = 3,1$
γ = Exponent	50—300 MeV	$\gamma = 2,5$.

Auffallend ist der Knick in der Gegend von 50 MeV, der sich folgendermassen erklären lässt:

Bei den höheren Energien sind die ionisierenden Ereignisse zur Hauptsache Sterne, die innerhalb des Kristalles auftreten, bei klei-

neren Energien liefern geladene Einzelteilchen einen merklichen Beitrag. Ein Proton, das entlang der Diagonale im Kristall zur Ruhe kommt, verliert maximal 90 MeV. Je kleiner die Energie, um so grösser der Beitrag der Einzelspuren. Besonders zahlreich sind μ -Mesonen im Gebiet der Minimum-Ionisation; daher auch das Flacherwerden der Kurve unterhalb der Energie, die ein senkrecht einfallendes Minimumteilchen verliert (11 MeV).

Auch in der Arbeit von KUHN und SCHOPPER¹¹⁾ befindet sich eine ähnliche Kurve mit einem markanten Knick. Die Genannten verwenden aber eine Darstellung $I = A e^{-BE}$ und finden einen Knick bei einer viel niedrigeren Energie, was vielleicht auf den höher

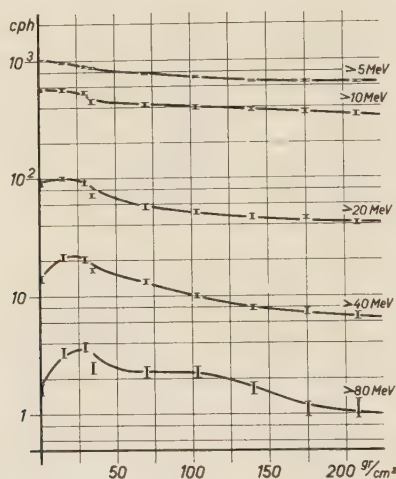


Fig. 3.

Absorption der Gesamtzahl der Ereignisse (I).

gelegenen Standort ihrer Messungen (3000 m ü. M.) zurückgeführt werden kann. Der μ -Mesonenanteil ist in Bergeshöhe gemessen am Nukleonenteil viel kleiner als auf unserer Höhe.

Mit der oben beschriebenen und in Fig. 1 dargestellten Anordnung, bei welcher auf besonders übersichtliche geometrische Verhältnisse Wert gelegt wurde, sind Absorptionsmessungen durchgeführt worden. Der Verlauf der Gesamtzahl der Ereignisse im Szintillationskristall (I) ist für verschiedene Energiestufen in Fig. 3 dargestellt, derjenige der Häufigkeit neutral ausgelöster Ereignisse im Kristall (I—II) in Fig. 4. Als Abszisse ist die Dicke des Eisenabsorbers in g/cm^2 aufgetragen. Diese Werte beruhen auf der

Schätzung der mittleren Dichte des Roheisens; es haftet ihnen daher noch eine Ungenauigkeit im Absolutwert von etwa $\pm 5\%$ an. Die Impulshäufigkeiten sind als Ordinate in logarithmischem Maßstab aufgetragen worden, damit die bei den verschiedenen Energiestufen gleichzeitig aufgenommenen Stosszahlen auf der gleichen Darstellung übereinander Platz finden. Die aufgetragenen Werte sind Mittelwerte aus zwei Messungen. Jeder Messpunkt hat eine mittlere Messdauer von 48 Stunden, und die vertikalen Striche bei jedem Messpunkt geben die mittlere statistische Schwankung an. Eine Luftdruckkorrektur wurde nicht durchgeführt, da sich der Einfluss des Luftdruckes als nicht sehr gross erwiesen hat und zudem die

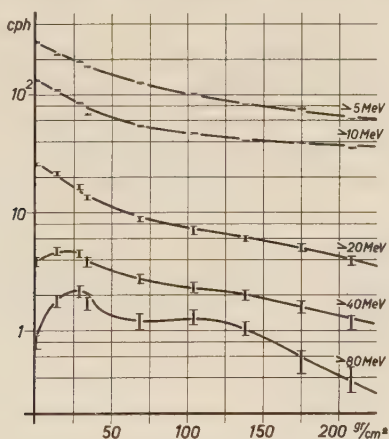


Fig. 4.

Absorption neutral ausgelöster Ereignisse (I – II).

Korrelation bei jeder Energiestufe und jeder Absorbiertiefe neu bestimmt werden müsste. Der mittlere Luftdruck während der gesamten Messung beträgt 950,7 mb.

Ein einzelnes Proton verliert in unserem Kristall maximal 90 MeV, und dies nur bei vollständiger Bremsung entlang einer Raumdiagonalen des zylindrischen Kristalles. Wie wir schon bei der Erklärung des Knicks auf Fig. 2 gesagt haben, liefern geladene Einzelteilchen erst unterhalb 50 MeV einen merklichen Beitrag zur Impulszahl in unserem Szintillationszähler. Ereignisse bei 80 MeV sind also Sterne. Diese zeigen überraschenderweise einen Verlauf mit zwei Maxima der Häufigkeit der Ereignisse. Dieser Verlauf deckt sich weitgehend mit dem Resultat der Messungen von SCHOPPER und Mitarbeiter³⁾ ^{3)11).} Wir finden ein erstes Maximum mit einer Überhöhung von

100% bei 3 cm Eisen und ein zweites flaches bei 15 cm. Bei ROESSLE und SCHOPPER³⁾ liegen bei den Messungen mit dem sogenannten \cos^2 -Absorber die Maxima bei 4,5 cm und bei 20 cm Eisen. Der Unterschied wird von ROESSLE erklärt: beim ebenen Absorber von einer bestimmten Dicke durchlaufen die zum grössten Teil schräg einfallenden Teilchen einen grösseren Weg, wodurch das Maximum verschmiert und zu kleineren Absorberdicken verschoben wird. Unsere Messungen zeigen jedenfalls, dass die von SCHOPPER und Mitarbeiter gefundenen Effekte nicht durch die von ihnen verwendete Geometrie hervorgerufen werden.

Eine Erklärung der gefundenen Übergangseffekte ist uns nicht möglich. Schon die Rechnungen von ROESSLE haben gezeigt, dass es sich nicht um den normalen Effekt bei Änderung der Ordnungszahl handeln kann. Es ist bemerkenswert, dass wir bei geladen ausgelösten Ereignissen einen Übergangseffekt finden. Bei den Kurven $E > 80$ MeV finden wir den gleichen Verlauf für die Gesamtzahl der Ereignisse (Fig. 3) wie für den Verlauf der Zahl der neutral ausgelösten (Fig. 4), wobei die neutral ausgelösten die Hälfte der Gesamtzahl ausmachen. Die Übergangseffekte werden also in gleicher Weise von geladenen und von neutralen Teilchen hervorgerufen, während die Untersuchungen von ROESSLE und SCHOPPER⁹⁾ an der Photoplatte zeigen konnten, dass Sterne mit einem geladenen Primären von mehr als 500 MeV nicht beteiligt sein können.

Für kleinere Energien werden die Übergangseffekte in ihrer relativen Höhe immer kleiner. Sie werden überdeckt von einem mit kleiner Energie zunehmenden Anteil von Einzelspuren, μ -Mesonen und rückgestreuten Teilchen. Betrachtet man den durch Differenzbildung ermittelten Absorptionsverlauf der geladen ausgelösten Ereignisse kleiner Energie $E > 5$ MeV, so gelangt man für diese Ereignisse zu einer scheinbaren Absorptionslänge in Eisen von 650 g/cm^{-2} . Diese ist in Wirklichkeit etwas verfälscht durch Rückstreuung, deutet aber darauf hin, dass es sich bei den Ereignissen im wesentlichen um durchgehende, energiereiche μ -Mesonen handelt.

Bei den neutral ausgelösten Ereignissen kleiner Energie ist der Verlauf der Kurven dadurch gekennzeichnet, dass wir zuerst einen steileren Abfall haben, der allmählich in den für die Nukleonenkomponente charakteristischen exponentiellen Abfall mit der Absorptionslänge der Nukleonenkomponente von 200 g/cm^2 in Eisen übergeht. Dieser Effekt kann folgendermassen gedeutet werden: ein bestimmter neutraler Anteil der Nukleonenkomponente der kosmischen Strahlung, der in der Lage ist, im Szintillationskristall Ereignisse von beispielsweise 10 MeV zu produzieren, wird im Absorber

nach der geometrischen Stosslänge absorbiert. Dieser bestimmte Anteil wird aber gleichzeitig nachgeliefert aus Sternen der energiereicheren Teilchen. Durch die Absorption und gleichzeitige Nachlieferung des betrachteten, neutralen Anteiles entsteht ein Gleichgewichtszustand, bei welchem die Intensität mit der Absorptionslänge, die etwa dem Doppelten der Stosslänge entspricht, abklingt. Die Nachlieferung des betreffenden neutralen Anteiles geschieht aber durch Kernstossprozesse, bei welchen gleichzeitig auch geladene Partikel erzeugt werden, welche die Antikoinzidenzvorrichtung treffen können, und dann das vielleicht gleichzeitig neutral ausgelöste Ereignis im Kristall fälschlicherweise als geladen ausgelöst kennzeichnen. Dieser Mechanismus dürfte nur bei kleinen Absorbertiefen wirksam sein, da die geladenen Teilchen bei dickerem Absorber kleinere Wahrscheinlichkeit haben, den Antikoinzidenzszintillator zu treffen. Auf diese Weise kann erklärt werden, dass die neutral ausgelösten Ereignisse $E > 5$ MeV bei kleinen Absorberdicken nach der Stosslänge (100 g/cm^2) und erst bei grossen Absorberdicken nach der Absorptionslänge der Nukleonenkomponente (200 g/cm^2) abklingen.

Ein ähnlicher Effekt könnte auch für die Erklärung des grossen Anteils geladen ausgelöster Ereignisse am Übergangseffekt herangezogen werden. Leider kann das Auftreten eines solchen Effektes bei einer Szintillationszählermessung mit Antikoinzidenzvorrichtung kaum vermieden werden.

5. Verdankungen.

Vor allem möchte ich Herrn Professor F. G. HOUTERMANS danken, der diese Arbeit angeregt und ermöglicht hat.

Die von Rollschen Eisenwerke haben uns freundlicherweise die Roheisenplatten zur Verfügung gestellt. Für wertvolle Diskussionen bin ich den Herren Prof. CH. PEYROU, Prof. E. SCHOPPER, Dr. M. TEUCHER und Dr. E. LOHRMANN zu herzlichem Dank verpflichtet. Ferner möchte ich dem Personal der Werkstatt des Physikalischen Institutes in Bern für seine tatkräftige Unterstützung der Arbeit danken.

Literatur.

- ¹⁾ B. ROSSI, Phys. Zs. **33**, 304 (1932).
- ²⁾ B. ROSSI, Rev. Mod. Phys. **20**, 537 (1948).
- ³⁾ W. HEITLER, C. F. POWELL und H. HEITLER, Nature **146**, 65 (1940).
- ⁴⁾ G. BERNARDINI, I. CORTINI und A. MANFREDINI, Phys. Rev. **74**, 845 (1948).

- ⁵⁾ J. J. LORD und M. SCHEIN, Phys. Rev. **75**, 1956 (1949).
 - ⁶⁾ L. MALASPINA, M. MERLIN, O. PIERUCCI und A. ROSTAGNI, Nuov. Cim. **7**, 145 (1950).
 - ⁷⁾ M. M. SHAPIRO, B. STILLER, M. BIRNBAUM und F. W. O'DELL, Phys. Rev. **83**, 455 (1951).
 - ⁸⁾ E. SCHOPPER, K. H. HÖCKER und E. RÖSSLE, Zs. Nf. **6a**, 603 (1951).
 - ⁹⁾ E. ROESSLE und E. SCHOPPER, Zs. Nf. **9a**, 836 (1954).
 - ¹⁰⁾ R. H. BROWN, U. CAMERINI, P. H. FOWLER, H. HEITLER, D. T. KING und C. F. POWELL, Phil. Mag. **40**, 862 (1949).
 - ¹¹⁾ G. KUHN und E. SCHOPPER, Zs. Nf. **9a**, 851 (1954).
 - ¹²⁾ C. BURCKHARDT, Helv. Phys. Acta **27**, 176 (1954).
-

Winkelverteilung und Polarisierung gestreuter Neutronen von 3,3 MeV an Kupfer, Tantal, Blei und Wismut

von Adolf Ernst Remund.

(13. VIII. 1956.)

Summary. The differential cross sections and the azimuthal asymmetries (polarization-effects) for elastic scattering of 3,3 MeV neutrons by Cu, Ta, Pb and Bi were measured at intervals of 15° from 30° to 150° . The angular distributions of neutrons scattered by neighboring elements with appreciably different atomic weight show marked differences. The experimental results are compared with theoretical cross sections calculated using the complex square-well potential of FESHBACH, PORTER and WEISSKOPF.

The differential polarization as a function of angle is calculated with an additional spin-orbit-coupling-term $V = -\{V_0 + i.W + V' \cdot (\vec{s}, \vec{l})\}$. Left-right scattering asymmetries were measured for the same 4 elements, ranging in atomic weight from copper to bismuth. From these asymmetries the magnitudes of the polarization were determined. The variation of polarization with atomic number appears similar to the calculated values.

1. Einleitung.

Das Streuen von Elementarteilchen an Kernen ist die klassische Methode, um Informationen über Kernkräfte und Kernstrukturen zu erhalten. Es können Protonen, Deuteronen, Alphateilchen, Elektronen, Mesonen oder Neutronen verwendet werden. Neutronen sind für solche Streuexperimente besonders geeignet, da sie keine Ladung tragen. Das Fehlen der Coulomb-Abstoßung erlaubt ihnen, auch bei niedriger Energie in den Kern selbst schwerer Atome einzudringen. Nachteilig wirkt sich aus, dass die Energie ungeladener Teilchen weder elektrisch noch magnetisch gemessen werden kann. Da Neutronen sehr durchdringend sind, ist es auch schwierig, sie genügend gut abzuschirmen.

Experimentell können mit den Neutronen totale Wirkungsquerschnitte, differentielle Wirkungsquerschnitte (Winkelverteilungen), elastische, inelastische und Reaktions-Wirkungsquerschnitte sowie Polarisierungseffekte gemessen werden. Diese verschiedenen Messungen geben uns Informationen, die nicht nur von bedeutendem Interesse, sondern von grosser Wichtigkeit für die Reaktorthorie sind.

Für die theoretische Behandlung der Wechselwirkung Kern-Neutron wird angenommen, dass sich durch Vereinigung des in den Kern eindringenden Neutrons mit dem Kern ein „Zwischenkern“ (Compoundkern) bildet¹⁾. Dieser zerfällt wieder, indem ein Neutron der ursprünglichen Energie (elastische Streuung) oder ein solches kleinerer Energie (inelastische Streuung) emittiert wird. Es kann aber auch ein geladenes Teilchen emittiert werden oder der Kern geht durch Emission eines γ -Strahls in den Grundzustand über. Auf Grund der Zwischenkern-Hypothese kann also die ganze Reaktion in etwas starker Vereinfachung in zwei voneinander getrennte, unabhängige Schritte zerlegt werden: die Bildung des Zwischenkerns und den daran anschliessenden Zerfall desselben.

FESHBACH, PEASLEE und WEISSKOPF²⁾ haben die Streu- und Reaktionsquerschnitte für schnelle Neutronen in Funktion der Neutronenenergie unter Zugrundelegung dieser Vorstellung berechnet. Die Ergebnisse hängen nur von zwei Parametern ab, dem Kernradius und der Wellenlänge des Neutrons im Kern. Diese Theorie wird „Kontinuums-Theorie“ genannt. Experimentelle Ergebnisse zeigten jedoch bald, dass die vorausgesagte monotone Abnahme des totalen Wirkungsquerschnittes mit zunehmender Neutronenenergie nicht der Wirklichkeit entspricht. Die über die Resonanzen gemittelten totalen Wirkungsquerschnitte zeigen nämlich breite Maxima und Minima³⁾.

Um die Diskrepanzen zum Verschwinden zu bringen, haben FESHBACH, PORTER und WEISSKOPF⁴⁾ einen von der „Kontinuums-Theorie“ vollständig verschiedenen Ansatz versucht, welchen sie als „optisches Modell“ (cloudy crystal ball model) bezeichnen. Der Kern entspricht in diesem Modell einer die einfallende Neutronenwelle stark streuenden und schwach absorbierenden Kugel. Eine solche Kugel entspricht einem komplexen Ansatz für das Potential.

Anschaulich lässt sich die Bewegung des Neutrons im Kern folgendermassen beschreiben: das einfallende Teilchen kann einerseits in den Kern ohne Bildung eines Zwischenkerns eindringen und sich in diesem frei bewegen, ohne den Zustand des Kernes zu ändern, also ohne Energie oder Impuls auszutauschen. Ein solches Teilchen wird den Kern mit der Einfallenergie wieder verlassen. Andererseits hat das Teilchen eine gewisse Wahrscheinlichkeit einen Zwischenkern zu bilden und mit den Nukleonen Energie und Impuls auszutauschen. Ein solches Teilchen kann Anlass zur Emission eines andern Teilchens geben, es kann aber auch selbst mit gleicher (compound-elastische Streuung) oder einer kleineren Energie reemittiert werden. Mathematisch werden diese Prozesse durch den Imaginärteil des komplexen Potentials summarisch erfasst.

Analytisch wird dieses Kernpotential in der Form gegeben:

$$\begin{aligned} V(r) &= -V_0(1 + i\xi) & r < R \\ V(r) &= 0 & r > R \end{aligned} \quad (1.1)$$

wobei R den Kernradius bedeutet.

Die Lösung des Streuproblems folgt aus der mit diesem komplexen Potential angesetzten Schrödingergleichung und den Randbedingungen (scharfer Radius). Diese Theorie kann die Resonanzstruktur der totalen Wirkungsquerschnitte natürlich nicht wiedergeben, da diese ja von der speziellen Kernstruktur abhängen und durch einen solchen summarischen Potentialansatz nicht erfasst werden können. Wie in der „Kontinuums-Theorie“ kann auch für die Theorie des „optischen Modells“ gezeigt werden, dass ihre Resultate den über viele Resonanzen gemittelten Wirkungsquerschnitten entsprechen. Für mittlere und schwere Kerne lassen sich Experiment und Theorie direkt vergleichen, da bei ihnen die Abstände der angeregten Niveaux klein sind (einige eV) und der Energiebereich schneller Neutronen (einige keV) deshalb immer mehrere Niveaux umfasst.

Der Erfolg der Theorie in bezug auf die totalen Wirkungsquerschnitte liess es interessant erscheinen, die experimentell gefundenen differentiellen Wirkungsquerschnitte ebenfalls mit den rechnerisch ermittelten Werten zu vergleichen. Die Winkelverteilung elastisch gestreuter Neutronen ist also von besonderem Interesse.

Der Unterschied zwischen den beiden betrachteten Modellen ist für die differentiellen Wirkungsquerschnitte viel auffälliger. Die Winkelverteilungen, die aus dem „optischen Modell“ folgen, sind von den auf Grund der „Kontinuums-Theorie“ berechneten vollständig verschieden.

Die theoretische Verteilung der ohne Energieverlust gestreuten Neutronen kann nicht exakt berechnet werden, da die Theorie den Anteil der „verzögerten“, d. h. nach Bildung des Zwischenkerns emittierten, elastisch gestreuten Neutronen nicht kennt. Diese „compound-elastische Streuung“ hat eine von der durch Brechung der Neutronenwelle am Kern-Potential erzeugten „form-elastischen Streuung“ gänzlich verschiedene Winkelverteilung. Die durch das Experiment erfasste elastische Streuung ist daher zusammengesetzt aus einem bekannten Anteil „form-elastischer Streuung“ und einem unbekannten Teil „compound-elastischer Streuung“. Der Wirkungsquerschnitt für die Bildung des Zwischenkerns ist theoretisch gegeben als Summe der Wirkungsquerschnitte für „compound-elastische Streuung“ und für Reaktionen (hauptsächlich inelastische Streuung).

Im Gebiet der mittleren Neutronenenergien von einigen MeV ist die Kenntnis des inelastischen Streuquerschnittes für die vollständige Beschreibung der Streuung notwendig. Aber auch in Fällen, deren inelastische Streuquerschnitte noch unbekannt sind, können die Experimente doch schon Aussagen über die Güte des Modelles erlauben, da die Form der Winkelverteilung hauptsächlich durch den „form-elastischen“ Streuanteil bestimmt wird.

Um nun noch die Polarisierung gestreuter Neutronen theoretisch zu erfassen, muss als weitere Verfeinerung des komplexen Potentials ein zusätzlicher Spin-Bahn-Kopplungsterm eingeführt werden. Entsprechend der Grundannahme des „optischen Modells“ wird keine Wechselwirkung zwischen dem Spin des einfallenden Neutrons und den Spins der Kern-Nukleonen vorausgesetzt. Die einzige spinabhängige Energie ist die Spin-Bahn-Kopplung des einfallenden Neutrons. Somit wird auch ein anderer Effekt vernachlässigt: ein Spin-Bahn-Kopplungsterm, hervorgerufen durch die Bewegung des magnetischen Momentes des Neutrons im Coulombfeld des Atoms. SCHWINGER⁶⁾ zeigt, dass ein solcher Einfluss nur in der Vorwärtsrichtung Bedeutung hat, was für unsere Kerne und Energien auf Winkel $\beta < 15^\circ$ führt. Da unsere Messungen in Vorwärtsrichtung nur bis $\beta > 30^\circ$ gehen, braucht dieser Effekt nicht berücksichtigt zu werden. Es schien wünschenswert, die Grösse der Spin-Bahn-Kopplung näher zu untersuchen, da diese nicht nur die Kern-Bindungskräfte, sondern auch die normale Streuung beeinflusst. Die Spin-Bahn-Kopplung wirkt sowohl auf die Winkelverteilung als auch auf die totalen Wirkungsquerschnitte gestreuter Neutronen ein. Es ist allerdings nicht empfehlenswert, die Spin-Bahn-Kopplungskräfte aus den geringen Abweichungen der Streukurven bestimmen zu wollen. Dazu eignen sich die Resultate der Neutronenpolarisation viel besser. Aus der Grösse des Polarisationsgrades und deren Variation mit dem Atomgewicht des Streukörpers lassen sich wichtige Schlüsse auf die Stärke der Spin-Bahn-Kopplungskräfte ziehen.

2. Theorie.

2.1. Das „optische Modell“ der Kerne.

In neuester Zeit versucht man, wie schon in der Einleitung erwähnt, die auftretenden Maxima und Minima in den totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitten durch Einführen eines komplexen Potentials zu erklären. Der Name „optisches Modell“ deutet auf die Analogie zwischen dem komplexen optischen Brechungsindex für Strahlung und dem komplexen Potential für Partikel hin⁴⁾.

a) Physikalische Bedeutung.

Das komplexe Potential beschreibt gemäss der oben angegebenen Analogie eine Absorption. Diese ergibt sich aber auch beim Formulieren der Kontinuitätsgleichung für die Wellenfunktion:

$$\frac{d\rho}{dt} + \operatorname{div} \vec{j} = -\frac{2\rho W}{\hbar} \quad (2.1)$$

mit $\rho = \Psi \cdot \Psi^*$ Teilchendichte
 $\vec{j} = \hbar/2 i m \cdot (\Psi^* \operatorname{grad} \Psi - \Psi \operatorname{grad} \Psi^*)$ Teilchenstrom
 W = Imaginärteil des komplexen Potentials
 $N_a = \int 2\rho/\hbar \cdot W dV$.

N_a ist der Anteil der absorbierten Nukleonen im Kern und ist im besonderen eine Funktion des Imaginärteiles des Potentials. Diese Absorption ersetzt die Bildung des Zwischenkerns im Kontinuums-Modell.

Es wird aber nicht die Gesamtwelle, die in den Kern eintritt, absorbiert, sondern nur ein Teil derselben. Der Rest der Welle durchdringt den Kern ohne Energieverlust. Die Maxima und Minima im totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitt lassen sich nun durch die selektive Absorption der Bahndrall-Eigenfunktionen erklären.

b) Wahl des komplexen Potentials.

Dieses soll durch möglichst wenige Parameter beschrieben werden, die entweder an experimentelle Daten angeglichen oder durch theoretische Überlegungen erhalten werden können. Wird für den Realteil und den Imaginärteil ein Kastenpotential gewählt, so wird das komplexe Potential durch drei Parameter beschrieben:

Potentialtopftiefe	V_0
Imaginärteil	W
Kernradius	R

$$V(r) = -V_0 \cdot (1 + i\xi) = -(V_0 + iW). \quad (2.2)$$

1. Potentialtopftiefe V_0 .

Das Fermigasmodell der Kerne zeigt, dass für Kerne mit $A > 50$ die Potentialtopftiefe $V = 35$ MeV von A unabhängig ist. Auch das Schalenmodell weist für schwere Kerne keine starke Abhängigkeit von A auf. WEISSKOPF et al.²⁾ haben in ihrer ersten Arbeit für V_0 den Wert 19 MeV angenommen. ADAIR⁷⁾ zeigt, dass eine Potentialtopftiefe von 42 MeV günstiger sein muss. Wir haben die theoretischen Kurven für 19 MeV und 42 MeV gerechnet (Fig. 2.1). Um ausserdem das Verhalten des differentiellen Wirkungsquerschnittes

bei einer Variation von V_0 (bei konstantem W und R) kennenzulernen, wurden noch die Winkelverteilungskurven für $V_0 = 37$ MeV und $V_0 = 47$ MeV berechnet (Fig. 2.2). Für wachsendes V_0 verschieben sich die Maxima und Minima von $\sigma(\beta)$ gegen kleinere Streuwinkel. Auch wir können zeigen, dass für unsere 3,3 MeV Neutronen die Potentialtopftiefe von 42 MeV der geeignetste Wert ist.

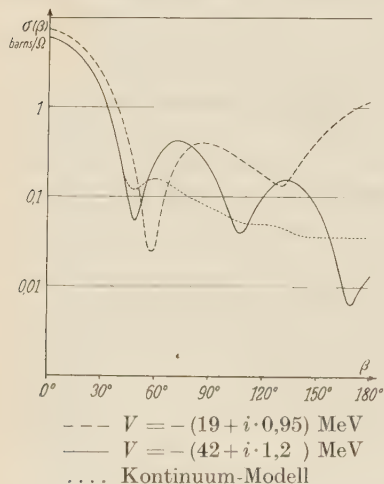


Fig. 2.1.

Vergleich der Winkelverteilungskurven für Pb mit verschiedenen Potential-Ansätzen.

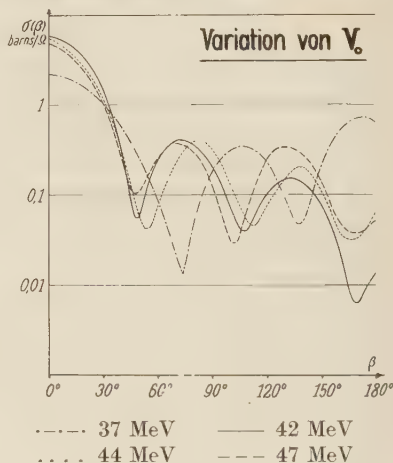


Fig. 2.2.

Einfluss verschiedener Potentialtopftiefen V_0 .

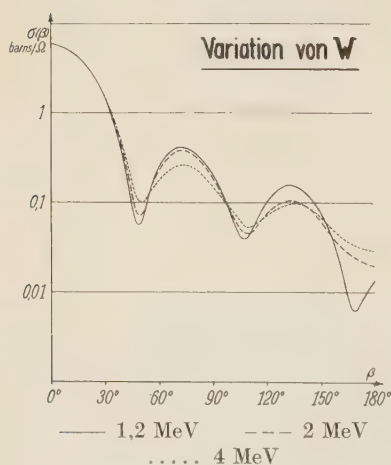


Fig. 2.3.

Einfluss verschieden grosser Imaginärteile W des Potentials.

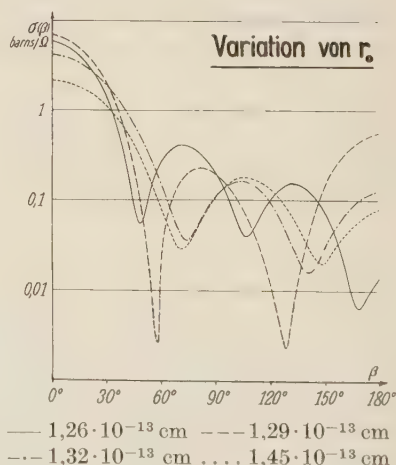


Fig. 2.4.

Einfluss verschiedener Kernradien r_0 .

2. Imaginärteil W .

Die Bestimmung von W ist bedeutend schwieriger, da theoretische Grundlagen dazu völlig fehlen. In Wirklichkeit ist W eine komplizierte Funktion der Neutronenenergie E_n und der inneren Eigenschaften der Kerne. W müsste als Funktion von E_n bei jedem virtuellen Energiezustand des Zwischenkernes resonanzartig anwachsen, ausserdem mit wachsender Energie stetig zunehmen, wie dies alle Reaktionswirkungsquerschnitte tun. Um dem Schalenmodellcharakter der Kerne zu entsprechen, hätte dagegen W bei allen magischen Kernen wieder kleiner zu werden. Wir nehmen für W weder Energie- noch Atomgewichts-Abhängigkeit an, sind uns dabei aber bewusst, dass damit eventuell auftretende Resonanzen nur im Mittel beschrieben werden. Diese Voraussetzung für W ist für den Energiebereich, in dem die experimentellen Wirkungsquerschnitte keine Resonanzstruktur mehr aufweisen, genügend gut erfüllt.

Auch für W wurde der Wert, der normalerweise mit 1,2 MeV (entsprechend $\xi = 0,03$) gewählt war, variiert und die entsprechenden Winkelverteilungskurven für $W = 2$ MeV ($\xi = 0,05$) und $W = 4$ MeV ($\xi = 0,1$) bei festen V und R berechnet (Fig. 2.3).

3. Kernradius R .

Die Grösse von R kann man auf verschiedene Arten bestimmen. Eine moderne und genaue Methode ist die Bestimmung der Ladungsverteilung innerhalb des Kernes mit hochenergetischen Elektronen. Diese ergibt eine Reichweite für die Ladungsdichte von $r_0 = 1,2 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ cm. Daraus folgt auf Grund des Schalenmodells für die Reichweite des Potentials $R = 1,5 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ cm, da die Zentrifugalbarriere $l(l+1)/r^2$ ein Zusammendrücken der Nukleonen zur Folge hat. Dieser Wert für R ist auch in Übereinstimmung mit den aus dem Alpha-Zerfall gefundenen Daten. Für die Berechnungen wurde hier der Wert

$$R = 1,45 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

verwendet. Der Einfluss der Variation von R ist in Fig. 2.4 dargestellt.

c) Berechnung des Wirkungsquerschnittes.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt für die Streuung von Neutronen an einem Kern ist gegeben durch die Formel

$$\sigma(\beta) = \frac{1}{k^2} \left| \sum_l (2l+1) \cdot e^{i\delta_l} \cdot \sin \delta_l \cdot P_l(\cos \beta) \right|^2. \quad (2.3)$$

Durch Integration über den gesamten Raumwinkel erhält man den totalen elastischen Wirkungsquerschnitt:

$$\sigma_{\text{el.}} = \frac{\pi}{k^2} \sum_l (2l+1) \cdot |e^{2i\delta_l} - 1|^2. \quad (2.4)$$

Im Falle eines Potentialtopfes lassen sich die Phasen direkt aus der Randbedingung bei $r = R$ für die Lösungen von $r < R$ und $r > R$ bestimmen. Bedeuten

$$x^2 = (k \cdot R)^2 = \frac{2m}{\hbar^2} \cdot E \cdot R^2 \quad (2.5)$$

$$y^2 = (K \cdot R)^2 = \frac{2m}{\hbar^2} \cdot (E + V_0 + iW) \cdot R^2 \quad (2.6)$$

so gilt für die Phase δ_l :

$$\text{tg } \delta_l = (-1)^l \cdot \frac{c_l}{d_l} \quad (2.7)$$

$$\text{wo } c_l = x \cdot j_{l-\frac{1}{2}}(x) \cdot j_{l+\frac{1}{2}}(y) - y \cdot j_{l-\frac{1}{2}}(y) \cdot j_{l+\frac{1}{2}}(x)$$

$$d_l = x \cdot n_{l-\frac{1}{2}}(x) \cdot j_{l+\frac{1}{2}}(y) - y \cdot j_{l-\frac{1}{2}}(y) \cdot n_{l+\frac{1}{2}}(x)$$

Aus $\text{tg } \delta_l$ folgen sofort die gesuchten Grössen:

$$e^{i\delta_l} \cdot \sin \delta_l = \frac{\text{tg } \delta_l}{1 + \text{tg}^2 \delta_l} \cdot (1 + i \cdot \text{tg } \delta_l) \quad (2.8)$$

$$e^{2i\delta_l} = \frac{e^{i\delta_l} \cdot \sin \delta_l}{\text{tg } \delta_l} + i \cdot e^{i\delta_l} \cdot \sin \delta_l. \quad (2.9)$$

Diese beiden Ausdrücke lassen sich direkt in die Formeln (2.3) und (2.4) für die Wirkungsquerschnitte einsetzen. Hier ist die „compound-elastische Streuung“ noch nicht berücksichtigt, es handelt sich also nur um den „form-elastischen“ Wirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{fel.}}$ (Fig. 2.5 bis Fig. 2.11).

d) Die „compound-elastische Streuung“.

Der durch den Imaginärteil beschriebene Zwischenkern kann nun, sofern er hoch genug angeregt ist, in sehr viele Endzustände zerfallen, unter denen auch die „compound-elastische Streuung“ zu finden ist. Diese Art von Zerfall ist um so unwahrscheinlicher, je höher der Kern angeregt wird.

Magische Kerne zeigen in dem bei unseren Messungen verwendeten Energiebereich noch nicht sehr viele angeregte Zustände, da sich Kerne mit abgeschlossenen Schalen nicht leicht anregen lassen.

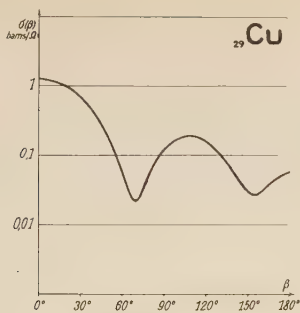


Fig. 2.5.

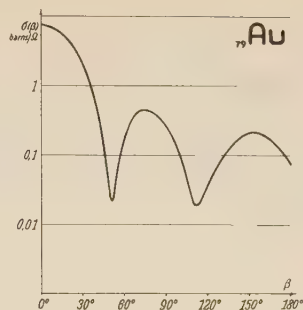


Fig. 2.9.

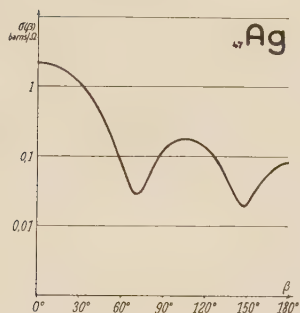


Fig. 2.6.

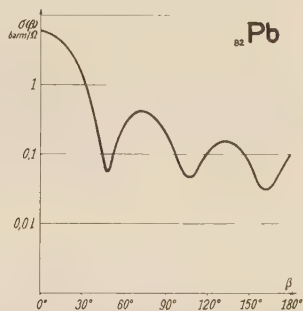


Fig. 2.10.

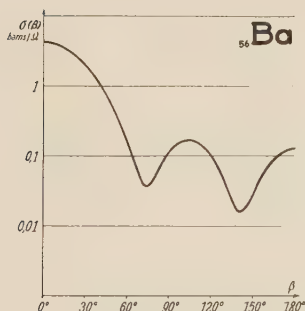


Fig. 2.7.

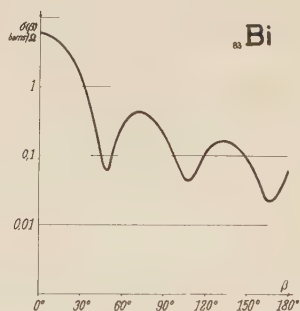


Fig. 2.11.

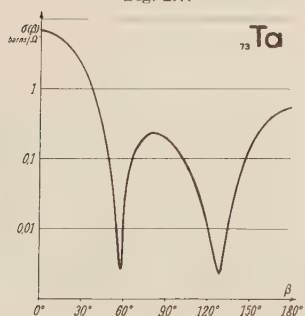


Fig. 2.8.

Fig. 2.5. Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Cu.

Fig. 2.6. Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Ag.

Fig. 2.7. Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Ba.

Fig. 2.8. Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Ta.

Fig. 2.9. Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Au.

Fig. 2.10. Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Pb.

Fig. 2.11. Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Bi.

Bei solchen Kernen ist die „compound-elastische“ Streuung schon merkbar. Bedeuten:

σ_{cel} : Wirkungsquerschnitt für „compound-elastische Streuung“

σ_{fel} : Wirkungsquerschnitt für „form-elastische Streuung“

σ_e : Wirkungsquerschnitt für die Bildung eines Zwischenkernes

σ_r : Wirkungsquerschnitt für alle Reaktionen ausser elastischer Streuung

Dann gilt

$$\sigma_{\text{total}} = \sigma_{\text{el}} + \sigma_r = \sigma_{\text{fel}} + \sigma_e \quad (2.10)$$

$$\sigma_{\text{el}} = \sigma_{\text{fel}} + \sigma_{\text{cel}} \quad (2.11)$$

$$\sigma_e = \sigma_r + \sigma_{\text{cel}} \quad (2.12)$$

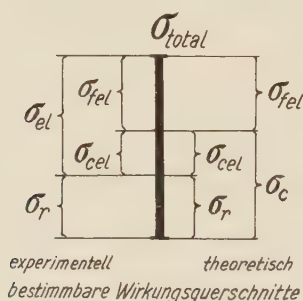


Fig. 2.12.

Die Zerlegung des totalen Wirkungsquerschnittes in experimentell oder theoretisch bestimmbare Teil-Wirkungsquerschnitte.

σ_{el} bestimmt man experimentell, σ_{fel} und σ_e lassen sich direkt aus dem Kernmodell berechnen. σ_{cel} ist also gesondert zu bestimmen um die Theorie mit dem Experiment vergleichen zu können. Dies ist im wesentlichen auf zwei Arten möglich:

a) durch vorgegebene zusätzliche Modellannahmen ist σ_{cel} theoretisch bestimmbar;

b) mit dem berechneten Wert von σ_e und den experimentell bekannten Werten für σ_r lässt sich als Differenz $\sigma_{\text{cel}} = \sigma_e - \sigma_r$ bestimmen.

σ_{cel} kann mit der Zwischenkern-Hypothese berechnet werden, wobei man $\sigma_{\text{cel}} = \sigma_e \cdot w(n)$ und die Wahrscheinlichkeit $w(n)$ für elastische Emission aus dem „Kontinuums-Modell“ errechnet. SNOWDON und WHITEHEAD⁸⁾ bestimmen σ_{cel} , indem sie das Phasenglied $e^{2i\delta_l}$ periodisch energieabhängig machen, so dass es für einen virtuellen Zustand jeweils resonanzartig ansteigt. Sie zeigen, dass eine Mittelung dieses Phasengliedes über ein Energieintervall, das viele solcher virtueller Niveaux enthält, gerade das Phasenglied des „optischen Modells“ ergibt. Eine analoge Mittelung der Ausdrücke für

die Wirkungsquerschnitte ergibt dann den Anteil der „compound-elastischen Streuung“. Dieses Verfahren ist deshalb sinnvoll, weil die einfallenden Neutronen im Experiment tatsächlich eine endliche Energiebreite von max. 100 keV aufweisen und in unserem Energiebereich die Dichte der angeregten Niveaux schon sehr gross ist. Für die explizite Berechnung von σ_{cel} müssen aber noch die Zerfallswahrscheinlichkeiten für die anderen möglichen Reaktionen bekannt sein.

Daher haben wir σ_{cel} nach der Methode b) bestimmt, wobei wir σ_r aus den vorhandenen experimentellen Daten zusammenstellten.

2.2. Komplexes Potential mit Spin-Bahn-Kopplung.

Es gibt Kernreaktionen, bei denen die Teilchen eine bevorzugte Spinrichtung erhalten. Der Polarisationsgrad eines Teilchenstrahles gibt den Mittelwert der Spinkomponenten der Teilchen in bezug auf die Quantisierungsachse an und ist definiert als

$$P = \frac{N^+ - N^-}{N^+ + N^-}. \quad (2.13)$$

Die Spin-Bahn-Kopplung kann ein Umlappen des Neutronenspins zur Folge haben, was wegen des ungleichen Einflusses der Kopplungskräfte auf entgegengerichtete Spins einen Polarisierungseffekt hervorruft.

a) Der Spin-Bahn-Kopplungsterm.

Als weitere Verfeinerung des komplexen Potentials soll ein Spin-Bahn-Kopplungsterm mitberücksichtigt werden. Geleitet vom klassischen Analogon, dem Energiebeitrag $E = -(\vec{\mu}, \vec{H})$, den das magnetische Moment $\vec{\mu}$ in einem magnetischen Feld \vec{H} erfährt, setzen wir den Spin-Bahn-Kopplungsterm in der Form $-V' \cdot (\vec{s}, \vec{l})$ an und nehmen der Einfachheit halber an, dass er für $r < R$ konstant sei, also auch Topfform habe. Das erweiterte Potential für $r < R$ heisst nun

$$V(r) = -\{V_0 + i \cdot W + V' \cdot (\vec{s}, \vec{l})\}. \quad (2.14)$$

Dabei sind \vec{s} und \vec{l} die als Vektoren aufgefassten Komponenten der Spin- und Bahndrall-Operatoren in bezug auf ein festes Koordinatensystem. V' wurde zu 0,5 MeV oder 1 MeV gewählt.

b) Die Streuformel für Teilchen mit Spin 1/2.

Das Problem der Streuung von Neutronen (mit Spin 1/2) an Kernen ist speziell von LEPORE⁹⁾ behandelt worden. Alle physikalisch

wichtigen Grössen können durch zwei Funktionen $A(\beta)$ und $B(\beta)$ beschrieben werden:

$$A(\beta) = \frac{1}{k} \sum_l \{ (l+1) \cdot e^{i\delta_l^+} \cdot \sin \delta_l^+ + l \cdot e^{i\delta_l^-} \cdot \sin \delta_l^- \} \cdot P_l(\cos \beta) \quad (2.15)$$

$$B(\beta) = \frac{i \cdot \sin \beta}{k} \sum_l \{ e^{i\delta_l^+} \cdot \sin \delta_l^+ - e^{i\delta_l^-} \cdot \sin \delta_l^- \} \cdot \frac{\partial P_l(\cos \beta)}{\partial(\cos \beta)}. \quad (2.16)$$

Die beiden Parameter bestimmen sich dabei wiederum aus den Stetigkeitsbedingungen für $\Psi_{l+\frac{1}{2}}$ und $\Psi_{l-\frac{1}{2}}$ und ihren Ableitungen am Orte $r = R$. Mit den Abkürzungen

$$x^2 = \frac{2mE}{\hbar^2} \cdot R^2 \quad (2.17)$$

$$(y^\pm)^2 = \frac{2m}{\hbar^2} \cdot \left[E + V + i \cdot W + V' \left\{ -\frac{l}{(l+1)} \right\} \right] \cdot R^2 \quad (2.18)$$

ergeben sich die zu (2.7) analogen Formeln

$$\operatorname{tg} \delta_l^\pm = (-1)^l \cdot \frac{c_l^\pm}{d_l^\pm} \quad (2.19)$$

mit

$$\begin{aligned} c_l^\pm &= x \cdot j_{l-\frac{1}{2}}(x) \cdot j_{l+\frac{1}{2}}(y^\pm) - y^\pm \cdot j_{l-\frac{1}{2}}(y^\pm) \cdot j_{l+\frac{1}{2}}(x) \\ d_l^\pm &= x \cdot n_{l-\frac{1}{2}}(x) \cdot j_{l+\frac{1}{2}}(y^\pm) - y^\pm \cdot j_{l-\frac{1}{2}}(y^\pm) \cdot n_{l+\frac{1}{2}}(x). \end{aligned}$$

Jede Phase des „optischen Modells“ ohne Spin-Bahn-Kopplung ist jetzt in zwei Phasen aufgespalten, doch ist die Aufspaltung nicht sehr gross, da $|V'| \ll |V_0|$.

c) Berechnung der Polarisierung.

Nach LEPORE⁹⁾ gilt für die Polarisierung eines ursprünglich unpolarisierten Strahls nach der Streuung

$$\vec{P} = \frac{A \cdot B^* + B \cdot A^*}{A \cdot A^* + B \cdot B^*} \cdot \vec{n} = P(\beta) \cdot \vec{n} \quad (2.20)$$

und für den Wirkungsquerschnitt mit polarisierten einfallenden Neutronen

$$\sigma(\beta, \varphi) = A \cdot A^* + B \cdot B^* + (A^* \cdot B + B^* \cdot A) \cdot \vec{P}_1 \cdot \vec{n}_1. \quad (2.21)$$

Wie beim Licht lassen sich Polarisierungseffekte praktisch nur als Intensitätseffekte nachweisen, wozu ein Analysator notwendig ist.

Da unsere (d, d) -Neutronen bereits polarisiert sind¹⁰⁾¹¹⁾, können die zu untersuchenden Kerne als Analysator wirken. Damit folgt für den Wirkungsquerschnitt

$$\sigma(\beta_2, \varphi_2) = \sigma(\beta_2)_{\text{unpol}} \cdot \{ 1 + P_1(\beta_1) \cdot P_2(\beta_2) \cdot \vec{n}_1 \cdot \vec{n}_2 \}. \quad (2.22)$$

Dabei beziehen sich die Indizes 1 auf den Polarisator ((d, d) -Reaktion) und die Indizes 2 auf den Analysator (das zu untersuchende Element). Der Wirkungsquerschnitt zeigt also wie erwartet eine Azimutal-Asymmetrie. (Fig. 2.13 bis Fig. 2.16).

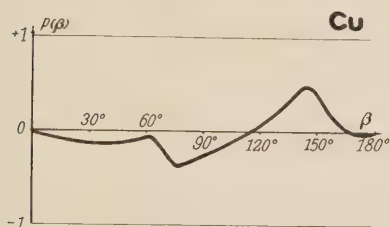


Fig. 2.13.

Polarisationsgrad P der 3,3 MeV-Neutronen an Cu.

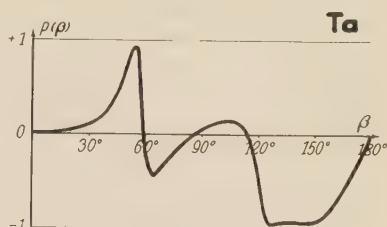


Fig. 2.14.

Polarisationsgrad P der 3,3 MeV-Neutronen an Ta.

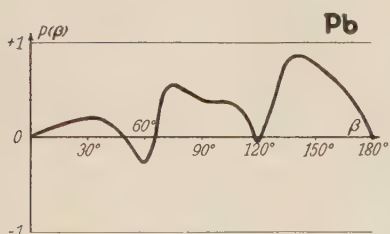


Fig. 2.15.

Polarisationsgrad P der 3,3 MeV-Neutronen an Pb.

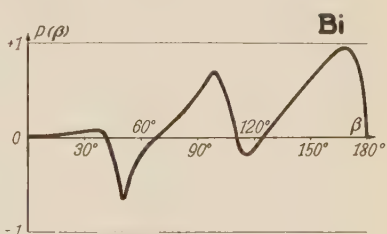


Fig. 2.16.

Polarisationsgrad P der 3,3 MeV-Neutronen an Bi.

Gemessen werden können die beiden $\sigma(\beta_2, \varphi_2)$ für $\vec{n}_2 = \vec{n}_1$, also σ^+ und für $\vec{n}_2 = -\vec{n}_1$, also σ^- . Damit wird dann

$$P_{\text{exp}} = P_1(\beta_1) \cdot P_2(\beta_2) = \frac{\sigma^+ - \sigma^-}{\sigma^+ + \sigma^-}. \quad (2.23)$$

Bei bekannten $P_1(\beta_1)$ lässt sich daraus $P_2(\beta_2)$ bestimmen. Als den differentiellen Wirkungsquerschnitt für die untersuchten Kerne hat man natürlich $\sigma(\beta)_{\text{unpol}}$ für unpolarisierte Neutronen zu betrachten. Soll nun der Zusatzterm der Spin-Bahn-Kopplung eine sinnvolle Erweiterung des „optischen Modells“ darstellen, so darf $\sigma(\beta)_{\text{unpol}}$ nicht wesentlich von $\sigma(\beta)_{\text{fel}}$, berechnet mit dem gewöhnlichen komplexen Potential, abweichen. Wir haben durch Berechnen gezeigt, dass dies tatsächlich der Fall ist. Es folgt vor allem daraus, dass die Aufspaltung durch die Spin-Bahn-Kopplung den Schwerpunkt der Phasen unverändert lässt.

3. Experimenteller Teil.

3.1. Apparatives.

a) Die Neutronenquelle.

Möglichst monochromatische Neutronen von 3,3 MeV Energie werden mit der (d,d)-Reaktion durch Beschleunigen der Deuteronen in der 800 kV-Hochspannungsanlage (Tensator) des physikalischen Institutes an der ETH erzeugt.

Um die Target zu schonen, wurde die Ionenstromdichte mit nur $15 \mu\text{A pro cm}^2$ Targetfläche gewählt. Da die Abnahme der Targetdicke der schlechten Wärmefähigkeit des schweren Eises wegen sich auch bei sehr intensiver Kühlung mit flüssigem Stickstoff nicht verhindern lässt, muss die Stromdichte klein gehalten werden. Der Ionenstrom fällt infolge der magnetischen Ablenkung um 45° als schmales Band reiner D^+ -Ionen auf die Target. Ein von Wechselstrom durchflossener „Wobbel-Magnet“ gestattet die wirksame Targetfläche besser auszunützen und damit das Verdampfen des schweren Eises unter dem Ionenbombardement zu verringern. Die Target muss ungefähr alle 30 Minuten neu hergestellt werden, da ein kontinuierliches Aufdampfen rasch Inhomogenitäten entstehen lässt. Es bildete sich bei konstantem Betrieb am Rande der bestrahlten Targetfläche eine dicke Eisschicht, die starke Intensitätsschwankungen des Neutronenstromes zur Folge hat.

Die grössten Schwierigkeiten bei Neutronen-Streuexperimenten bereitet jeweils der Neutronen-Untergrund. Nach vielen systematischen Untersuchungen mit verschiedenen Abschirmungen aus in

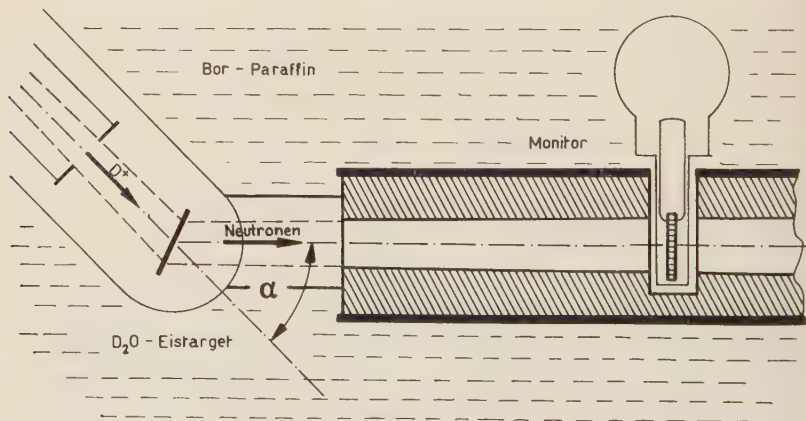


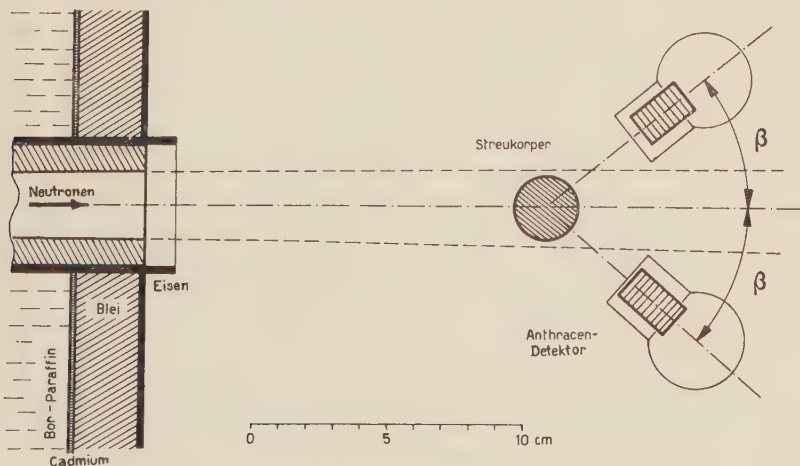
Fig. 3.1. Versuchsanordnung im Schnitt.

Wasser gelöstem $B(OH)_3$ variierter Konzentrationen und Borsäure-Paraffingemischen zeigte es sich, dass massive Blöcke aus einem homogenen Gemisch von 1 Gewichtsteil Borsäure und 3 Gewichtsteilen Paraffin am zweckmässigsten sind. Die schnellen Neutronen werden im Paraffin auf thermische Energien verlangsamt und im Bor absorbiert. Die Target ist allseitig mit einer Abschirmung von mindestens 45 cm dieser Schutzblöcke umgeben. Auf der Seite der Streukammer sind die Paraffinblöcke ausserdem mit Cadmiumblech von 1 mm Dicke eingefasst und die entstehende γ -Strahlung wird in einer 2,5 cm dicken Bleischicht merklich geschwächt.

Trotz dieser sorgfältigen Abschirmung ist der Untergrund noch verhältnismässig gross. Das Verhältnis Untergrund zu direktem Strahl beträgt ungefähr 6%. Zuverlässige statistische Resultate genügender Genauigkeit erhält man daher nur durch viele Messungen.

Die monochromatischen Neutronen von 3,3 MeV Energie werden durch einen Kollimator unter dem fixen Beobachtungswinkel von 45° ausgeblendet. Dieser Kollimator besteht aus einem sich konisch von 15×15 mm auf 25×30 mm erweiternden Bleikanal mit rechteckigem Querschnitt und von 530 mm Länge. Der Streukörper befindet sich in der Achse dieses Kanals. Zwei Detektoren sind unabhängig voneinander um den Streukörper drehbar. Der direkte Strahl kann frei austreten und trifft nach 3 m auf die Wand (Fig.3.1).

Um die Breite des Neutronenspektrums möglichst klein zu halten und um stets mit gleicher Intensität messen zu können, wird die Targetdicke so gewählt, dass die Neutronenintensität gleich einem Viertel der bei Sättigungsschichtdicke, in welcher die Neutronen vollständig abgebremst werden, emittierten ist.



Es lässt sich nicht vermeiden, dass von der Target noch Neutronen von anderer als der gewünschten Energie ausgesandt werden, so durch Streuung im Targetmaterial, in der Kühlflüssigkeit usw. Der Anteil dieser Neutronen mit falschen Energien muss mit 5% angenommen werden. Ihre Anwesenheit führt zu einer Verflachung des differentiellen Wirkungsquerschnitt-Verlaufes.

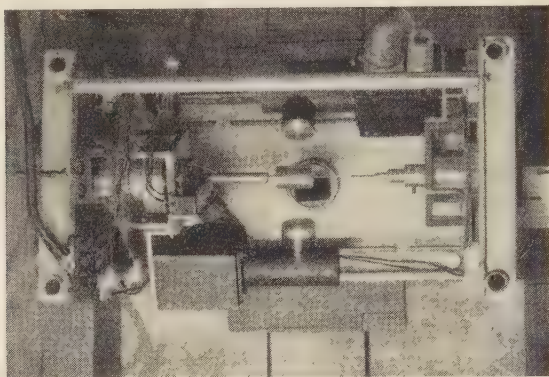


Abb. 3.1.

Ansicht der Streukammer.

b) Die Ionenquelle.

Um die Energieunschärfe zu verringern, welche bei der ursprünglichen Hochspannungs-Gasentladung nach OLIPHANT mit einer Spannung von 60 kV nicht korrigiert werden konnte, entwickelten wir eine Ionenquelle THONEMANNscher Bauart¹²⁾ zur Erzeugung der Deuteronen. Hier beträgt die Ionenabsaugspannung nur etwa 1 kV. Dadurch steigert sich das Energieauflösungsvermögen der mit (d,d)-Neutronen gemessenen Wirkungsquerschnitte gewaltig.

Bei der Konstruktion musste auf die besonderen Betriebsbedingungen des Tensators Rücksicht genommen werden:

Kleiner Gasverbrauch. Die Platzverhältnisse auf der Hochspannungsseite des Beschleunigers sind so knapp, dass sich direkt nach der Ionenquelle keine Differentialpumpe einbauen lässt. Das Gas muss daher durch das 7 m lange Beschleunigungsrohr abgesaugt werden, in welchem kein zu grosser Druckabfall entstehen darf.

Die erzeugbare *Hochfrequenzleistung* ist ebenfalls beschränkt, zudem darf die Leistungsröhre des Senders nicht mit ihrer Grenzleistung betrieben werden, da ein Aussetzen der Belastung (Löschen der Gasentladung) eine Überbelastung der Anode zur Folge hat.

Die im Tensator eingebaute Anordnung ist in Fig. 3.2 und in Abb. 3.2 dargestellt. Das Entladungsgefäß aus Pyrexglas hat eine Gaszufuhr von oben und ist mit einer Gummidichtung leicht montierbar. Der Ionenkanal ist nach der von Moak¹³⁾ vorgeschlagenen Lösung gestaltet und als günstig für eine grosse Ausbeute gefunden worden. Als Kanalmaterial erwies sich Magnesium gegenüber Korrosionen widerstandsfähiger als das üblicherweise verwendete Anticorodal. Ein Helmholtz-Spulenpaar erzeugt ein achsiales Magnetfeld von ungefähr 250 Gauss und bewirkt eine Erhöhung der Iondichte und eine Fokussierung der zum Kanal fliegenden Ionen. Die



Abb. 3.2.

Gesamtansicht der Ionenquelle.

hochfrequente Erregung der Entladung erfolgt durch ein radiales Feld von 180 MHz, das zwischen zwei das Ionengefäß backenförmig umfassenden Kupferelektroden steht.

Der Sender (Fig. 3.3) besteht aus einer Treiberstufe (832 A) und einer Leistungsstufe (829 B), die mit einer Anodenleistung von etwa 40 Watt betrieben wird. Die Schwingkreise sind Lechersysteme geeigneter Länge; die Ankopplung an die Ionenquelle geht über ein kurzes Zweileiterkabel auf ein Lechersystem, das der Impedanztransformation dient. Das Absaugen der im mittleren Teil des Ionengefäßes erzeugten Ionen besorgt eine an einer Wolframkathode angelegte variable Gleichspannung von max. 2 kV.

Fig. 3.2 A

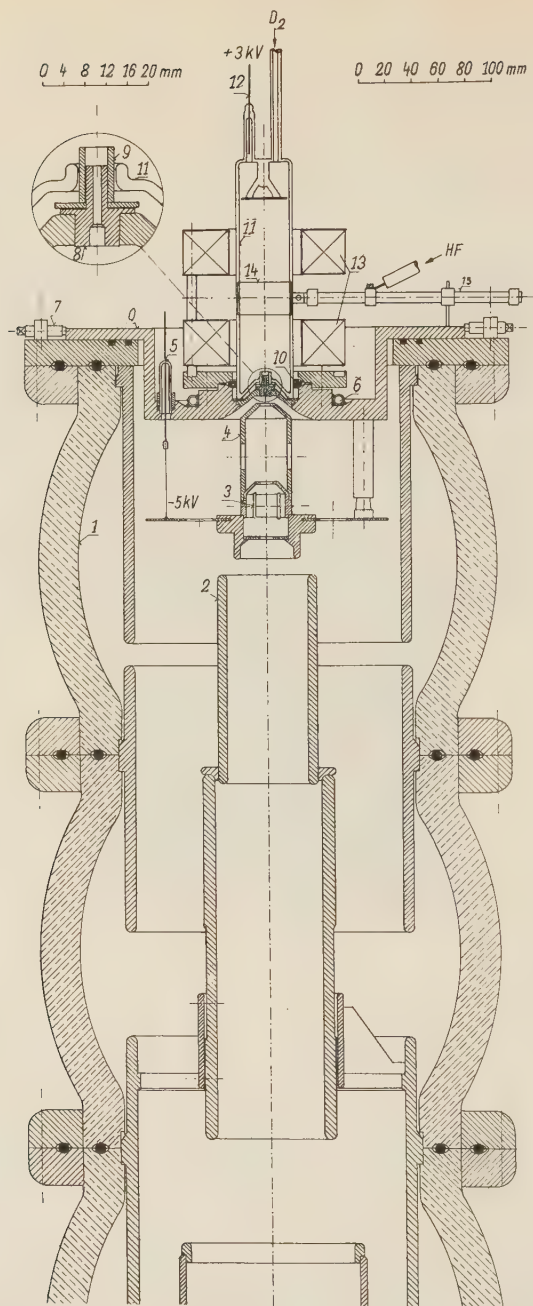


Fig. 3.2 Schnitt durch die Ionenquelle und den oberen Teil des Strahlrohres.
 Fig. 3.2 A. Detail des Ionenkanals.

Der maximal erreichbare Deuteronenstrom kann im Tensator gar nicht verwendet werden, da sonst die dünne D_2O -Target sofort verdampft. Trotzdem seien zur allgemeinen Information die mühelos erreichbaren Daten in Tabelle 3.1 angegeben.

Tabelle 3.1
Betriebsdaten der Hochfrequenz-Ionenquelle.

D_2O -Gasverbrauch	5	cm ³ /h
Druck im Ionengefäß	$50 \cdot 10^{-3}$	mmHg
HF-Anodenkreis-Leistung . . .	90	Watt
Absaugspannung	4	kV
Absaugstrom	1,5	mA
Fokussierter Ionenstrom . . .	1000	μA
Abgelenkter D_1^+ -Strom	800	μA
Abgelenkter D_2^+ -Strom	80	μA
Abgelenkter D_3^+ -Strom	100	μA
Atomionenausbeute	ca. 80	%

Das Deuterium wird durch Elektrolyse aus schwerem Wasser von 99,7% Reinheit gewonnen und steigt durch eine 8 m lange Kapillarleitung bis zum Fowler-Ventil, das zur Regulierung der Gas-Nachströmung dient.

Spezielle Vorsichtsmassnahmen sind nötig, um eine stabile Ionenquelle zu erhalten: Die Ionengefässe müssen vor dem Einbau mit Flußsäure gereinigt, mit destilliertem Wasser ausgespült und bei 150° C im Ofen ausgeheizt werden. Der Einbau erfolgt in noch warmem Zustand.

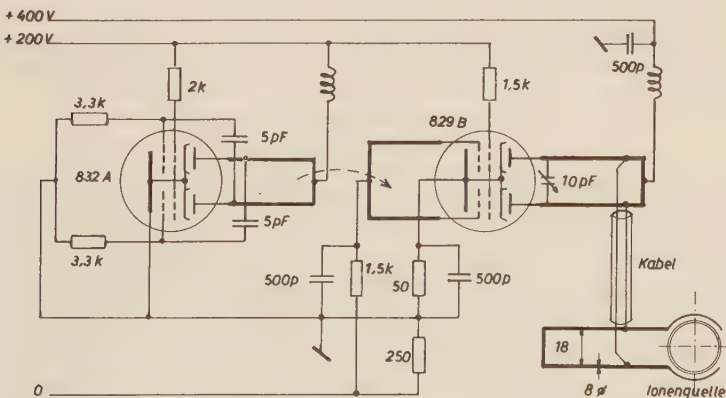


Fig. 3.3.
Schaltschema des Senders.

Die Gestaltung des Ionenkanals ist aus Fig. 3.2A ersichtlich. Bei 4 mm Innendurchmesser erwies sich ein Vorstehenlassen des glasklaren, feuerpolierten Quarz-Schutzröhrchens über die Oberkante des Kanals um 3 mm als am günstigsten. Die Innenkante des Anticorodalkanals wurde durch das Ionenbombardement ziemlich rasch abgenützt und abgerundet. Damit ist eine Verringerung des Ionenstroms um mehr als 50 % verbunden. Eine Verlängerung der Lebensdauer der Kanäle auf gut 100 Betriebsstunden liess sich durch Verwenden von Magnesium an Stelle des Anticorodals erreichen. Eine weitere Verbesserung ergab das nach unten konische Ausbohren des Magnesium-Kanals.

Die aus dem Kanal austretenden Ionen werden sogleich vorbeschleunigt, um die zerstreuende Wirkung des nachströmenden Gases zu vermindern. Sie gelangen dann in ein System von zwei Ablenkplatten-Paaren, mit dem sich der Strahl zentrieren lässt.

c) Die Streukörper.

Die Streukörper sind chemisch reine, kreiszylindrische Stücke von 20 mm Durchmesser und 30 mm Länge. Die Grösse der Streukörper ist bestimmt durch den Querschnitt des einfallenden Neutronenstrahls, durch die erforderliche Messintensität und durch die Geometrie der Anordnung.

Die Befestigung der Streukörper erfolgte besonders sorgfältig. Um möglichst wenig Fremdatome im Streukörper zu haben, wurde der Zylinder auf ein Stahlröhrchen aufgesetzt, das sich trotz des Gewichtes der Zylinder nicht durchbiegen durfte und so eine einwandfreie Justierung ermöglichte.

Das sehr spröde kristalline Wismut wurde vor der Verarbeitung im Vakuum in einem Grafittiegel geschmolzen.

Alle wichtigen Daten der Streukörper sind in der Tabelle 3.2 zusammengefasst.

d) Neutronendetektoren.

Die Neutronen werden mit den in früheren Arbeiten^{10) 11)} beschriebenen Anthrazenkristall-Zählern registriert. Günstig ist die relativ hohe Ansprechwahrscheinlichkeit von gegen 20 % für Neutronen von einigen MeV Energie; nachteilig die hohe Empfindlichkeit für γ -Strahlen. Die Kristalle von 14×20 mm Fläche und 25 mm Länge sind der Form der Multiplier-Röhre 1P21 genau angepasst. Systematische Untersuchungen zeigten, dass die Diskriminierung im nachfolgenden Breitbandverstärker so tief gewählt werden kann, dass die Empfindlichkeit für γ -Strahlen sehr klein, die Absolutempfindlichkeit für Neutronen dagegen grösser als 10 % ist.

Die beiden beweglichen Detektoren mit der dazugehörenden Elektronik sind möglichst gleich gebaut. Der dritte Anthrazenkristall, eine Scheibe von 25×25 mm Fläche und 2,5 mm Dicke stand als Neutronenmonitor in 160 mm Abstand von der Target im Profil des kollimierten Neutronenstrahls (Fig. 3.1). Sämtliche auf den Streukörper treffenden Neutronen durchsetzen also vorher den Monitor. Die geringe Dicke des Kristalls schwächt die Intensität nur um 5%, liefert aber eine zum Neutronenfluss proportionale Grösse, die von den im Tensator auftretenden Schwankungen weitgehend unabhängig ist.

Tabelle 3.2
Daten zu den verwendeten Streukörpern

Streukörper	A	Isotopenteile		Gesamtkernspin
^{29}Cu Kupfer	63,57	Cu^{63}	69 %	3/2
		Cu^{65}	31 %	3/2
^{73}Ta Tantal	180,93	Ta^{181}	100, %	7/2
^{82}Pb Blei	207,2	Pb^{204}	1,5%	0
		Pb^{206}	23,6%	0
		Pb^{207}	22,6%	1/2
		Pb^{208}	52,3%	0
^{83}Bi Wismut	209	Bi^{209}	100 %	9/2
Streukörper	Dichte $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$	n Kerne $\cdot \text{cm}^{-3}$	mittl. freie Weglänge cm	Reinheit
^{29}Cu Kupfer	8,94	$0,848 \cdot 10^{23}$	3,47	99,98%
^{73}Ta Tantal	16,6	$0,553 \cdot 10^{23}$	2,74	99,8 %
^{82}Pb Blei	11,35	$0,330 \cdot 10^{23}$	3,99	99,97%
^{83}Bi Wismut	9,75	$0,281 \cdot 10^{23}$	4,62	99,5 %

3.2. Messmethoden.

Differentielle Wirkungsquerschnitte für elastische Streuung schneller Neutronen an mittleren und schweren Kernen wurden bereits von verschiedenen Gruppen gemessen¹⁴⁻¹⁶). Beim üblichen Verfahren wird das zu untersuchende Material in einen Neutronenstrahl gestellt, und es werden mit einem beweglichen Neutronendetektor die Zählraten in Abhängigkeit vom Streuwinkel und im direkten Strahl bestimmt. Es sind zwei Detektoren unabhängig voneinander drehbar um die Achse des Streukörpers angeordnet. Der Winkel β entspricht dem Streuwinkel ϑ im Schwerpunkts-

system, wobei der direkte Neutronenstrahl das messbare Winkelintervall auf 30° – 150° beschränkt. Der Azimutalwinkel φ ist bei fest gegebenem Streuwinkel β von 0° – 360° einstellbar. Da der Polarisationsvektor einer Reaktion meistens normal zur Reaktionsebene steht, ist in unserem Fall φ der Winkel, den die Neutronen-Streuebene mit der (d,n)-Reaktionsebene bildet. φ ist 0° oder 180° , wenn die beiden Ebenen zusammenfallen. Da unter diesen Winkeln die Maximalwerte des Polarisationsgrades erhalten werden, haben wir nur mit $\varphi = 0^\circ$ und $\varphi = 180^\circ$ gemessen.

Der differentielle Wirkungsquerschnitt im Laborsystem lässt sich aus den gemessenen Stosszahlen auf folgende Weise gewinnen:

Die Zählrate des Detektors im direkten Strahl ($\beta = 0^\circ$) beträgt für eine punktförmige Neutronenquelle der Intensität n_0 (Anzahl der Stösse pro Raumwinkel und Sekunde) im Abstand $(L + D)$

$$Z(0^\circ) = \frac{n_0 \cdot f \cdot \eta(0^\circ)}{(L + D)^2} \quad (3.1)$$

wenn f die Fläche des Detektors und $\eta(\beta)$ sein Ansprechvermögen bezeichnen.

Die Zählrate unter den Winkeln β und φ ist dann

$$Z(\beta, \varphi) = \frac{n_0 \cdot F}{L^2} \cdot N \cdot \sigma(\beta, \varphi) \cdot \frac{f}{D^2} \cdot \eta(\beta) \cdot k(\beta, \varphi). \quad (3.2)$$

Somit wird der differentielle Wirkungsquerschnitt

$$\sigma(\beta, \varphi) = \frac{Z(\beta, \varphi)}{Z(0^\circ)} \cdot \frac{L^2}{(L + D)^2} \cdot \frac{D^2}{N \cdot F} \cdot \frac{1}{k(\beta, \varphi)} \cdot \frac{\eta(0^\circ)}{\eta(\beta)} \quad (3.3)$$

dabei bedeuten:

- N Zahl der pro cm^2 im Streukörper enthaltenen Kerne.
- F Senkrecht zum Neutronenstrahl stehende Fläche des Streukörpers.
- L Abstand Target-Streukörper.
- D Abstand Streukörper-Detektor.
- $k(\beta, \varphi)$ Enthält alle Korrekturen wegen der endlichen Ausdehnung des Streukörpers und des Detektors und ist ungefähr $= 1$.

Der totale Wirkungsquerschnitt folgt aus der Integration über den ganzen Raumwinkel

$$\sigma_{\text{total}} = \int \sigma(\beta, \varphi) \cdot d\Omega. \quad (3.4)$$

Die unter den Winkeln β und φ in den Raumwinkel $d\Omega$ gestreuten Intensitäten seien mit $I(\beta, \varphi) \cdot d\Omega$ bezeichnet. Dann sind die mit den Detektoren A unter $\varphi = 0^\circ$ und B unter $\varphi = 180^\circ$ gemessenen Stosszahlen:

$$\begin{aligned} Z_A(\beta, 0^\circ) &= \eta_A \cdot I(\beta, 0^\circ) \cdot d\Omega_A \\ Z_B(\beta, 180^\circ) &= \eta_B \cdot I(\beta, 180^\circ) \cdot d\Omega_B. \end{aligned} \quad (3.5)$$

In vertauschter Position bei gleichbleibender Detektorempfindlichkeit folgt analog

$$\begin{aligned} Z_A(\beta, 180^\circ) &= \eta_A \cdot I(\beta, 180^\circ) \cdot d\Omega_A \\ Z_B(\beta, 0^\circ) &= \eta_B \cdot I(\beta, 0^\circ) \cdot d\Omega_B. \end{aligned} \quad (3.6)$$

Als optimalen Wert für den differentiellen Wirkungsquerschnitt unpolarisierter Neutronen ergibt sich

$$\sigma_u(\beta) = \frac{Z_A(\beta, 0^\circ) + Z_A(\beta, 180^\circ)}{Z_A(0^\circ, 0^\circ)} \cdot K_A(\beta) + \frac{Z_B(\beta, 0^\circ) + Z_B(\beta, 180^\circ)}{Z_B(0^\circ, 0^\circ)} \cdot K_B(\beta). \quad (3.7)$$

Den absoluten Wirkungsquerschnitt erhält man durch Einsetzen in die Formel (3.1) resp. (3.3), wobei die geometrischen Grössen und die Intensität des direkten Strahles bekannt sein müssen. Der relative Verlauf ist genauer bestimmbar als der absolute Wert, da sich der Korrekturfaktor $k(\beta, \varphi)$ und der Abstand D für die endlichen Dimensionen des Streukörpers und des Detektors nicht genau erfassen lassen und streng genommen energie- und winkelabhängig sind.

Bei der Bestimmung des Polarisationsgrades hingegen fallen bei dieser Messanordnung mit zwei Detektoren die unsicheren Grössen $G(\beta, \varphi)$ heraus.

Wir finden durch Eliminieren der Empfindlichkeiten als reine Messgrösse ε für einen Detektor

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0 - \sigma_\pi}{\sigma_0 + \sigma_\pi} = \frac{1 - \frac{\sigma_\pi}{\sigma_0}}{1 + \frac{\sigma_\pi}{\sigma_0}} = \frac{1 - \frac{Z(\beta, \pi)}{Z(\beta, 0)} \cdot \frac{G(\beta, \pi)}{G(\beta, 0)}}{1 + \frac{Z(\beta, \pi)}{Z(\beta, 0)} \cdot \frac{G(\beta, \pi)}{G(\beta, 0)}} \quad (3.8)$$

und für zwei gleichzeitig messende Detektoren

$$\varepsilon = \frac{1 - \left(\frac{Z_A(\beta, \pi)}{Z_A(\beta, 0)} \cdot \frac{Z_B(\beta, \pi)}{Z_B(\beta, 0)} \right)^{1/2}}{1 + \left(\frac{Z_A(\beta, \pi)}{Z_A(\beta, 0)} \cdot \frac{Z_B(\beta, \pi)}{Z_B(\beta, 0)} \right)^{1/2}} \quad (3.9)$$

Da es sich bei den Polarisierungseffekten um sehr kleine Beträge handelt, können diese durch Justierfehler der Apparatur wesentlich verfälscht werden. Eine besonders gefährliche apparative Asymmetrie lässt sich mittels Messungen unter $\varphi = 90^\circ$ und $\varphi = 270^\circ$, für die identische Resultate erhalten werden sollen, feststellen und leicht korrigieren.

Unsere spezielle Messanordnung wird durch den hohen Untergrund festgelegt. Dieser setzt sich im wesentlichen aus 3 Anteilen zusammen, die sich ungleich auf die Resultate auswirken und daher eine spezielle Betrachtung erfordern:

1. Der grösste, dem Neutronenfluss proportionale Anteil besteht aus den schon oben erwähnten, die Abschirmung durchdringenden Neutronen und den durch sie erzeugten Gammastrahlen.

2. Ein zweiter Anteil ist bereits ohne D_2O -Target vorhanden, er rührt vom Blendensystem der Deuteronenstrahl-Kollimation her und ist proportional zum Ionenstrom. Kleine Schwankungen der Strahlrichtung oder der Fokussierung können bereits starke Änderungen dieses Anteils zur Folge haben.

3. Die Kathode des Photomultipliers verursacht einen zeitproportionalen Anteil des Untergrundes.

Die Effekte 1. und 3. sind über längere Zeitintervalle als konstant anzunehmen, da der Monitor die Intensitätsschwankungen kompensiert und sich die Einflüsse durch die Differenzmessungen relativ leicht eliminieren lassen. Der Anteil 2. jedoch verursacht unstetige Veränderungen des Untergrundes, die meistens nur kurze Zeit, gelegentlich aber auch mehrere Minuten andauern können. Störungen dieser Art kann man nur durch rasch aufeinanderfolgendes Messen von Effekt und Untergrund erfassen und ausmerzen.

Eine weitere Komplikation bereitet der Neutronendetektor, der trotz der relativ hohen Ansprechwahrscheinlichkeit von über 10% die Messdauer doch gewaltig verlängert, wenn genügend gute statistische Resultate erreicht werden sollen. Aus all diesen Gründen, und um gleichzeitig eine Kontrolle in bezug auf die Kontinuität der Messungen zu erhalten, sind ständig zwei Detektoren in Betrieb.

Die an unserem Institut konstruierte Steuerung, die ein vorgegebenes Messprogramm automatisch abwickelt, konnte noch verbessert werden: Der Monitor, der jeweils nach einer bestimmt eingestellten Stosszahl (Messintervalle von ca. 5 s) einen Impuls an einen 26stufigen Schrittwähler abgibt, steuert dieses ganze Programm. Der Streukörper befindet sich abwechselungsweise für ein Messintervall im kollimierten Neutronenstrahl oder ganz ausserhalb desselben. Ein elektropneumatisches Relais steuert die Bewegung des Streukörpers. Die elektronischen Messkanäle können nur zählen, wenn sich der Streukörper entweder zentriert im Strahl oder vollständig ausserhalb des Strahles befindet und sie so durch entsprechende Mikroschalter geöffnet sind. Der Unterbruch der Messung beim Umschalten dauert ca. 0,5 s.

Nach der Vorverstärkung direkt am Photomultiplier und nach Verstärkung gelangen die Impulse auf ein Paar von Untersetzern, wobei, durch die Automatik gesteuert, der eine die Rate der *mit* dem Streukörper im Neutronenstrahl, der andere die Rate der *ohne* Streukörper registrierten Impulse zählt. Bei der kurzen Messdauer

von ca. 5 s und der grossen Stosszahl (bis 10 Impulse/s) ist wegen Interpolationsfehlern das Umschalten der Zählwerke ohne Unterbrechen der Messung nicht mehr zulässig.

Die genaue Übereinstimmung der Empfindlichkeit und des Auflösungsvermögens der Untersetzer-Paare liess sich auf die Dauer nur bis auf 0,5% erreichen. Daher wird der ganze Zyklus mit vertauschten Untersetzern automatisch wiederholt, so dass sich die Asymmetrie der Messungen durch Mittelwertbildung eliminieren lässt.

Der gesamte Messzyklus läuft also nach folgendem Programm ab:

Die beiden Detektoren sind unter dem gleichen Streuwinkel β , aber mit verschiedenen Azimuten $\varphi_1 = 0^\circ$ und $\varphi_2 = 180^\circ$ eingestellt. Die Zählraten der ersten 24 Messintervalle, abwechselnd mit und ohne Streukörper gemessen, werden von 4 Zählwerken aufsummiert. Automatisch daran anschliessend wird dieselbe Messung mit vertauschten Untersetzern auf 4 weiteren Zählwerken registriert und gespeichert. Die Resultate werden dann abgelesen und ein neuer Streuwinkel β eingestellt.

Die statistische Genauigkeit eines solchen Messzyklus, der ungefähr 5 Minuten dauert, beträgt ca. 20% und ist auch für andere Neutronen-Detektoren sicher nicht kleiner. Der Winkelbereich von 30° bis 150° wurde in Schritte von 15° unterteilt, die untersuchten Winkelwerte β sind daher: $30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135$ und 150° . Eine vollständige Winkelverteilungsmessung besteht somit für beide Azimute ($\varphi = 0^\circ; 180^\circ$) aus je 18 Messpunkten, die in stetiger Folge mit den beiden Detektoren unter gleichem Streuwinkel β durchlaufen werden. Vor, während und nach jeder ganzen Winkelverteilungsmessung wurde ausserdem die Direkt-Zählrate $Z(0^\circ)$ unter dem Winkel $\beta = 0^\circ$ mehrmals bestimmt.

Um eine genügende statistische Genauigkeit zu erhalten wurden für jedes untersuchte Element bis zu 50 vollständige Winkelverteilungsmessungen durchgeführt.

Spezielle Aufmerksamkeit erfordert das Einstellen des Streuwinkels bei Polarisationsmessungen vor allem dort, wo sich der differentieller Wirkungsquerschnitt stark ändert. Die Winkeleinstellung erfolgt über einen spielfreien Schneckenantrieb mit 0,5% Genauigkeit. Damit verglichen ist der Winkelbereich von ca. 10° , den der Anthrazen-Kristall infolge seiner räumlichen Ausdehnung umfasst, wesentlich grösser.

Der Nullpunkt der Winkelskala darf nicht nur geometrisch bestimmt werden, am besten legt man den Nullpunkt experimentell mit dem Neutronenstrahl selbst fest. Zu diesem Zweck wird das

Kanalprofil mit dem sorgfältig geometrisch zentrierten Streukörper ausgemessen und auf Grund der Asymmetrie der Nullpunkt auf $0,5^\circ$ genau korrigiert. Fig. 3.4 zeigt ein Beispiel eines solchen ausgemessenen und justierten Kanalprofils. Die äusseren Flanken fixieren die Strahlrichtung, die beiden inneren Flanken bestimmen den Nullpunkt und die Breiten der durch die Einsattelung erzeugten Buckel zeigen ausserdem an, ob die Zentrierung des Streukörpers einwandfrei ist.

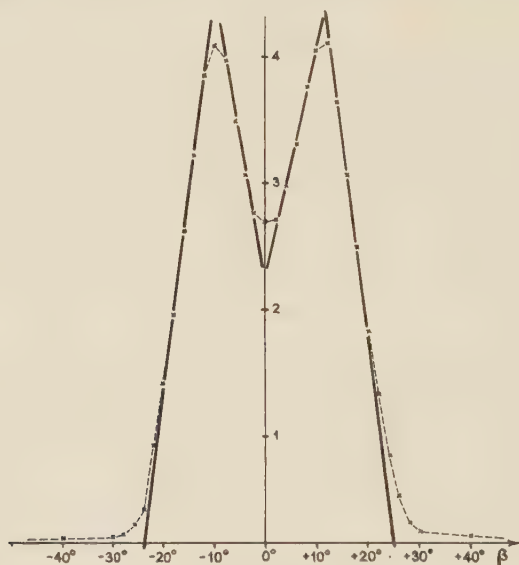


Fig. 3.4.

Neutronenprofil des unabgelenkten Strahles bei zentrierter Lage des Streukörpers und justiertem Detektor.

3.3. Korrekturen.

Es ist prinzipiell unmöglich, experimentell Wirkungsquerschnitte zu erhalten, die nicht mit falschen Effekten behaftet sind. Diese sind grösstenteils geometrischer Natur und unvermeidlich, sobald eine vernünftige Intensität an gestreuten Neutronen registriert werden soll. Die Versuchsanordnung wurde zum voraus so geplant, dass die einzelnen Beiträge der verschiedenen Korrekturen klein sind gegenüber dem eigentlichen Streueffekt, so dass es möglich ist, sie einzeln zu bestimmen und ohne gegenseitige Beeinflussung die experimentellen Werte zu korrigieren.

Es sollen die Einflüsse der Mehrfachstreuung, der Geometrie, der Untergrundstreuung, der Detektorempfindlichkeit, der Anisotropie

des Neutronenstrahls, der Intensitätsverluste und der Fremdkerne im Streukörper sowie der inelastischen Streuung näher untersucht und abgeschätzt werden:

a) Mehrfachstreuung.

Da die geometrischen Dimensionen des Streukörpers von der Größenordnung der mittleren freien Weglänge der Neutronen (vgl. Tab. 3.2) sind, ist mit einem merklichen Anteil von mehrfach im Streukörper gestreuten Neutronen zu rechnen. In Folge dessen kann die experimentell gefundene Winkelverteilung nicht mit den theoretisch berechneten Daten übereinstimmen. Weil die Mehrfachstreuung für *einen* Winkel von den Werten des differentiellen Wirkungsquerschnittes *aller* Winkel abhängt, muss die Korrektur für die ganze Kurve als solche und nicht für jeden einzelnen Messpunkt angebracht werden. Dies ist jedoch für den allgemeinen Fall nicht in geschlossener Form möglich.

Die Schwierigkeit einer solchen Darstellung liegt in der Energieabhängigkeit des differentiellen Wirkungsquerschnittes. Jedes gestreute Teilchen verliert beim elastischen Stoss einen vom Streuwinkel abhängigen Energiebetrag und hat daher nach dem zweiten Stoss eine andere Winkelverteilung. Auch experimentell lässt sich der Effekt nicht leicht bestimmen.

Es sind hingegen Näherungsverfahren beschrieben worden, die genügend genau sind unter der Voraussetzung, dass der Anteil der mehrfach gestreuten Teilchen klein ist gegenüber der Gesamtstreuung. Nach BLOK & JONKER¹⁷⁾ gilt mit den Annahmen:

1. Die Neutronen werden höchstens dreifach gestreut.
2. Das Verhältnis der Doppel- zur Einfachstreuung ist gleich dem Verhältnis der Dreifach- zur Doppelstreuung.
3. Die Winkelverteilung der mehrfach gestreuten Teilchen im Streukörper entspricht derjenigen in einem unendlich ausgedehnten Streuer desselben Materials.
4. Alle k -fach gestreuten Neutronen besitzen dieselbe, der mittleren Energie E_k entsprechende Winkelverteilung.

für die Winkelverteilung der k -fach gestreuten Teilchen in bezug auf die ursprüngliche Einfallsrichtung der Neutronen:

$$N_k(\beta) = B_k \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{2}{2n+1} \right)^{k-1} \cdot A_n)^k \cdot P_n(\cos \beta). \quad (3.10)$$

Die A_n sind die Koeffizienten der Entwicklung des effektiven differentiellen Wirkungsquerschnittes nach Kugelfunktionen:

$$\sigma(\beta) = \sum_n A_n \cdot P_n(\cos \beta). \quad (3.11)$$

Die B_k lassen sich durch Integration der Gleichung (3.10) über den Raumwinkel bestimmen:

$$B_k = \frac{N_k}{\sum_n \left(\frac{2}{2n+1}\right)^{k-1} (A_n)^k \cdot J_n} \quad \text{wo } J_n = \int P_n d\Omega. \quad (3.12)$$

Ist nun A_0 vergleichbar mit den übrigen A_n , so wird, da $J_n \ll J_0$

$$\left(\frac{2}{2n+1}\right)^{k-1} \cdot (A_n)^k \cdot J_n \ll 2^{k-1} \cdot (A_0)^k \cdot J_0. \quad (3.13)$$

$$B_k = \frac{N_k}{2^{k+1} \cdot (A_0)^k \cdot J_0} \quad (3.14)$$

$$B_1 = \frac{N_1}{\sigma_{\text{total}}}. \quad (3.15)$$

Mit der Voraussetzung 2., dass $N_2:N_1 = N_3:N_2$ und dem Verhältnis

$$q = \frac{N - N_1}{N} = \frac{N_2 + N_3}{N_1 + N_2 + N_3} \quad (3.16)$$

wird schliesslich

$$B_2 = \frac{q}{1-q^2} \cdot \frac{1}{2A_0} \cdot B_1. \quad (3.17)$$

$$B_3 = \frac{q^2}{1-q^2} \cdot \left(\frac{1}{2A_0}\right)^2 \cdot B_1. \quad (3.18)$$

Es sei hier noch kurz die Berechnung von q skizziert:

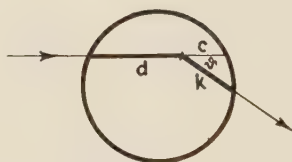


Fig. 3.5.

Weg eines Neutrons im Streukörper.

$$N = \frac{I_0}{\lambda} \int_{\text{Zyl.}} e^{-d/\lambda} dV. \quad (3.19)$$

N lässt sich exakt berechnen.

$$N_1 = \frac{I_0}{\lambda} \int_{\text{Zyl.}} e^{-(d+k)/\lambda} \cdot dV \quad (3.20)$$

N_1 kann nicht geschlossen berechnet werden. Wegen der sehr starken Vorwärtsstreuung, wie sie tatsächlich bei schweren Kernen auftritt, kann aber in sehr guter Näherung k durch c ersetzt werden, womit $d + k \cong 2s$ wird. Diese Annahme wurde für verschiedene d und Winkel ϑ nachgeprüft. Die Übereinstimmung ist für $\vartheta < 30^\circ$ gut.

Die Integrale lassen sich durch rasch konvergierende Reihen ersetzen:

$$N = \sigma_{\text{total}} \cdot \left(1 - \frac{8 R}{3 \pi \lambda} + \frac{R^2}{2 \lambda^2}\right) \quad (3.21)$$

$$N_1 = \sigma_{\text{total}} \cdot \left(1 - \frac{16 R}{3 \pi \lambda} + \frac{3 R^2}{2 \lambda^2}\right) \quad (3.22)$$

so wird das gesuchte

$$q = \frac{N - N_1}{N} = \frac{16 R \lambda - 6 \pi R^2}{6 \pi \lambda^2 - 16 R \lambda + 3 \pi R^2}. \quad (3.23)$$

Zahlenmässig erhalten wir somit:

Tabelle 3.3.

	λ	q	$\frac{N}{\sigma}$	$B_1 - \frac{N_1}{\sigma}$
Cu	3,47	0,2027	0,7970	0,6353
Ta	2,74	0,2334	0,7568	0,5802
Pb	3,99	0,1828	0,8291	0,6695
Bi	4,62	0,1600	0,8397	0,7028

b) Geometrische Korrektur.

Der effektiv gemessene Wirkungsquerschnitt ist wegen der endlichen Geometrie von Streukörper und Detektor als der über ein allerdings kleines Intervall erstreckte Mittelwert der wahren Winkelverteilung anzusehen und entsprechend zu korrigieren.

Die Formeln für die geometrische Korrektur sind in einer früheren Arbeit¹¹⁾ abgeleitet worden und können unverändert übernommen werden:

Der experimentelle Wirkungsquerschnitt wird in eine Taylorreihe nach dem wahren Wirkungsquerschnitt um den ausgezeichneten Winkel β_0 entwickelt, der durch die beiden Richtungen: Strahlachse und Verbindungslinie Streukörperzentrum—Detektorzentrum gegeben ist. In der meistens genügenden 2. Näherung wird

$$\overline{\sigma(\beta_0)} = \sigma(\beta_0) + k_1 \cdot \sigma'(\beta_0) + \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot \sigma''(\beta_0) \quad (3.24)$$

mit

$$k_1 = -\frac{\sin \beta_0}{4} \cdot \frac{r^2}{\lambda D} + \text{ctg } \beta_0 \cdot \frac{b^2 + h^2}{6 D^2}$$

$$k_2 = \frac{a^2 + 3/4 \cdot r^2}{3 D^2}$$

wobei die Abmessungen des Streukörpers mit h und r , diejenigen des Detektors mit a und b bezeichnet sind und als klein gegen den Abstand D zwischen Streuzentrum und Detektorkristall und der

freien Weglänge λ im Streukörper angenommen werden. Die Entzerrung der experimentellen Kurven wird nun so durchgeführt, dass die vorläufig unbekannten Ableitungen $\sigma'(\beta_0)$ und $\sigma''(\beta_0)$ des wahren Wirkungsquerschnittes durch die grafisch ermittelten Werte $\sigma'(\beta_0)$ und $\sigma''(\beta_0)$ der gemessenen Kurve ersetzt werden. Es folgt dann für den wahren Wirkungsquerschnitt

$$\sigma(\beta_0) \cong \bar{\sigma} - k_1 \cdot \bar{\sigma}' - \frac{1}{2} \cdot k_2 \cdot \bar{\sigma}'' \quad (3.25)$$

Die Güte dieser Korrektur hängt natürlich von der Konvergenz der Taylorreihe ab, also vom Verlauf von $\sigma(\beta)$. Im Falle der Neutronenstreuung an schweren Kernen ist die Vorwärtsstreuung sehr gross, die Korrekturen werden also nur merklich für Winkel $\beta_0 < 45^\circ$.

c) Untergrundstreuung.

Da unser Untergrund relativ hoch ist, kann er, wie eine Abschätzung zeigt, selber systematische Effekte für die Winkelverteilung und vor allem für die Polarisierung zur Folge haben.

1. Der Streukörper schirmt einen gewissen Teil der Untergrundneutronen gegenüber dem Detektor ab. Die Anteile sind für die beiden Stellungen „mit“ und „ohne“ Streukörper verschieden, sie hängen ausserdem vom Streuwinkel β ab.

2. Umgekehrt werden auch Untergrundneutronen durch den Streukörper in den Detektor gestreut.

Ist der Untergrund richtungsisotrop, so heben sich die beiden Effekte auf.

d) Detektorempfindlichkeit.

Nach den Gesetzen des elastischen Stosses variiert die Energie des zwischen 0° und 180° gestreuten Neutrons in den Grenzen E_n und $\{(A - 1/A + 1)\}^2 \cdot E_n$, wo A die Masse des streuenden Kernes und E_n die Energie des einfallenden Neutrons bedeuten. Bei der verwendeten Einfallsenergie $E_n = 3,3$ MeV ergeben sich für die verschiedenen untersuchten Elemente als Grenzenenergien:

Cu	Ta	Pb	Bi
2,87 MeV	3,12 MeV	3,14 MeV	3,14 MeV

und somit sinkt die Detektorempfindlichkeit entsprechend für

	Cu	Ta	Pb	Bi
auf	97%	98,5%	99%	99%

Die Variation der Detektorempfindlichkeit ist daher ebenfalls nicht zu berücksichtigen.

e) Anisotropie der Neutronenquelle.

Da die (d,d)-Reaktion einen anisotropen differentiellen Wirkungsquerschnitt besitzt, ändert sich der Neutronenfluss über die Fläche des Streukörpers. Diese Anisotropie verursacht einen systematischen Effekt in der Azimutalsymmetrie, der unter $\beta = 90^\circ$ das Maximum erreicht. Die Grösse des Betrages kann abgeschätzt werden, indem man den Streukörper längs der Symmetrieebene durch die Zylinderachse halbiert und die Massen der beiden Hälften in ihren Schwerpunkten konzentriert. Der Abstand dieser beiden Schwerpunkte beträgt 0,85 cm, was einem Winkel $\Delta\alpha = 2/3^\circ$ entspricht. Der Unterschied des differentiellen Querschnittes bei einem Wert von 7,18 mbarns/sterad ist 0,16 mbarns/sterad, der maximale Einfluss auf die Azimutalsymmetrie daher 1,15%.

f) Intensitätsverlust und Fremdkerne im Streukörper.

Der gesamte Intensitätsverlust der einfallenden Neutronen im Streukörper ist im wesentlichen durch das Integral

$$J = J_0 \int e^{-\sigma_n x} \cdot dV = J_0 \int e^{-x/\lambda} \cdot dV = A \cdot V \quad (3.26)$$

gegeben. Für die verschiedenen Elemente wird A

Cu	Ta	Pb	Bi
0,80	0,76	0,83	0,84

Der Intensitätsverlust durch Absorption allein ist für unsere Streukörperdimensionen äusserst gering und braucht nicht berücksichtigt zu werden.

Ebenfalls sehr gering ist der Einfluss der Fremdkerne im Streukörper. Mit den in Tab. 3.2 angegebenen Reinheitsgraden für die 4 untersuchten Elemente und mit der unvermeidlichen Verunreinigung durch die Befestigung der Streukörper wird der Einfluss der Fremdatome auf den totalen Wirkungsquerschnitt für

Cu	Ta	Pb	Bi
0,1 %	0,5 %	0,8 %	1,0 %

g) Inelastische Streuung.

Der Anteil der inelastisch gestreuten Neutronen am Wirkungsquerschnitt ist für unsere Neutronenenergie so gross, dass σ_{inel} für einen quantitativen Vergleich der gemessenen Winkelverteilung mit der Theorie in Betracht gezogen werden muss. Zudem erzeugen die bei inelastischen Stössen auftretenden γ -Strahlen wegen der ebenfalls sehr grossen Ansprechwahrscheinlichkeit der Anthrazenkristalle

eine weitere Verfälschung der Messresultate. Für die inelastische Streuung darf mit gutem Recht eine isotrope Winkelverteilung σ_{inel} angenommen werden. Die Korrektur entspricht dem winkelunabhängigen Betrag von $\sigma_{(\text{inel} + \gamma)}/4\pi$, der vom gemessenen Wert $\sigma_{\text{total}}(\beta)$ zu subtrahieren ist.

σ_{inel} lässt sich getrennt von den Messungen aus den bekannten γ -Niveaux bestimmen. Da dann aber zusätzliche Annahmen über die Ansprechwahrscheinlichkeit η_γ unserer Detektoren für die verschiedenen γ -Energien zu treffen wären, bekäme die ganze Korrektur eine zu grosse Unsicherheit.

Es gibt aber noch eine andere Möglichkeit, wobei die experimentell bestimmten Werte eine Rolle spielen. Die experimentell aufgenommene Kurve der Winkelverteilung ergibt durch grafische Integration über alle Streuwinkel den totalen Wirkungsquerschnitt. Vergleiche mit den mittels Transmissionsexperimenten direkt gemessenen Werten von σ_{total} erlauben, den Anteil der inelastisch gestreuten Neutronen und der γ -Strahlung zu bestimmen. Die Ungenauigkeit der grafischen Integration, herrührend von der Extrapolation des differentiellen Wirkungsquerschnittes über 30° und 150° hinaus ist klein, da der Anteil für kleine und grosse Streuwinkel verschwindet, gemäss

$$\sigma_{\text{total}} = 2\pi \int \sigma(\beta) \cdot \sin \beta \cdot d\beta. \quad (3.27)$$

Die Korrektur der inelastischen Streuung wurde auf diese Art durchgeführt, nachdem die Korrekturen für die Mehrfachstreuung und die Messgeometrie bereits angebracht waren.

h) Der Gesamtfehler.

Der gesamte Fehler der differentiellen Wirkungsquerschnitte für elastische Streuung ist von der Grössenordnung 12%. Die Genauigkeit des relativen Kurvenverlaufes ist besser als diejenige der absoluten Werte, da einige Effekte winkelunabhängig sind und damit nur den absoluten Wert, nicht aber die Form der Kurve beeinflussen.

4. Ergebnisse für die Winkelverteilungen und die Polarisisationseffekte.

4.1. Differentielle Wirkungsquerschnitte für unpolarisierte Neutronen.

Die experimentell bestimmten differentiellen Wirkungsquerschnitte für elastisch gestreute Neutronen von 3,3 MeV an Cu, Ta, Pb und Bi sind in den Fig. 4.1 bis 4.4 dargestellt. Alle Grössen beziehen sich auf das Laborsystem. Pro Messpunkt wurden durchschnittlich 10^6 Stösse registriert, wovon ein grosser Anteil durch

den hohen Untergrund (Streuneutronen und γ -Strahlen) verursacht war. Die eingetragenen Werte sind gemittelte Grössen der mit den beiden Detektoren simultan gemessenen Resultate. Bei der Mittelwertbildung heben sich die Polarisierungseffekte weg, so dass die Winkelverteilung mit doppeltem statistischem Gewicht erhalten wird. Die statistischen Fehler sind eingezeichnet.

4.2. Diskussion der Resultate.

Erinnern wir uns an das bisherige Modell der „Kontinuums-Theorie“: Es zeigt eine starke Vorwärtsstreuung, ein nicht sehr ausgeprägtes Maximum in der Gegend von $\beta = 60^\circ$ und im übrigen ein ziemlich isotropes Verhalten für grössere Winkel¹⁸⁾. Das „optische Modell“ mit den hier gewählten drei Parametern weist ebenfalls für alle Elemente eine starke Streuung bei kleinen Winkeln auf, dagegen zeigt es für die leichteren Elemente eine stärkere Rückwärtsstreuung, für die schwereren Elemente ein ausgeprägtes zusätzliches zweites Maximum. Sehr auffällig sind die für alle gerechneten Kerne auftretenden zwei eindeutigen Minima. Da das zweite Maximum bei allen schweren Elementen gefunden wird, kann es sich nicht um eine spezielle Eigenschaft eines einzelnen Kernes handeln. Die Kurvenform der differentiellen Wirkungsquerschnitte ändert sich stetig bei zunehmendem Atomgewicht, wobei sich die Extrema gegen kleinere Winkelwerte verschieben. Die Parameteränderungen wirken sich also nur langsam aus. Das „optische Modell“ mit einem Topfpotential ist daher ein sehr allgemeines Modell.

Unsere experimentellen Daten stimmen nun aber ausgezeichnet mit den theoretisch nach dem „optischen Modell“ berechneten Winkelverteilungskurven überein. Ein quantitativer Vergleich von Theorie und Experiment beim differentiellen Wirkungsquerschnitt ist aber auch nicht mehr so leicht möglich wie dies beim totalen Wirkungsquerschnitt der Fall ist. Bei der theoretischen Winkelverteilung kommt eine systematische Korrektur durch den Beitrag der „compound-elastischen Streuung“ zustande. Diese ist für magische Kerne merklich und hat denselben Unsicherheitsgrad wie der Reaktions-Wirkungsquerschnitt.

Trotzdem können mit gutem Recht quantitative Vergleiche angestellt und mehrere eindeutige Aussagen gemacht werden:

1. Für kleine Streuwinkel ergibt das „optische Modell“ konsequent zu grosse Werte. Eine eingehendere Überprüfung¹⁹⁾ dieser Tatsachen mit der für kleinere Winkel besser geeigneten Ringmethode im Bereich von $8-30^\circ$ ergab, dass die extrapolierten älteren Werte wohl um gut 10% übertroffen wurden, dass die Daten

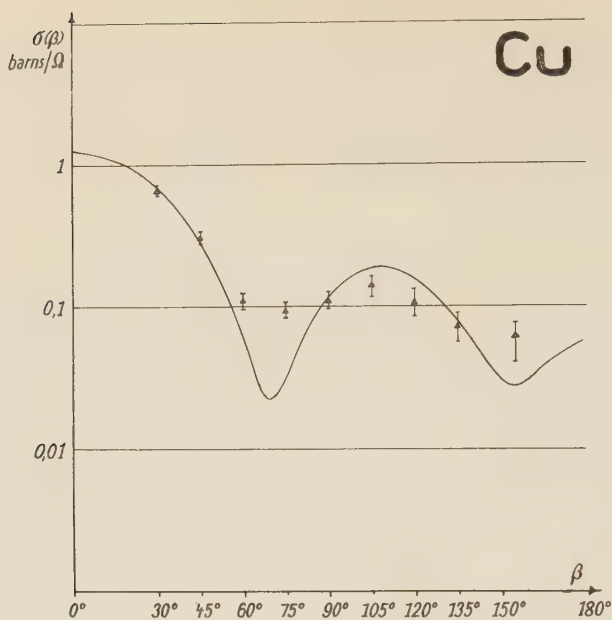


Fig. 4.1.

Die experimentelle Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Cu.

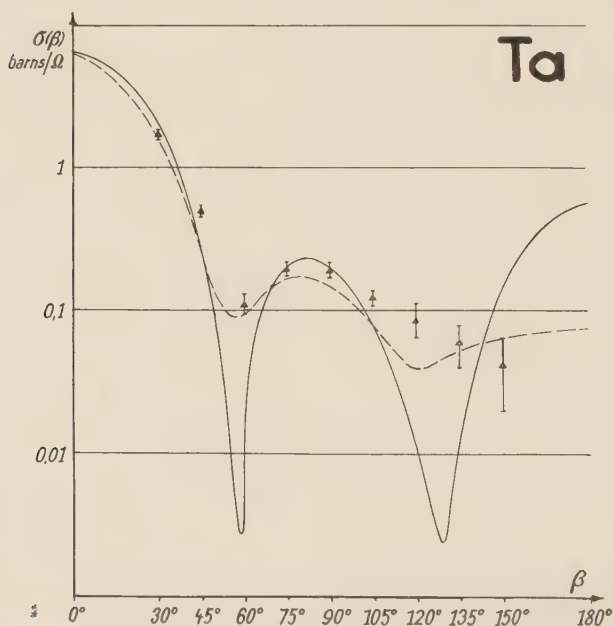


Fig. 4.2.

Die experimentelle Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Ta.

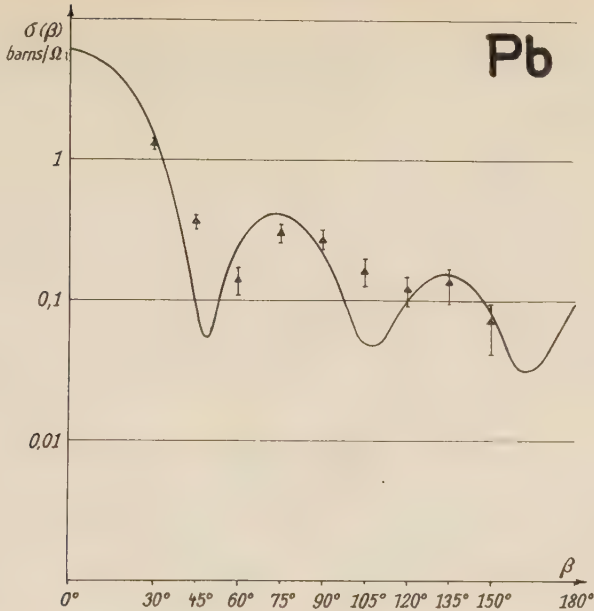


Fig. 4.3.

Die experimentelle Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Pb.

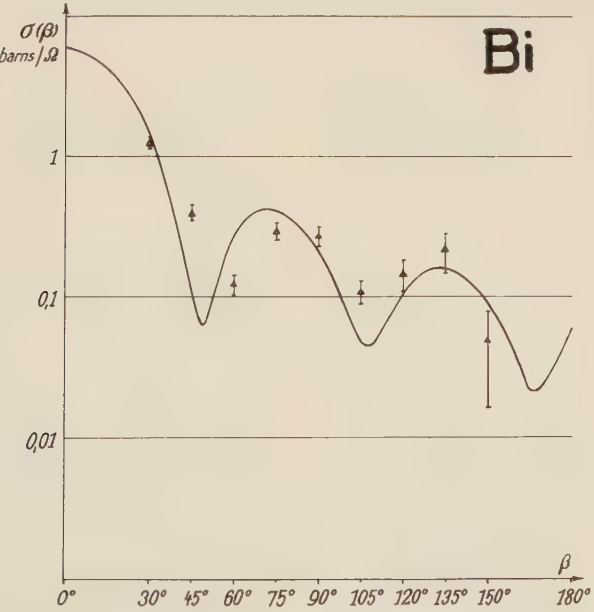


Fig. 4.4.

Die experimentelle Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Bi.

des „optischen Modells“ aber trotzdem noch zu gross sind. Das „optische Modell“ beschreibt die Winkelverteilung für kleine Streuwinkel wesentlich besser als das „Kontinuums-Modell“, aber auch nicht einwandfrei.

2. Es steht nach den systematischen Untersuchungen fest, dass sich mit Potentialtopftiefen um $V_0 = 42$ MeV gegenüber dem in früheren Arbeiten verwendeten Wert von 19 MeV eine viel bessere Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment ergibt. Besonders auffällig ist das schwächere Maximum in der Rückwärtsrichtung und die Tatsache, dass das 2. Minimum, wie experimentell gefunden, tiefer als das 1. Minimum liegt. Dies steht ganz im Widerspruch zum Potentialansatz mit $V_0 = 19$ MeV, für den das 2. Minimum bedeutend höher liegen sollte.

3. Da bei der üblichen Darstellung der differentiellen Wirkungsquerschnitte im logarithmischen Maßstab die Kurven und die Fehlerintervalle ein ganz verzerrtes Bild ergeben, wurden die experimentellen Werte für Bi mit den entsprechenden theoretischen Kurven in linearem Maßstab aufgezeichnet. Es zeigt sich, dass durch eine kleine Änderung der Potentialtopftiefe, die üblicherweise mit $V_0 = 42$ MeV angenommen wurde, eine erstaunlich gute Übereinstimmung für die theoretische Kurve erhalten wird. Die für diesen Spezialfall günstigste Potentialtopftiefe beträgt $V_0 = 44$ MeV (Fig. 4.5 und Fig. 4.6).

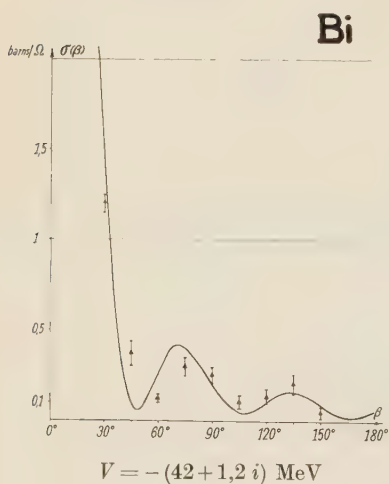


Fig. 4.5.

Die experimentelle Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Bi (linearer Maßstab).

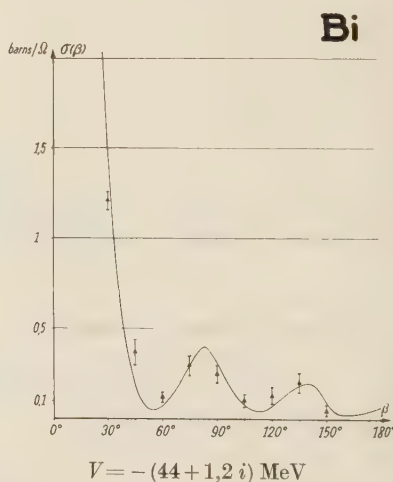


Fig. 4.6.

Die experimentelle Winkelverteilung der 3,3 MeV-Neutronen an Bi (linearer Maßstab).

4. Der Vergleich der beiden experimentell bestimmten Winkelverteilungen der benachbarten Elemente Blei und Wismut zeigt, dass diese sehr ähnlich verlaufen. Das bedeutet, wie dies bereits oben erwähnt wurde, dass für die elastische Streuung nicht so sehr die spezifischen Eigenschaften der Kerne massgebend sind als vielmehr langsam variierende Funktionen des Atomgewichtes, wie z. B. der Kernradius. Gerade dieses Merkmal ist aber dem „optischen Modell“ eigen, indem verschiedene Kerne nur durch den Kernradius zu unterscheiden sind. Gegenüber den grundlegenden theoretischen Arbeiten^{4) 5)} zeigt es sich nun, dass der Imaginärteil mit mindestens 1,2 MeV anzunehmen ist, was auch mit erst kürzlich erschienenen Arbeiten^{15) 16)} für Neutronenenergien von 1 MeV und 4,1 MeV übereinstimmt.

4.3. Polarisationseffekte.

Die experimentell bestimmten Polarisationsgrade für Neutronen an Cu, Ta, Pb und Bi sind in den Fig. 4.7 bis 4.10 dargestellt.

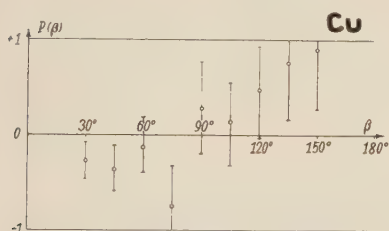


Fig. 4.7. Experimentell gemessene Polarisationsgrade der 3,3 MeV-Neutronen an Cu.

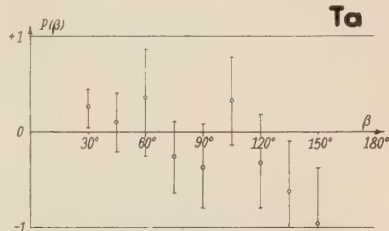


Fig. 4.8. Experimentell gemessene Polarisationsgrade der 3,3 MeV-Neutronen an Ta.

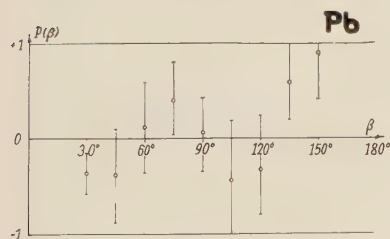


Fig. 4.9. Experimentell gemessene Polarisationsgrade der 3,3 MeV-Neutronen an Pb.

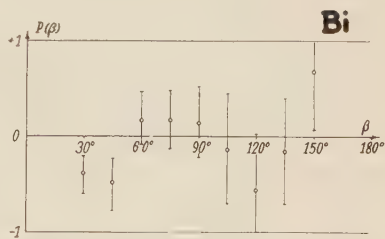


Fig. 4.10. Experimentell gemessene Polarisationsgrade der 3,3 MeV-Neutronen an Bi.

Theoretisch berechnet wurde der Polarisationsgrad P_2 für die 4 untersuchten Elemente mit den Potentialansätzen

$$V(r) = -\{42 + 1,2 \cdot i + 0,5 \cdot (\vec{s}, \vec{l})\} \text{ MeV}$$

$$V(r) = -\{42 + 1,2 \cdot i + (\vec{s}, \vec{l})\} \text{ MeV}.$$

Dabei ist der ausgleichende Einfluss der „compound-elastischen Streuung“ vernachlässigt geblieben. Desgleichen blieb beim experimentell bestimmten Polarisationsgrad die Korrektur der inelastischen Streuung aus dem gleichen Grunde unberücksichtigt. Für $P_1(\beta)$ folgt aus der Kohlenstoffmessung¹¹⁾

$$P_1(\beta) = 0,12 \pm 0,02.$$

4.4. Diskussion der Polarisations-Resultate.

Die nach der oben erwähnten Methode gemessenen Polarisations-effekte, die sich aus der Rechts-Links-Asymmetrie berechnen lassen, sind von mehreren, die absoluten Resultate der Winkelverteilungen verfälschenden, isotrop auftretenden Einflüssen unabhängig. Trotzdem sind die Fehler bei der Kleinheit des Effektes relativ gross.

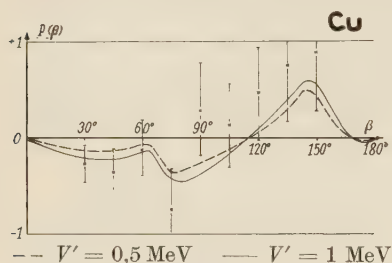


Fig. 4.11.

Vergleich der experimentell gemessenen Polarisationsgrade an Cu mit den theoretischen Kurven.

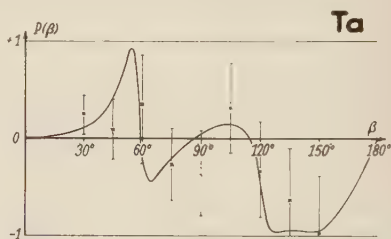


Fig. 4.12.

Vergleich der experimentell gemessenen Polarisationsgrade an Ta mit der theoretischen Kurve.

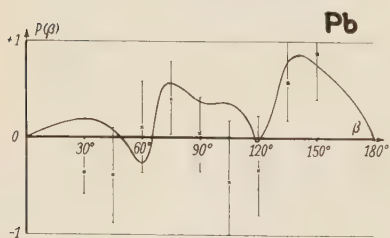


Fig. 4.13.

Vergleich der experimentell gemessenen Polarisationsgrade an Pb mit der theoretischen Kurve.

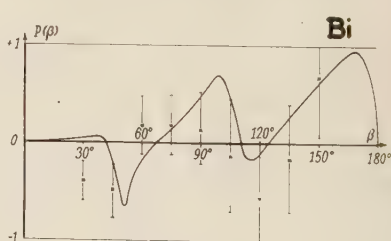


Fig. 4.14.

Vergleich der experimentell gemessenen Polarisationsgrade an Bi mit der theoretischen Kurve.

Der Polarisationsgrad P_{exp} ist nur als Produkt der beiden einzelnen Polarisationsgrade P_1 des Polarisators ((d,d)-Reaktion) und P_2 des zu untersuchenden Elementes messbar. P_1 wurde mit 0,12 bestimmt, P_2 muss zwischen 0 und 1 liegen, so dass die gesuchte Grösse P_{exp} kleiner als 0,12 ist. Es handelt sich also bei Polarisations-

tionsmessungen darum, relativ kleine Abweichungen vom normalen differentiellen Wirkungsquerschnitt für elastische Streuung von Neutronen noch einwandfrei zu erfassen. Da sich unsere Untergrundneutronen intensitätsmässig bereits mit den elastisch gestreuten Neutronen vergleichen lassen, wirken sie sich bei den bedeutend empfindlicheren Asymmetriemessungen ungemein viel stärker aus, so dass bereits statistische Schwankungen die gesuchten Polarisations-Effekte überdecken können. Nur mit Hilfe einer sehr grossen Zahl von Messungen wurde es möglich, Resultate zu erhalten, die interessante Aussagen über die differentiellen Polarisationsgrade der 4 untersuchten Elemente gestatten.

Im wesentlichen und namentlich in bezug auf das Vorzeichen der Polarisation entspricht das Experiment der theoretischen Erwartung recht gut (Fig. 4.11 bis Fig. 4.14).

Bei Kupfer, wo die theoretischen Kurven für zwei Werte des Spin-Bahn-Kopplungspotentials berechnet worden sind, ist die Übereinstimmung genügend. Leider verbot die notwendige sehr umfangreiche Rechenarbeit die Berechnung der Kurven für weitere Werte der Parameter, obwohl wir überzeugt sind, dass sich eine noch bessere Anpassung zwischen Theorie und Experiment erreichen lässt.

Der Vergleich der beiden benachbarten Elemente Blei und Wismut zeigt, dass der Polarisationsverlauf für diese beiden Kerne nicht stark verschieden ist, was auch durch die theoretischen Kurven wiedergegeben wird. Man darf daraus offenbar schliessen, dass analog wie für die totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitte auch die Polarisationsgrade nicht wesentlich von den spezifischen Eigenschaften der Kerne abhängen, z. B. im Falle Blei-Wismut vom Gesamtkernspin, der für diese beiden Kerne ja sehr verschieden ist. Dies ist aber eine gute Bestätigung der Annahme, dass sich das Polarisationsphänomen mit einem einfachen Spin-Bahn-Kopplungsterm für das Streuneutron allein beschreiben lässt, durch den die Bewegung des Nukleons abhängig wird von der Stellung seines Spins zur Bewegungsebene.

5. Schlussfolgerungen.

Aus den durchgeführten umfangreichen Streuexperimenten mit schnellen Neutronen von 3,3 MeV an mittleren und schweren Kernen können folgende Schlüsse gezogen werden:

1. Das „Kontinuums-Modell“ gibt die totalen und differentiellen Wirkungsquerschnitte für mittlere und schwere Kerne nur sehr ungenau wieder.

2. Das „optische Modell“ dagegen gibt diese Wirkungsquerschnitte sehr befriedigend wieder, indem es auch die als Funktion des Streuwinkels auftretenden Maxima und Minima nach Ort und Grösse richtig voraussagt.

3. Es lassen sich leicht Werte für das komplexe Potential dieses „optischen Modells“ angeben, welche die Streuresultate sehr exakt beschreiben. Wahrscheinlich lässt sich die beobachtete, gegenüber der Theorie zu kleine Vorwärtsstreuung durch Benützung anders gewählter Werte für das Potential beheben.

4. Der gemessene komplizierte Polarisationsverlauf der an diesen Kernen gestreuten Neutronen kann mit Hilfe des „optischen Modells“ befriedigend erklärt werden durch blosses Einführen eines zusätzlichen Spin-Bahn-Kopplungsterms des Streuneutrons zum komplexen Potential.

5. Im wesentlichen und namentlich in bezug auf das Vorzeichen entspricht das Experiment der theoretischen Erwartung recht gut.

Meinem verehrten Lehrer, Herrn Prof. Dr. P. SCHERRER danke ich für sein förderndes Interesse an der Arbeit. Die Herren H. R. BRUGGER und H. J. GERBER haben durch ihre Diskussionen viel zum Gelingen der Experimente beigetragen und mit den Herren B. LÜTHY und H. ROHRER bei Messungen mitgeholfen, wofür ich ihnen bestens danke.

Literaturverzeichnis.

- ¹⁾ N. BOHR, *Nature* **137**, 344 (1936).
- ²⁾ H. FESHACH, D. C. PEASLEE und V. F. WEISSKOPF, *Phys. Rev.* **71**, 145 (1947).
- ³⁾ H. H. BARSCHALL, *Phys. Rev.* **86**, 431 (1952).
- ⁴⁾ H. FESHACH, C. E. PORTER und V. F. WEISSKOPF, *Phys. Rev.* **90**, 166 (1953).
- ⁵⁾ H. FESHACH, C. E. PORTER und V. F. WEISSKOPF, *Phys. Rev.* **96**, 448 (1954).
- ⁶⁾ J. SCHWINGER, *Phys. Rev.* **73**, 407 (1948).
- ⁷⁾ R. K. ADAIR, S. E. DARDEN und R. E. FIELDS, *Phys. Rev.* **96**, 503 (1954).
- ⁸⁾ S. C. SNOWDON und W. D. WHITEHEAD, *Phys. Rev.* **94**, 1267 (1954).
- ⁹⁾ J. V. LEPORE, *Phys. Rev.* **79**, 137 (1950).
- ¹⁰⁾ R. RICAMO, *Helv. Phys. Acta* **26**, 423 (1953).
- ¹¹⁾ R. W. MEIER, P. SCHERRER und G. TRÜMPY, *Helv. Phys. Acta* **27**, 577 (1954).
- ¹²⁾ P. C. THONEMAN, J. MOFFATT, D. ROAF und J. H. SANDERS, *Proc. Phys. Soc.* **61**, 483 (1948).
- ¹³⁾ C. D. MOAK, H. REESE und W. M. GOOD, *Nucleonics* **9/3**, 18 (1951).
- ¹⁴⁾ H. H. BARSCHALL, *Rev. Mod. Phys.* **24**, 120 (1952).
- ¹⁵⁾ M. WALT und H. H. BARSCHALL, *Phys. Rev.* **93**, 1062 (1954).
- ¹⁶⁾ M. WALT und J. R. BEYSTER, *Phys. Rev.* **98**, 677 (1955).
- ¹⁷⁾ J. BLOK und C. C. JONKER, *Physica* **18**, 809 (1952).
- ¹⁸⁾ H. R. BRUGGER, H. J. GERBER, B. LÜTHY und A. E. REMUND, *Helv. Phys. Acta* **28**, 331 (1955).
- ¹⁹⁾ S. E. DARDEN, W. HÄBERLI und R. B. WALTON, *Phys. Rev.* **96**, 836 (1954).

HELVETICA PHYSICA ACTA

VOLUMEN XXIX

AUTORENREGISTER — TABLE DES AUTEURS

B

BALDINGER, E., CZAJA, W., und NICOLET, M.: Der Einfluss nichtidealer Er- mitterübergänge auf das Verhalten von Flächenstransistoren	428
BALDINGER, E.: Zur Berechnung des Spannungsabfalles von Kaskaden- generatoren	452
BARRER, R. M., und MEIER, W. M.: Über zeolithische Einschlussverbin- dungen	229
BARSCALL, H. H.: A Method for Measuring the Polarization of Nuclear Reac- tion Products	145
BAS, E. B., PREUSS, L. G., und EPPRECHT, W.: Elektronenemissionsmikro- skopische Untersuchung der Karburierung von Molybdän aus der Gas- phase	231
BAUMGARTNER, E., FRANZEN, W., HUBER, P., SCHELLENBERG, L., und SEILER, F.: Totaler Wirkungsquerschnitt von N^{15} für Neutronen im Energiebereich von 2,8—3,3 MeV	255
Bericht über die Tagung der Schweiz. Physikalischen Gesellschaft	187
Bericht über die Tagung der Schweiz. Physikalischen Gesellschaft	419
BEUSCH, W., und MAEDER, D.: Ein einfaches Dekaden-Zählgerät mit um- schaltbaren Kanal- und Untersetzungszahlen	263
BIASUTTI, M.: siehe HEYM, A., BIASUTTI, M., und HAENNY, CH.	435
BLEULER, K., und SCHRÖDER, A.: Die Spin-Bahn-Kopplung in der Schalen- struktur der Atomkerne	258
BONANOMI, J., und HERRMANN, J.: Etalon de fréquence à l'ammoniaque	224
BONANOMI, J.: siehe HERRMANN, J., und BONANOMI, J.	448
BONANOMI, J., und HERRMANN, J.: Détermination de la fréquence d'inversion de l'ammoniaque	451
BOREL, J. P., und MANUS, C.: Production de Colloides métalliques	253
BOREL, J. P.: siehe MANUS, C., und BOREL, J. P.	249
BRUNNER, J., HALTER, J. und LEISI, H. J.: Die Konversionsspektren hoher Energie von Hg^{193} und Hg^{195}	238
BUMILLER, F., STAUB, H. H., und WEAVER, H. E.: Präzisionsmessung einiger Protonresonanzen an leichten Kernen	83
BUMILLER, F., MÜLLER, J., und STAUB, H. H.: Eine direkte Bestimmung der Resonanzbreite von $Al^{27}(p, \gamma)Si^{29}$ bei 991 keV	234
BURCKHARDT, C.: Absorptionsmessung der kosmischen Strahlung mit dem Szintillationszähler	533
BUSCH, G., HELFER, N. und VOGT, O.: Untersuchungen des Einflusses von Gitterbaufehlern auf die magnetische Suszeptibilität von Silizium und intermetallischen Verbindungen	188

BUSCH, G., und KERN, R.: Die magnetische Suszeptibilität von Silizium und intermetallischen Verbindungen	189
BUSCH, G., MOOSER, E., und PEARSON, W. B.: Neue halbleitende Verbindungen mit diamantähnlicher Struktur	192
BUSCH, G.: Bemerkungen zum Metall-Eigenhalbleiter-Kontakt	196

C

CZAJA, W.: siehe BALDINGER, E., CZAJA, W., und NICOLET, M.	428
--	-----

D

DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., und RÜETSCHI, R.: Der Zerfall des W^{181}	235
DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., RÜETSCHI, R., und LINDQUIST, T.: Zum Zerfall des W^{181}	432
DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., und RÜETSCHI, R.: Das Niveauschema des Ta^{181}	463
DIEHL, P.: Quadrupolverbreiterung der Kerninduktionslinie von Cl^{35} in flüssigen Verbindungen	219

E

EPPRECHT, W.: siehe BAS, E. B., PREUSS, L. G., und EPPRECHT, W.	231
Erratum	102

F

FIERZ, M.: Über die statistischen Schwankungen in einem kondensierenden System	47
FIERZ, M.: Über die physikalische Deutung der erweiterten Gravitationstheorie P. JORDANS	128
FRANZEN, W.: siehe BAUMGARTNER, E., FRANZEN, W., HUBER, P., SCHELLENBERG, L., und SEILER, F.	37
	255

G

GAILLOUD, M.: siehe WEILL, R., GAILLOUD, M., und ROSSELET, PH.	437
GIMMI, F., HEER, E., und SCHERRER, P.: Beiträge zur Konversionselektronenkorrelation	147
GRÄNICHER, H.: siehe SCHURTER, W., und GRÄNICHER, H.	209
GRÄNICHER, H.: Induzierte Ferroelektrizität von $SrTiO_3$ bei sehr tiefen Temperaturen und über die Kälteerzeugung durch adiabatische Entpolarisierung	210
GRÄNICHER, H.: Über Struktur und Nullpunktsentropie des Eisens	212
GUGELBERG, v. H. L.: Ionisationskammern als zeitbestimmende Elemente in elektronischen Verzögerungsrelais	456
GUTZWILLER, M.: Quantum Theory of Wave Fields in a Curves Space	313

H

HAHN, B., und HOFSTADTER, R.: Kernladungsverteilung von Isotopen und Isotonen.	257
--	-----

HALBACH, K.: Modellunabhängige Beschreibung von Modulationseffekten bei der Kerninduktion	37
HALTER, J.: siehe BRUNNER, J., HALTER, J., und LEISI, H. J.	238
HÄNNI, F.: Mesonenerzeugung bei der Wechselwirkung hochenergetischer α -Teilchen	260
HÄNNI, F., LANG, C., LOHRMANN, E., TEUCHER, M., und WINZELER, H.: Über die Masse des negativen K-Mesons	260
HÄNNI, F.: Aufspaltung schwerer Kerne der Primärkomponente der kosmischen Strahlung und Wechselwirkung der dabei entstehenden α -Teilchen	281
HAENNY, CH.: siehe HEYM, A., BIASUTTI, M., HAENNY, CH.	435
HEER, E.: siehe GIMMI, F., HEER, E., und SCHERRER, P.	147
HEER, E.: siehe DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., und RÜETSCHI, R.	235
HEER, E.: siehe DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., RÜETSCHI, R., und LINDQUIST, T.	432
HEER, E.: siehe DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., und RÜETSCHI, R.	463
HEINRICH, F., WÄFFLER, H., und WALTER, M.: (φ , α)-Prozesse an mittelschweren und schweren Elementen	3
HEINRICH, F., und WÄFFLER, H.: Kernphotoeffekt unter Emission eines Tritons	232
HELPER, N.: siehe BUSCH, G., HELPER, N., und VOGT, O.	188
HERRMANN, J.: siehe BONANOMI, J., und HERRMANN, J.	224
HERRMANN, J.: Die Linienbreite der induzierten Emission des Ammoniaks	226
HERRMANN, J., und BONANOMI, J.: Eine spezielle Anordnung für die Mikrowellenspektroskopie in einem Hohlraumresonator	448
HERRMANN, J.: siehe BONANOMI, J., und HERRMANN, J.	451
HEYM, A., BIASUTTI, M., HAENNY, CH.: Sur l'interaction électromagnétique des mésons	435
HOFSTADTER, R.: siehe HAHN, B., und HOFSTADTER, R.	257
HOURIET, A.: Méthode des champs adhérents	430
HUBER, O.: siehe WILD, H., und HUBER, O.	244
HUBER, P.: siehe MEYER, K. P., SCHMID, P., und HUBER, P.	241
HUBER, P.: siehe BAUMGARTNER, E., FRANZEN, W., HUBER, P., SCHELLENBERG, L., und SEILER, F.	255
HUBER, P.: siehe PLANTA v., C., und HUBER, P.	375

J

JAGGI, R.: Probenform und Anordnung der Potentialsonden bei Halleffektmessungen ohne und mit äusseren Magnetfeldern	201
JAUCH, J. M.: Covariant Hyperquantization	287
JOST, R.: Eine Bemerkung über den Zusammenhang von Streuphase und Potential	410
JUNOD, P., MOOSER, E., und SCHADE, H.: Die elektrischen Eigenschaften einiger ternärer Verbindungen mit Fluoritstruktur.	193
JUNOD, P., und MOOSER, E.: Zur Frage der Halbleitung in Verbindungen von Elementen der I. bis III. Gruppe des periodischen Systems.	194

K

KERN, R.: siehe BUSCH, G., und KERN, R.	189
KNÖPFEL, H., LOEPFE, E., und STOLL, P.: Cäsiumjodid als Szintillations-Phosphor	241

KÜNDIG, W.: siehe DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., und RÜETSCHI, R.	235
KÜNDIG, W.: siehe DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., RÜETSCHI, R., und LINDQUIST, T.	432
KÜNDIG, W.: siehe DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., und RÜETSCHI, R.	463

L

LANG, C.: siehe HÄNNI, F., LANG, C., LOHRMANN, E., TEUCHER, M., und WINZELER, H.	260
LEISI, H. J.: siehe BRUNNER, J., HALTER, J., und LEISI, H. J.	238
LINDQUIST, T.: siehe DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., RÜETSCHI, R., und LINDQUIST, T.	432
LIST, R., und QUERVAIN DE, M.: Untersuchung über die Wirksamkeit eines elektrostatischen Filters gegenüber kleinsten Silberjodidteilchen . . .	424
LOHRMANN, E.: siehe WINZELER, H., TEUCHER, M., und LOHRMANN, E. . .	75
LOHRMANN, E.: siehe HÄNNI, F., LANG, C., LOHRMANN, E., TEUCHER, M., und WINZELER, H.	260
LOEPFE, E.: siehe KNÖFFEL, H., LOEPFE, E., und STOLL, P.	241
LÜTHI, B.: Magnetische Widerstandsänderungen von Metallen in hohen Feldern	217

M

MAEDER, D.: siehe BEUSCH, W., und MAEDER, D.	263
MAEDER, D.: Laufzeitketten mit Ferritpulen	264
MAEDER, D., und MÜLLER, R.: Gamma-Spektrometer mit Antikoinzidenz- Abschirmung	446
MAEDER, D.: Ein dekadisches Impulzzählssystem mit Umlaufspeicherung in einer Verzögerungsleitung	459
MANUS, C., und BOREL, J. P.: Effet Overhauser	249
MANUS, C.: siehe BOREL, J. P., und MANUS, C.	253
MEIER, W. M.: siehe BARRER, B. M., und MEIER, W. M.	229
MEYER, K. P., SCHMID, P., und HUBER, P.: Quellstärke-Messungen radio- aktiver Präparate mit Hilfe der Koinzidenzmethode	241
MIESCHER, E.: Rotationsanalyse der NO ⁺ -Banden	135
MIESCHER, E.: Rotationsanalyse der β' -Banden (B'^2A-X^2II) des NO-Moleküls	401
MOOSER, E.: siehe BUSCH, G., MOOSER, E., und PEARSON, W. B.	192
MOOSER, E.: siehe JUNOD, P., MOOSER, E., und SCHADE, H.	193
MOOSER, E.: siehe JUNOD, P., und MOOSER, E.	194
MÜLLER, J.: siehe BUMILLER, F., MÜLLER, J., und STAUB, H. H.	234
MÜLLER, R.: siehe MAEDER, D., und MÜLLER, R.	446

N

NICOLET, M.: siehe BALDINGER, E., CZAJA, W., und NICOLET, M.	428
--	-----

O

OLSEN, J. L.: Bemerkungen über Druckeffekte in Supraleitern	427
---	-----

P

PEARSON, W. B.: siehe BUSCH, G., MOOSER, E., und PEARSON, W. B. . . .	192
PERRIER, A.: Transformations chaleur — énergie électrique par conduction anisotrope	206

PERRIER, A.: Sur l'interdépendance et l'indépendance du magnétogalvanisme et de la magnétothermoélectricité	419
PIROUÉ, P. A.: siehe WANNIER, G. H., und PIROUÉ, P. A.	221
PLANTA VON, C., und HUBER, P.: Bestimmung der Quellstärke einer Be-Photo- und einer Ra-Be-Neutronenquelle.	375
PREUSS, L. G.: siehe BAS, E. B., PREUSS, L. G., und EPPRECHT, W.	231

Q

QUERVAIN DE, M.: siehe LIST, R., und QUERVAIN DE, M.	424
--	-----

R

REMUND, A. E.: Differentieller Wirkungsquerschnitt und Polarisation elastisch gestreuter schneller Neutronen	255
REMUND, A. E.: WINKELVERTEILUNG und Polarisation gestreuter Neutronen von 3,3 MeV an Kupfer, Tantal, Blei und Wismut.	545
RINDERER, L.: Über den Zwischenzustand stromdurchflossener Supraleiter	339
RIVIER, D.: Remarque sur la variation thermique de la constante extraordinaire de Hall des ferromagnétiques	203
ROCARD, J. M.: Résonance magnétique nucléaire dans les champs très faibles. Effets de la modulation basse fréquence	442
ROHRER, H.: Längenänderungen bei Zerstörung der Supraleitung	215
ROHRER, H.: Die Volumenänderung von Thallium und Tantal bei Zerstörung der Supraleitung	426
ROSE, A.: Form and Thickness of Trap-Dominated Space-Charges Layers	199
ROSSEL, J.: siehe ZANGGER, CL., und ROSSEL, J.	507
ROSSELET, PH.: siehe WEILL, R., GAILLOUD, M., und ROSSELET, PH.	437
RÜETSCHI, R.: siehe DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., und RÜETSCHI, R.	235
RÜETSCHI, R.: siehe DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., RÜETSCHI, R., und LINDQUIST, T.	432
RÜETSCHI, R.: siehe DEBRUNNER, P., HEER, E., KÜNDIG, W., und RÜETSCHI, R.	463

S

SEILER, F.: siehe BAUMGARTNER, E., FRANZEN, W., HUBER, P., SCHELLENBERG, L., und SEILER, F.	255
SCHADE, H.: siehe JUNOD, P., MOOSER, E., und SCHADE, H.	193
SCHELLENBERG, L.: siehe BAUMGARTNER, E., FRANZEN, W., HUBER, P., SCHELLENBERG, L., und SEILER, F.	255
SCHERRER, P.: siehe GIMMI, F., HEER, E., und SCHERRER, P.	147
SCHMID, P.: siehe MEYER, K. P., SCHMID, P., und HUBER, P.	241
SCHNEIDER, H.: Elastische und inelastische Streuung von Protonen an Kohlenstoff	55
SCHRÖDER, A.: siehe BLEULER, K., und SCHRÖDER, A.	258
SCHURTER, W., und GRÄNICH, H.: Die Dielektrizitätskonstante von $(\text{NH}_2)_4\text{H}_3\text{H}_3\text{IO}_6$ bei 3 cm Wellenlänge	209
STAUB, H. H.: siehe BUMILLER, F., STAUB, H. H., und WEAVER, H. E.	83
STAUB, H. H.: siehe BUMILLER, F., MÜLLER, J., und STAUB, H. H.	234
STAUB, H.: Kernrelaxationszeit in Edelgasen	246
STOLL, P.: siehe KNÖPFEL, H., LOEPFLE, E., und STOLL, P.	241

T

TERREAUX, CH.: Eine graphische Darstellung der Energieniveaus der ungeraden schweren Kerne	257
TEUCHER, M.: siehe WINZELER, H., TEUCHER, M., und LOHRMANN, E. . . .	75
TEUCHER, M.: siehe HÄNNI, F., LANG, C., LOHRMANN, E., TEUCHER, M., und WINZELER, H.	260
THELUNG, A.: On the Energy Spectrum in Quantum Hydrodynamics and the Theory of Helium II	103

V

VOGT, O.: siehe BUSCH, G., HELFER, N., und VOGT, O.	188
---	-----

W

WÄFFLER, H.: siehe HEINRICH, F., WÄFFLER, H., und WALTER, M.	3
WÄFFLER, H.: siehe HEINRICH, F., und WÄFFLER, H.	232
WALTER, M.: siehe HEINRICH, F., WÄFFLER, H., und WALTER, M.	3
WANNIER, G. H., und PIROUÉ, P. A.: Une relation entre la viscosité et la chaleur spécifique des liquides simples	221
WEAVER, H. E.: siehe BUMILLER, F., STAUB, H. H., und WEAVER, H. E. . .	83
WEILL, R., GAILLOUD, M., und ROSSELET, PH.: Libre parcours moyen de production directe de paires d'électrons, par des électrons de 1 à 100 GeV	437
WIELAND, K.: Spektralphotometrische Messung von Gasgleichgewichten . .	423
WILD, H., und HUBER, O.: Doppeltfokussierendes Beta-Spektrometer neuer Bauart	244
WINKLER, W.: Über hochenergetische Kernstöße von γ -Teilchen der kosmischen Strahlung	267
WINZELER, H., TEUCHER, M., und LOHRMANN, E.: Schwere Mesonen und Hyperonen in Kernemulsionen	75
WINZELER, H.: siehe HÄNNI, F., LANG, C., LOHRMANN, E., TEUCHER, M., und WINZELER, H.	260

Z

ZANGGER, CL., und ROSSEL, J.: Etude de l'évaporation nucléaire dans Ag et Pt par émulsions en Sandwich	507
--	-----

HELVETICA PHYSICA ACTA

VOLUMEN XXIX

INHALTSVERZEICHNIS — TABLE DES MATIÈRES

Fasciculus I.

31. III. 1956.

F. HEINRICH, H. WÄFFLER und M. WALTER: (γ, α)-Prozesse an mittelschweren und schweren Elementen	3
K. HALBACH: Modellunabhängige Beschreibung von Modulationseffekten bei der Kerninduktion	37
M. FIERZ: Über die statistischen Schwankungen in einem kondensierenden System	47
H. SCHNEIDER: Elastische und inelastische Streuung von Protonen an Kohlenstoff	55
H. WINZELER, M. TEUCHER und E. LOHRMANN: Schwere Mesonen und Hyperonen in Kernemulsionen.	75
F. BUMILLER, H. H. STAUB und H. E. WEAVER: Präzisionsmessung einiger Protonresonanzen an leichten Kernen	83
ERRATUM	102

Fasciculus II.

31. V. 1956

A. THELLUNG: On the Energy Spectrum in Quantum Hydrodynamics and the Theory of Helium II.	103
M. FIERZ: Über die physikalische Deutung der erweiterten Gravitationstheorie P. Jordans	128
E. MIESCHER: Rotationsanalyse der NO ⁺ -Banden	135
H. H. BARSCHALL: A Method for Measuring the Polarization of Nuclear Reaction Products	145
F. GIMMI, E. HEER und P. SCHERRER: Beiträge zur Konversionselektronenkorrelation	147

Fasciculus III.

30. VI. 1956

Bericht über die Tagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft	187
G. BUSCH, N. HELFER und O. VOGT: Untersuchungen des Einflusses von Gitterbaufehlern auf die magnetische Suszeptibilität von Germanium	188
G. BUSCH und R. KERN: Die magnetische Suszeptibilität von Silizium und intermetallischen Verbindungen.	189

G. BUSCH, E. MOOSER und W. B. PEARSON: Neue halbleitende Verbindungen mit diamantähnlicher Struktur	192
P. JUNOD, E. MOOSER und H. SCHADE: Die elektrischen Eigenschaften einiger ternärer Verbindungen mit Fluoritstruktur	193
P. JUNOD und E. MOOSER: Zur Frage der Halbleitung in Verbindungen von Elementen der I. bis III. Gruppe des periodischen Systems	194
G. BUSCH: Bemerkungen zum Metall-Eigenhalbleiter-Kontakt	196
ALBERT ROSE: Form and Thickness of Trap-Dominated Space-Charge Layers	199
R. JAGGI: Probenform und Anordnung der Potentialsonden bei Halleffektmessungen ohne und mit äusseren Magnetfeldern	201
D. RIVIER: Remarque sur la variation thermique de la constante extraordinaire de Hall des ferromagnétiques	203
ALBERT PERRIER: Transformations chaleur — énergie électrique par conduction anisotrope	206
W. SCHURTER und H. GRÄNICH: Die Dielektrizitätskonstante von $(\text{NH}_2)_4\text{H}_3\text{IO}_6$ bei 3-cm-Wellenlänge	209
H. GRÄNICH: Induzierte Ferroelektrizität von SrTiO_3 bei sehr tiefen Temperaturen und über die Kälteerzeugung durch adiabatische Entpolarisierung	210
H. GRÄNICH: Über Struktur und Nullpunktsentropie des Eises	212
H. ROHRER: Längenänderungen bei Zerstörung der Supraleitung	215
B. LÜTHI: Magnetische Widerstandsänderungen von Metallen in hohen Feldern	217
P. DIEHL: Quadrupolverbreiterung der Kerninduktionslinie von Cl^{35} in flüssigen Verbindungen	219
G. H. WANNIER et P. A. PIROUÉ: Une relation entre la viscosité et la chaleur spécifique des liquides simples	221
J. BONANOMI et J. HERRMANN: Etalon de fréquence à l'ammoniaque	224
J. HERRMANN: Die Linienbreite der induzierten Emission des Ammoniaks	226
R. M. BARRER und W. M. MEIER: Über zeolithische Einschlussverbindungen	229
E. B. BAS, L. G. PREUSS und W. EPPRECHT: Elektronenemissionsmikroskopische Untersuchung der Karburierung von Molybdän aus der Gasphase	231
F. HEINRICH und H. WÄFFLER: Kernphotoeffekt unter Emission eines Tritons	232
F. BUMILLER, J. MÜLLER und H. H. STAUB: Eine direkte Bestimmung der Resonanzbreite von $\text{Al}^{27}(\text{p}, \gamma)\text{Si}^{29}$ bei 991 keV	234
P. DEBRUNNER, E. HEER, W. KÜNDIG und R. RÜETSCH: Der Zerfall des W^{181}	235
J. BRUNNER, J. HALTER und H. J. LEISI: Die Konversionsspektren hoher Energie von Hg^{195} und Hg^{193}	238
K. P. MEYER, P. SCHMID und P. HUBER: Quellstärke-Messungen radioaktiver Präparate mit Hilfe der Koinzidenzmethode	241
H. KNÖPFEL, E. LOEPPE und P. STOLL: Cäsiumjodid als Szintillations-Phosphor	241
H. WILD und O. HUBER: Doppelfokussierendes Beta-Spektrometer neuer Bauart	244
H. STAUB: Kernrelaxationszeit in Edelgasen	246
CLAUDE MANUS et JEAN-PIERRE BOREL: Effet Overhauser	249
J.-P. BOREL et C. MANUS: Production de Colloïdes métalliques	253

A. E. REMUND: Differentieller Wirkungsquerschnitt und Polarisation elastisch gestreuter schneller Neutronen	255
E. BAUMGARTNER, W. FRANZEN, P. HUBER, L. SCHELLENBERG und F. SEILER: Totaler Wirkungsquerschnitt von N^{15} für Neutronen im Energiebereich von 2,8—3,3 MeV	255
B. HAHN und R. HOFSTADTER: Kernladungsverteilung von Isotopen und Isotonen	257
CH. TERREAUX: Eine graphische Darstellung der Energieniveaus der ungeraden schweren Kerne	257
K. BLEULER und A. SCHRÖDER: Die Spin-Bahn-Kopplung in der Schalenstruktur der Atomkerne	258
F. HÄNNI: Mesonenerzeugung bei der Wechselwirkung hochenergetischer α -Teilchen	260
F. HÄNNI, C. LANG, E. LOHRMANN, M. TEUCHER und H. WINZELER: Über die Masse des negativen K-Mesons	260
H. WINZELER: Ionisationsmessungen bei sehr hohen Energien in Kernemulsionen	260
W. BEUSCH und D. MAEDER: Ein einfaches Dekaden-Zählgerät mit umschaltbaren Kanal- und Untersezungszahlen	263
D. MAEDER: Laufzeitketten mit Ferritspulen	264
WALTER WINKLER: Über hochenergetische Kernstöße von α -Teilchen der kosmischen Strahlung	267
F. HÄNNI: Aufspaltung schwerer Kerne der Primärkomponente der kosmischen Strahlung und Wechselwirkung der dabei entstehenden α -Teilchen	281

Fasciculus IV.

15. X. 1956

J. M. JAUCH: Covariant Hyperquantization	287
MARTIN GUTZWILLER: Quantum Theory of Wave Fields in a Curved Space	313
L. RINDERER: Über den Zwischenzustand stromdurchflossener Supraleiter	339
C. VON PLANTA und P. HUBER: Bestimmung der Quellstärke einer Be-Photo- und einer Ra-Be-Neutronenquelle	375
E. MIESCHER: Rotationsanalyse der β' -Banden ($B'{}^2A - X{}^2II$) des NO-Moleküls	401
RES JOST: Eine Bemerkung über den Zusammenhang von Streuphase und Potential	410

Fasciculus V—VI.

15. XII. 1956

Bericht über die Tagung der Schweizerischen Physikalischen Gesellschaft	419
A. PERRIER: Sur l'interdépendance et l'indépendance du magnétogalvanisme et de la magnétothermoélectricité	419
K. WIELAND: Spektralphotometrische Messung von Gasgleichgewichten	423
R. LIST und M. DE QUERVAIN: Untersuchung über die Wirksamkeit eines elektrostatischen Filters gegenüber kleinsten Silberjodidteilchen	424
H. ROHRER: Die Volumenänderung von Thallium und Tantal bei Zerstörung der Supraleitung	462
J. L. OLSEN: Bemerkungen über Druckeffekte in Supraleitern	427

E. BALDINGER, W. CZAJA und M. NICOLET: Der Einfluss nichtidealer Emitterübergänge auf das Verhalten von Flächentransistoren . . .	428
A. HOURIET: Méthode des champs adhérents	430
P. DEBRUNNER, E. HEER, W. KÜNDIG, R. RÜETSCHI und T. LINDQUIST: Zum Zerfall des W^{181}	432
A. HEYM, M. BIASUTTI, CH. HAENNY: Sur l'interaction électromagnétique des mésons μ	435
R. WEILL, M. GAILLOUD, PH. ROSSELET: Libre parcours moyen de production directe de paires d'électrons, par des électrons de 1 à 100 GeV	437
J. M. ROCARD: Résonance magnétique nucléaire dans les champs très faibles. Effets de la modulation basse fréquence	442
D. MAEDER und R. MÜLLER: Gamma-Spektrometer mit Antikoinzidenz-Abschirmung	446
J. HERRMANN und J. BONANOMI: Eine spezielle Anordnung für die Mikrowellenspektroskopie in einem Hohlraumresonator	448
J. BONANOMI et J. HERRMANN: Détermination de la fréquence d'inversion de l'ammoniaque	451
E. BALDINGER: Zur Berechnung des Spannungsabfalles von Kaskadengeneratoren	452
H. L. V. GUGELBERG: Ionisationskammern als zeitbestimmende Elemente in elektronischen Verzögerungsrelais	456
D. MAEDER: Ein dekadisches Impulzzählsystem mit Umlaufspeicherung in einer Verzögerungsleitung	459
P. DEBRUNNER, E. HEER, W. KÜNDIG und R. RÜETSCHI: Das Niveauschema des Ta^{181}	463
CL. ZANGGER et J. ROSSEL: Etude de l'évaporation nucléaire dans Ag et Pt par émulsions en Sandwich	507
C. BURCKHARDT: Absorptionsmessung der kosmischen Strahlung mit dem Szintillationszähler	533
ADOLF ERNST REMUND: Winkelverteilung und Polarisation gestreuter Neutronen von 3,3 MeV an Kupfer, Tantal, Blei und Wismut	545
Autorenregister	585
Inhaltsverzeichnis	591